HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

ANNÉE MDCCLX.

A BERLIN.
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLXVII.

Imprimé
par ordre de l'Académie.

TABLE.

CLASSE
DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

Conſidérations *ſur l'influence que l'illuſtre Newton attribue à la diverſe réfrangibilité de la lumiere ſur les Lunettes à réfraction*, *par* M. le Comte DE REDERN. pag. 3

Diſſertation *ſur le ſel terreſtre, marin & coctile*, *par* M. DE FRANCHEVILLE. 45

Expériences Chymiques *ſur l'eſpece de terre contenue dans la derniere leſſive mere qui reſte du ſel commun, laquelle terre fait la baſe de la pierre ſerpentine*, *par* M. MARGGRAF. 75

Conſidérations *ſur la multiplication précoce des Abeilles, retrouvée depuis quelques années dans le Margraviat de Luſace, & qui avoit déjà été employée par les Romains à multiplier les eſſains trop diminués, par* M. GLEDITSCH. 87

CLASSE
DE MATHÉMATIQUE.

Recherches *ſur le mouvement des rivieres, par* M. EULER. 101

Recherches *ſur la courbure des ſurfaces, par* M. EULER. 119

Recherches générales *ſur la mortalité & la multiplication du genre humain, par* M. EULER. 144

Sur *les rentes viageres, par* M. EULER. 165

Du *mouvement d'un corps ſolide quelconque lorſqu'il tourne autour d'un axe mobile, par* M. EULER. 176

Probleme: *Un corps étant attiré en raiſon réciproque quarrée des diſtances vers deux points fixes donnés, trouver le cas où la courbe décrite par ce corps ſera algébrique: réſolu par* M. EULER. 228

Sur *le tems de la chûte d'un corps attiré vers un centre de forces, en raiſon réciproque des diſtances, par* M. J. A. EULER. 250

Du *mouvement d'un globe ſur un plan horizontal.* Mémoire ſecond. *Par* M. J. A. EULER. 261

CLASSE
DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

Analyſe *de la notion du Goût*, *par* M. FORMEY. 287

Réflexions *ſur la nature & les cauſes de la folie*, *par* M. DE BEAUSOBRE. Quatrieme Mémoire. 302

— — — Cinquieme Mémoire. 313

Réflexions philoſophiques *ſur l'utilité de la Poëſie dramatique*, *par* M. SULZER. 326

Sur *le déſir*, *par* M. MERIAN. 343

CLASSE
DE BELLES-LETTRES.

Premiere Diſſertation *ſur l'ancienne Isle de Tarſcis*, *contenant la découverte de cette Isle*, *par* M. DE FRANCHEVILLE. 355

Diſſertation *ſur les trois principales Machines de Guerre des Anciens*, *ſavoir la* Catapulte, *la* Baliſte & *l'*Onagre, *tirées en quelque ſorte des Mines des Monumens de l'Antiquité tant Grecque que Romaine.* On y a joint l'expoſé que *Vitruve* a donné de ces Machines, & on l'a éclairci par des Notes. *Par* M. SILBERSCHLAG. 378

Sur *l'origine & les effets des machines de Guerre que les anciens nommoient* Tormenta, *par* M. SILBERSCHLAG. 433

Eloge *de M. le Maréchal* DE KEITH. 450

Eloge *de* M. DE VIERECK. 472

Eloge *de* M. SPROEGEL. 478

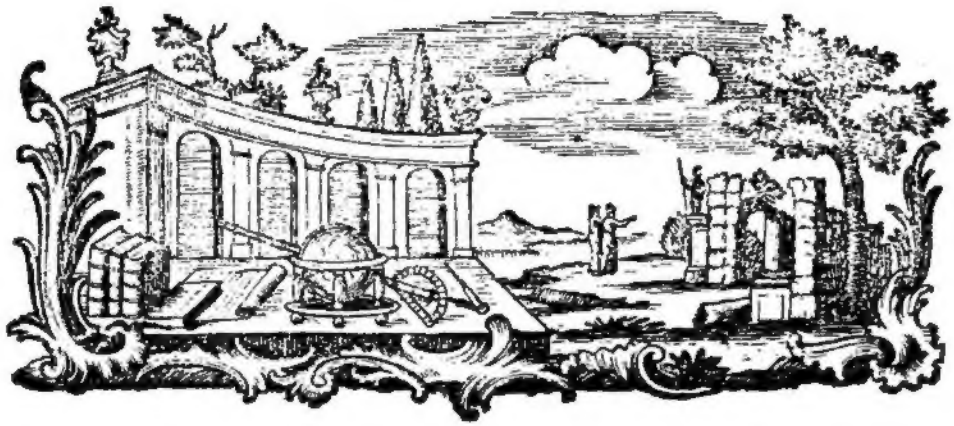
FAUTE A CORRIGER

p. 347. dans la note, le troiſieme mot Grec doit ſe lire ὑπερέχεις.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

* * *



CONSIDÉRATIONS

SUR

L'INFLUENCE QUE L'ILLUSTRE NEWTON ATTRIBUE À LA DIVERSE RÉFRANGIBILITÉ DE LA LUMIERE SUR LES LUNETTES À RÉFRACTION.

PAR M. LE COMTE DE REDERN *).

L'admiration que nous avons pour la mémoire des grands hommes, dont les lumieres ont éclairé l'eſpece humaine, eſt le tribut que nous payons néceſſairement à leurs talents, lorsque nous ſommes capables de ſentir & de connoitre leur mérite. L'enthouſiaſme aveugle pour leurs ſentiments eſt ordinaire-

*) Lû dans l'aſſemblée publique du mois de Juin.

ment l'effet d'un orgueuil ſtupide, inſenſible aux attraits de la vérité, & incapable de la connoître, qui adopte des ſentiments par air, & les ſoutient de même. L'homme qui ignore eſt prêt à s'inſtruire; l'ignorant qui ſe croit inſtruit, eſt un malade ſans remede, livré au menſonge & à l'erreur.

Les torts que ces funeſtes préventions ont faits aux progrès de la vérité, en conſacrant comme des articles de foi, les opinions les plus abſurdes & les plus extravagantes, impoſent l'obligation de l'examen. Diſſiper les ſombres nuages de ſuperſtitions vulgaires, c'eſt l'ouvrage du tems. Porter les ſentimens des hommes dont les belles découvertes ont fondé l'empire de la vérité à l'autel de la raiſon, ténant d'une main le flambeau de l'expérience & de l'autre la balance du vrai & du faux, les marques de l'empreinte qui fixe leur véritable valeur; c'eſt un droit qu'ils ont ſur notre reconnoiſſance.

Tels ſont les motifs qui m'ont déterminé à ſoumettre à l'examen l'application que l'immortel Newton fait lui-même de ſa belle découverte de la diverſe réfrangibilité de la lumiere aux lunettes à réfraction, dans la ſeptieme Propoſition du premier Livre de ſon Traité d'Optique. J'ai crû qu'il importoit à la vérité de le faire; je propoſe mes doutes pour m'éclairer: ils ſont autant de marques d'eſtime & d'admiration pour ce Grand-Homme, qui nous a dévoilé l'art ingénieux de décompoſer la lumiere, & de faire voir à l'oeil les rayons homogenes ou primitifs, qui forment ce Tableau magique & merveilleux de la nature, en pretant leurs couleurs à la matiere, ou en produiſant par leur différente impulſion les phénomenes de couleurs pour le ſens de la vue.

Les Anciens n'ignoroient pas l'effet du Priſme, pour manifeſter les couleurs de la lumiere. Seneque en fait mention dans le ſeptieme Chapitre du premier livre de ſes Queſtions naturelles: le Prisme fait voir, dit-il, en recevant de côté la lumiere du Soleil, les couleurs de l'Arc-en-Ciel; mais, pour ſe débarraſſer de toute recherche d'un Phénomene ſi ſingulier, il décide ſans balancer, que ce n'eſt que la production

duction d'une apparence des fauſſes couleurs, telles que le cou des colombes les produit ſelon qu'il change de ſituation *).

J'aurois tort de m'arrêter à toutes les viſions abſurdes qu'on a debitées lorsque je puis faire parler Newton, l'interprete de la Nature.

Un raion de lumiere, qui tombe obliquement ſur la ſurface d'un milieu diaphane, plus denſe que l'air, ſubit en le traverſant, outre la réfraction connue, une autre plus merveilleuſe encore; il ceſſe d'être un ſeul raion, comme auparavant, de former une ſeule ligne ou trace de lumiere, il ſe diviſe, ou ſe diſperſe en pluſieurs raions qui s'écartent les uns des autres par de petits angles colorés diverſement, ou pour m'exprimer juſte avec l'illuſtre Newton; doués d'une certaine puiſſance, à exciter une ſenſation de telle couleur; Celui qui le moins réfrangible conſerve le plus la direction du raion même, c'eſt le rouge; l'orange s'écarte de lui par un petit angle & approche plus de la perpendiculaire; le jaune s'éloigne de l'orangé; le verd du jaune; le bleu du verd; l'indigo du bleu; & le violet enfin de l'indigo; c'eſt celui qui le plus réfrangible s'écarte & approche le plus de la perpendiculaire.

L'ordre & la réfraction de ces raions colorés eſt le même, que celui des Couleurs de l'arc en ciel; l'illuſtre Newton établit la loi de leur diverſe réfrangibilité, ſur les expériences du Priſme, dans le rapport des ſinus de différens angles, ſous lesquels ils ſont rompus, avec celui de l'incidence du raion même.

Comme 44 à 68 pour le raion rouge qui ſubit la moindre réfraction, & comme 44 à 69 pour le violet dont la réfraction eſt la plus forte.

Le Sinus de l'Angle de l'incidence du raion *abc*, eſt à celui de l'Angle de réfraction *ebf* du raion rouge comme 68 à 44; & à celui de l'angle réfracté *gbf* du Raion Violet comme 69 à 44. La loi du rapport des Sinus de l'angle de l'incidence & de la réfraction Fig. 1.

*) *Virgula ſolet fieri vitrea ſtricta, vel pluribus angulis in modum clavæ toroſa: hæc ſi ex transverſo ſolem accipit, colorem talem qualis in Arcu videri ſolet reddit; Apparet non fieri illum colorem, ſed ſpeciem falſi coloris, qualem columbarum cervix & fumit & ponit, utcumque deflectitur.*

du raion même, en paſſant de l'air dans le verre, comme 3 à 2, ou 31 à 20, eſt cenſée alors ſuivre la réfraction des raions colorés moiens, ou intermédiaires entre les deux extremes; le rouge & le violet. Ces loix ſont le réſultat des ſix premieres Propoſitions du premier livre; je vais expoſer l'application que ce Grand-Homme fait lui-même de cette belle découverte aux lunettes à réfraction dans la ſeptieme. Ecrivant en françois, je citerai la traduction françoiſe du Traité d'optique faite par Mr. Coſte, & revue par Mr. Deſagulieres, ſous les yeux de Newton même. Il inſere, dit-il, cette propoſition, pour faire voir aux Géométres, combien ils ſe ſont trompés, en attribuant l'imperfection des lunettes à la ſphéricité des lentilles.

La confuſion qui réſulte de la figure ſphérique, & par conſéquent de l'ouverture des lentilles, eſt ſi petite ſelon lui, qu'elle ne mérite aucune conſidération, & la correction en ſeroit très-aiſée.

La différente réfrangibilité des raions colorés eſt la cauſe unique de l'imperfection des lunettes, & c'eſt un mal, ſans remede.

Il rappelle d'abord la troiſieme expérience, pour déterminer l'effet de la réfrangibilité dans le paſſage de la lumiere à travers une lentille; & il en ajoute une nouvelle qu'il rapporte dans un grand détail, pour vérifier les conſéquences qu'il tire de l'autre.

Les raions colorés, diverſement réfrangibles, éprouvent une réfraction différente, en traverſant une lentille ſphérique, ou l'objectif d'une lunette: rompus différemment, ils ſe diſperſent & ne rencontrent pas l'axe de la lentille dans un ſeul & même point ou foier.

Les raions rouges moins réfrangibles que les autres, forment en s'écartant moins de la droite, ou de la direction du raion, leur foier plus loin de la lentille que les violets, qui, rompus davantage vers la perpendiculaire, forment le leur plus près de la lentille.

Il fixe la diſtance entre les foiers des raions rouges & des violets, en ſuppoſant la diſtance de l'objet infinie, qui eſt le cas des objectifs des lunettes, comme 27 à 28, ou égale à la 27 ou 28 partie de toute la longueur du foier de la lentille. Et il ajoute p. 109; De là ceux qui ſont exercés dans l'Optique, concluront ſans peine, que la largeur du moin-

moindre eſpace circulaire où les verres objectifs des Teleſcopes puiſſent raſſembler toutes ſortes de raions paralleles, eſt environ la 27me partie de la moitié de l'ouverture du verre, ou la 55me partie de toute l'ouverture.

A la ſuite de la ſeconde expérience p. 123. il établit la grandeur de ce point lumineux de la maniere ſuivante; le diametre du plus petit cercle dans lequel les raions puiſſent être raſſemblés, eſt environ la 55me partie du diametre de l'ouverture du verre. Et ſur la conſidération qu'il fait enſuite de la denſité & de la rareté de la lumiere de ce cercle, il le réduit p. 129. à la 250me partie.

Ainſi, dit-il, l'image ſenſible d'un point lumineux eſt à peine plus large qu'un cercle dont le diametre eſt la 250me partie du diametre de l'ouverture de l'objectif d'un bon Teleſcope.

Lorsque le point lumineux dont émanent les raions n'eſt pas infini; s'il ſe trouvoit, je crois que ce doit être à la double diſtance du foier, il paroit que c'eſt à la diſtance du foyer même, ſi le cas étoit poſſible; la diſperſion des foyers des raions rouges & des violets ne ſera plus la 27me, mais la 14me partie du foier de la lentille. J'ai déjà rapporté, qu'il établit ſur ces mêmes expériences, la loi de la diverſe réfraction des raions colorés dans le rapport des ſinus de leurs angles de réfraction avec le ſinus de l'angle de l'incidence du raion même.

Des mépriſes dans des expériences très-belles, mais manquées & inſuffiſantes pour démêler le vrai rapport entre des grandeurs infiniment petites, l'induiſirent à établir, ou plutôt à admettre ſans cet examen ſévere, auquel il s'étoit impoſé de ſoumettre la nature, une loi fauſſe.

Il ne s'apperçut pas de la contradiction dans laquelle il tomboit avec la loi du rebrouſſement du rayon, qui ne pouvoit plus avoir lieu avec celle qu'il établiſſoit pour la réfraction des raions colorés.

Loi qu'il avoit établie, peu avant lui-même dans l'Axiome troiſieme, de ceux qui précédent au nombre de huit, les propoſitions de l'Optique. Si un raion rompu eſt renvoié directement au point d'incidence, il ſera rompu dans la ligne déjà décrite par le raion incident.

C'eſt

C'eſt à Mr. Euler que nous devons la connoiſſance de la loi véritable, de celle que ſuit la nature pour les raions colorés.

Il a démontré par l'Analyſe & par les raiſonnemens les plus profonds; que, pour les raions de différentes couleurs, les logarithmes de leur réfraction tiennent entr'eux un rapport conſtant; qu'elle eſt en raiſon des logarithmes des angles de leur diverſe réfraction.

La diſperſion des raions, ne préſentant pas ſelon toutes les apparences le principe d'un rapport abſolu, que l'illuſtre Newton cherchoit, pour faire la comparaiſon de la confuſion de la diverſe réfrangibilité, avec celle qui réſulte de la figure ſphérique; il conſidere l'effet de la réfrangibilité ſous un autre point de vue que celui de la diſperſion des images colorées; dans la grandeur du point lumineux circulaire, que les raions ſolaires forment dans les foyers des objectifs; en ne conſidérant qu'une ſeule lentille abſolument.

J'ai déjà rapporté de quelle maniere cette grandeur eſt fixée égale à la 55me partie de l'ouverture de l'objectif, comme corollaire, ou une conſéquence néceſſaire, & immédiate du rapport de la diſperſion, des vraies images des raions colorés, aux foyers des lentilles comme 1 à 27.

La conſidération ſeule des raions dans leur paſſage à travers une lentille, peut arrêter l'état de la queſtion; en montrant les raions, qui forment ce cercle lumineux & fixer les conſéquences qui peuvent en réſulter.

Fig. 2. Les raions qui en traverſant la lentille AB, ſont rompus au foyer rouge *e*, & au violet *d*, forment le moindre eſpace circulaire, dans le point *oo*, où ils ſe coupent; le rapport de ſon diametre eſt, ſelon l'illuſtre Newton, à celui de la lentille, comme 55 ou 250 à 1.

Lorsque l'ouverture de la lentille AB ſera augmentée en *a* & *b*; au point, par exemple, qu'elle ſoit double; le diametre de cet eſpace circulaire augmentera dans la même raiſon.

Si l'ouverture de la lentille AB étoit augmentée en *xx*, au point d'être triple; le diametre de cet eſpace circulaire augmentera encore dans le même rapport.

Mais

Mais, quel que ſoit le changement dans l'ouverture de la lentille, & celui du cercle lumineux, que forment les raions ſolaires par rapport à ſa grandeur, la partie de l'axe de la lentille *d*, *e*, égale à $\frac{1}{27}$ de ſon foyer, marque l'eſpace, par lequel les images colorées, formées & terminées par les raions de l'objet, qui traverſent le centre de l'objectif, ſont rangées & diſperſées, dans un ordre conſtant & invariable, lorsque la réfraction ſphérique ne le trouble pas.

Il en réſulte à ce qui me paroit avec toute l'évidence poſſible, premierement que la grandeur variable de cet eſpace circulaire, dont la cauſe ne ſe trouve pas dans la réfrangibilité ſeule, mais plus encore dans l'ouverture plus ou moins grande de l'objectif, ne peut pas ſervir de principe, pour fixer la valeur & le rapport, de la réfrangibilité proportionelle, invariablement aux foyers des lentilles.

Secondement, que cet eſpace circulaire, que les raions ſolaires forment dans le foyer d'une lentille, conſidéré ſeul, plus ou moins grand, ſelon ſon ouverture, ne peut pas être regardé, comme l'image repréſentée d'un objet, qui tranſmiſe à travers pluſieurs lentilles dans les lunettes devient celui de la viſion.

Mais que c'eſt la conſidération des images colorées, rangées & diſperſées dans l'axe des lentilles par un eſpace, qui eſt à leur foyer 1 à 27; & celle, de l'effet que produit cette diſperſion pour la viſion, lorsque ces images ſont tranſmiſes à l'oeil à travers toutes les lentilles qui entrent dans la conſtruction d'une lunette, qui ſeule peut éclaircir la queſtion; Quelle eſt l'influence & l'effet de la réfrangibilité?

L'illuſtre Newton ſe ſert pour les expériences qu'il rapporte, d'une lentille d'un foier peu conſidérable, dont il ne marque pas l'ouverture; il conſidere le cercle lumineux formé dans ſon foyer, comme l'image des raions colorés; & il le ſuppoſe formé abſolument par les raions, comme diverſement réfrangibles, ſans avoir égard à la part que l'ouverture doit y avoir néceſſairement.

Pour fixer enſuite le cercle lumineux, formé par les raions rompus différemment vers le centre & vers la circonférence, en traverſant une lentille ſphérique, dont la grandeur doit ſervir de meſure

pour la confuſion, qui en réſulte pour la viſion; il conſidere un objectif plano-convexe.

Il me paroit qu'il étoit à propos d'appliquer le calcul à la même lentille, par laquelle il avoit déterminé la grandeur de l'eſpace réfrangible, pour fixer celle de la confuſion ſphérique; il étoit naturel de faire l'eſtime de la grandeur des deux eſpaces de diffuſion, avec la même lentille, pour en faire une comparaiſon juſte & fondée: d'autant plus que la diſperſion cauſée par la diverſe réfrangibilité des raions, dépend uniquement de la diſtance du foyer de la lentille, & reſte la même, qu'elle ſoit plano-convexe, ou que ces deux faces ſoient également ou inégalement convexes.

Je dois obſerver encore, que pour le but qu'il ſe propoſe, qui eſt de faire une eſtime générale de la confuſion ſphérique, il étoit néceſſaire de le faire pour les lentilles ſphériques en général, quelque ſoit le changement & le rapport de leurs faces. La confuſion d'une lentille plano-convexe, lorsque ſa convexité regarde l'objet, eſt moindre d'un tiers, de celle d'une lentille également convexe du même foyer & de la même ouverture. Il auroit pu rendre le cas plus avantageux encore, par une lentille inégalement convexe formée de deux faces dont les raions ſont comme 2 à 17.

Mais il ne paroit pas, qu'il ait voulu en tirer quelque avantage; au lieu de tourner la face ſphérique de la lentille plano-convexe qu'il emploie, vers l'objet comme elle doit l'être, pour jouir de l'avantage quelle procure d'une moindre confuſion, il la tourne dans le ſens contraire, le côté plan vers l'objet; apparemment pour la commodité du calcul, afin que les raions ne ſouffrent pas de réfraction ſur la premiere face; cas dans lequel on ſait, qu'elle produit une confuſion 4 fois plus grande, que celle qu'elle eût eu, étant tournée comme elle doit l'être, avec ſa face ſphérique vers l'objet.

Il ſuppoſe le diametre de l'ouverture de 4 pouces, & celui de la face convexe de 100 pieds, ou de 1200 pouces; le foyer de la lentille ſera par conſéquent de 200 pieds.

On

On ſait, qu'avec une diſtance de foyer pareille, & une ſi petite ouverture, la confuſion de la ſphéricité eſt non ſeulement inſenſible pour la ſenſation, mais qu'elle doit être en effet presque nulle, parce que tous les raions tranſmis par la lentille, peuvent être conſidérés comme paſſans par le centre.

Des ſuppoſitions auſſi avantageuſes, auxquelles il applique le calcul, ne pouvoient pas manquer de lui donner le réſultat tel qu'il le ſouhaitoit; la viſion n'eſt gueres ou point du tout troublée par la figure ſphérique, pendant que l'eſpace de diffuſion dans le foyer, ou la diſtance des images rouges aux violettes, eſt de près de 7 pieds.

Le diametre du petit cercle ou point lumineux conſidéré comme formé par la confuſion ſphérique, n'eſt que $\frac{1}{72000000}$ parties d'un pouce; pendant que celui que forment les raions diſperſés, par la diverſe réfrangibilité étant égal à la 55me partie de celui de cette lentille, qui a 200 pieds du foier & 4 pouces d'ouverture, a pour diametre $\frac{4}{55}$ de pouce. Et ſur le rapport des diametres de ces deux points lumineux pour cette lentille, il fixe le rapport général de la confuſion de la ſphéricité, à celle de la diverſe réfrangibilité comme $\frac{4}{55}$ à $\frac{1}{72000000}$, ou comme 1 à 5445. p. 124.

Il paroit qu'il a eu des doutes lui-même ſur ce rapport, qui n'eſt admiſſible, à ce qu'il me paroit, que pour ſa lentille plano-convexe, ſoumiſe au calcul, de 200 pieds de foyer, & de 4 pouces d'ouverture, ou pour tout autre objectif, dont l'ouverture & le foyer ſuivroient ce même rapport. Il réduit dans la ſuite la confuſion de la diverſe réfrangibilité, en conſidérant la denſité & la rareté de la lumiere, qui forme le point lumineux, dans le foyer des rayons jaunes de la 55me partie du diametre de l'ouverture de l'objectif, à la 250me, pour établir un autre rapport, ſelon lequel la confuſion du point lumineux, dans le foyer des lentilles, au lieu de 5449 fois en général, P. 131.
n'eſt que 1200 fois plus grande qu'elle ne le ſeroit, ſi elle n'étoit groſſie que par leur figure ſphérique.

C'eſt de ce principe du rapport des plus grandes erreurs de la ſphéricité, aux plus grandes de la diverſe réfrangibilité, comme

1 à 5449 ou à 1200, dont il ſe ſert, comme d'une démonſtration complette, pour établir ſa ſeptieme Propoſition; Que ce n'eſt pas la ſphéricité des lentilles, mais la diverſe réfrangibilité des raions, qui eſt la véritable cauſe de l'imperfection des lunettes; & qu'il les condamne pour toujours à reſter auſſi imparfaites qu'elles le ſont. En admettant la comparaiſon de l'illuſtre Newton dans toute ſon étendue, les conſéquences qu'il prétend en tirer, en ſont-elles plus admiſſibles & plus juſtes?

Il ne s'agit pas de conſidérer la confuſion ſeule ou l'extenſion du point lumineux, produite dans le foyer même d'une lentille, qui dans le cas qu'il ſuppoſe eſt très grande ſans doute; mais d'examiner ſon effet pour la viſion, après avoir joint à l'objectif les oculaires.

Quelle que ſoit la diffuſion cauſée par la diverſe réfrangibilité, la queſtion ſe reduit à déterminer, s'il eſt poſſible, par l'arrangement des oculaires, de rendre ſon effet inſenſible dans la repréſentation de la derniere image, qui fait l'objet immédiat de la vue. Une lunette de 200 pieds, formée de l'objectif de l'illuſtre Newton, d'une ouverture de 4 pouces & d'un oculaire de 15 pouces, repréſenteroit très-diſtinctement, ſans aucun effet ſenſible de confuſion, & n'auroit d'autre imperfection, que l'exceſſive longueur. Après avoir déterminé l'effet de la réfrangibilité, ou l'eſpace par lequel les images des raions colorés ſont diſperſées, comme la 27 partie du foyer des lentilles mêmes; il paroit que cette belle découverte auroit du le conduire néceſſairement à examiner l'effet de cette multiplicité des images & de leur diſperſion ſeule, ou combinée avec la confuſion ſphérique, à l'égard de la viſion; en conſidérant la repréſentation des images diſperſées, tranſmiſes à l'oeil à travers pluſieurs lentilles, qui entrent dans la conſtruction des lunettes.

Il paroit que c'eſt l'idée de la comparaiſonde de deux confuſions, qui a fait perdre de vue à cet eſprit ſi pénétrant, les conſidérations les plus naturelles, & chercher le principe du trouble qu'apporte la réfrangibilité à la viſion, dans la grandeur du cercle lumineux, formé dans le foyer d'une lentille, par les raions ſolaires, & dans ſon

rapport

rapport avec ſon ouverture; en la conſidérant ſeule, & ſans être combinée avec pluſieurs autres lentilles.

Elle empêche encore de faire attention, qu'en fixant ces rapports, pour les deux lentilles qu'il cite, avec toute la rigueur poſſible, il n'en peut réſulter aucune loi générale pour les deux confuſions, qui peuvent varier à l'infini, avec l'ouverture & le foyer des lentilles.

Selon la véritable loi qu'il a fixée lui-même de la diſperſion des raions colorés, elle ſeroit pour la premiere égale à $\frac{6}{7}$ de pieds, & pour la ſeconde à $7\frac{1}{2}$ pieds, environ comme 1 à 40; mais, en prenant pour principe la grandeur du cercle lumineux de leur foyer, elle ſeroit parfaitement égale, en ſuppoſant leurs ouvertures les mêmes: & la véritable loi ceſſeroit d'avoir lieu.

Cette confuſion conſidérée indépendamment de celle de la ſphéricité, ſera toujours la même, pour les deux lentilles, quelle que ſoit leur ouverture; Elle pourroit être double, triple & quadruple; la diſperſion des images colorées reſteroit toujours la même; pour la premiere égale à $\frac{6}{7}$ de pied, & pour la ſeconde à $7\frac{1}{2}$ pieds: mais elle deviendra infiniment plus ou moins ſenſible, ſelon qu'elle ſera combinée avec une confuſion plus ou moins grande de la ſphéricité dépendante de l'ouverture des lentilles, qui multiplie les images à l'infini & trouble l'ordre de leur repréſentation.

La diſperſion de la réfrangibilité tient aux raions mêmes, & ni l'ordre ni la multiplicité des images qu'ils forment, n'ont le moindre rapport immédiat avec l'ouverture des lentilles; Il eſt d'autant plus ſurprenant qu'il aie pu varier ſur une loi qu'il avoit fixée lui-même comme invariable, que quelle que ſoit la réfraction du raion, la réfrangibilité reſte toujours inaltérable & la même.

La confuſion dépendante de la ſphéricité au contraire, varie à l'infini avec l'ouverture des lentilles. On ſait les bornes étroites dans leſquelles elle eſt renfermée pour les objectifs qu'on n'oſe paſſer, parce que la diſperſion des raions augmente comme le quarré du diametre de l'ouverture, & en conſidérant la repréſentation diſtincte de l'i-

 mage,

mage, comme le cube du diametre par rapport à la ſenſation. La diſperſion au contraire réelle du point lumineux dans le foier des lentilles eſt le produit de deux confuſions combinées.

Je ne ſaurois me diſpenſer de faire une remarque pour prévénir une mépriſe de laquelle je ſuis fort éloigné de charger l'illuſtre Newton; mais dans laquelle le rapport qu'il établit de la grandeur du cercle lumineux, regardé comme image, avec l'ouverture des objectifs, pourroit faire tomber.

La grandeur des objets & de leurs images en eſt indépendante abſolument; elle dépend à l'égard des lunettes, non ſeulement des raions de l'objet, qui traverſent le centre de l'objectif, & tracent les points correſpondants de l'objet, en peignant l'image & la terminant dans le foyer; mais encore de la maniere que les oculaires la tranſmettent à l'oeil, & forment l'angle de la viſion plus ou moins ouvert.

Une ouverture plus ou moins grande de l'objectif n'y change rien, & les expériences les plus communes de la chambre obſcure prouvent, que ce n'eſt pas l'ouverture, mais la figure des lentilles, qui forme l'image plus ou moins grande. L'ouverture & la diſtance du foier des lentilles contribuent à la former diſtincte ou confuſe, ſelon que l'une & l'autre produiſent la confuſion ſphérique ou celle de la réfrangibilité.

L'illuſtre Newton, après avoir donné une explication de la viſion, appuie ſon ſentiment ſur une ſeconde preuve encore, qu'il déduit du rapport entre l'ouverture, le groſſiſſement & les foiers des lentilles.

P. 131. Il y a un autre argument, dit-il, par où l'on peut s'aſſurer, que la différente réfrangibilité des raions eſt la véritable cauſe de l'imperfection des Téleſcopes.

Car les erreurs des raions qui procedent de la ſphéricité des verres objectifs, ſont comme les cubes des ouvertures des verres objectifs; & ſur ce pied-là, pour que des Téleſcopes de différentes longeurs, groſſiſſent diſtinctement au même degré, les ouvertures des objectifs, & le pouvoir de groſſir les objets, devroient être comme

les

les cubes des racines quarrées de leurs longueurs; ce qui ne s'accorde point avec l'expérience.

Mais les erreurs qui proviennent de la différente réfrangibilité des raions ſont comme les ouvertures des objectifs; de ſorte qu'afin que des Téleſcopes de différentes longueurs groſſiſſent diſtinctement au même degré, leurs ouvertures & leurs pouvoirs de groſſir les objets, doivent être comme les racines quarrées de leurs longueurs; ce qui s'accorde avec l'expérience, comme on ſçait fort bien. Par exemple, un Téleſcope de 64 pieds de longueur, & dont l'ouverture eſt de 2 & $\frac{3}{5}$ de pouces, groſſit environ 120 fois auſſi diſtinctement, qu'un Téleſcope d'un pied de longueur, & dont l'ouverture eſt de $\frac{1}{5}$ de pouces groſſit 15 fois.

Je ſuis forcé de dire, avec Horace plein d'admiration pour Homere, qu'après avoir produit les plus ſublimes merveilles il cherche à ſe repoſer.

Tel paroit le génie de l'illuſtre Newton lorſqu'il applique ſa découverte admirable au point le plus intéreſſant de la Dioptrique; je crois pouvoir le dire ſans manquer à la haute eſtime que j'ai pour lui, & qu'il mérite à tous égards.

On a les regrets le plus vifs de le voir s'arrêter au milieu de la plus belle carriere.

L'eſprit le plus profond, le plus juſte, ſe perd dans des ſuppoſitions, qu'il établit comme des principes, pour en tirer des conſéquences auſſi peu fondées.

Aſſis ſur le thrône de la vérité, il paroit en deſcendre, pour jouir du droit que reclame la foibleſſe humaine pour le gros des hommes; celui de ſe laiſſer ſurprendre trop facilement par les ſentimens qui favoriſent leurs opinions.

Il n'eſt occupé qu'à chercher tout ce qui peut rendre vraiſemblable un ſentiment, pour lequel il eſt prévenu & qu'il tâche d'établir; celui de la dépendance abſolue de la Dioptrique de ſa belle découverte. Il me paroit qu'Auguſte jaloux de ſa grandeur dicta l'arrêt des limites de l'Empire Romain, pour ſes ſucceſſeurs lorſque l'illuſtre

Newton

Newton fixe les bornes de la Dioptrique, dans lesquelles il prétend enfermer le Géometre.

Cette ſeconde preuve qu'il tire du rapport du groſſiſſement avec l'ouverture & les foiers des lentilles, ne me paroit pas plus heureuſe que la premiere.

Il eſt démontré de la maniere la plus inconteſtable, que, ſuivant les principes de la Théorie, lorsqu'on n'a égard qu'à la confuſion de l'ouverture des lentilles objectives; le cube du foier de l'objectif doit être proportionel au quarré quarré du groſſiſſement & de l'ouverture. Pour obtenir, par exemple, une lunette qui groſſit 8 fois davantage qu'une autre donnée, la diſtance du foyer de l'objectif doit être 16 fois plus grande que celle de la premiere. Je remarque d'abord, que l'illuſtre Newton ne s'explique pas bien, ou qu'il y a une faute d'impreſſion, lorsqu'il énonce ce principe de la Théorie de la maniere ſuivante; le groſſiſſement & l'ouverture des objectifs doivent être comme les cubes des racines quarrées de leurs foyers *): c'eſt comme les cubes des racines quarrées quarrées. Il prétend que ce principe eſt contraire à l'expérience, qui établit pour regle que le groſſiſſement & l'ouverture des objectifs doivent être comme les racines quarrées de leurs foyers. Si un objectif d'un pied de foyer & de $\frac{1}{3}$ de pouce d'ouverture, groſſit 15 fois; un autre de 64 pieds de foyer & de $2\frac{2}{3}$ de pouces d'ouverture, groſſira 120 fois, qui eſt le quarré de 15, auſſi diſtinctement. Le célebre Huyghens à établi ce principe, ſuivi avec aſſez de ſuccès dans la pratique, que le foyer de l'objectif doit être comme le quarré de la multiplication. Pour groſſir, par exemple, 8 fois davantage, le foyer de l'objectif doit être comme 64, ou 8 fois 8.

Mais ce principe n'a d'autre fondement que celui de la difficulté de travailler, avec la même préciſion, les lentilles d'un foyer éloigné que celles d'un foyer qui l'eſt peu.

Si deux objectifs, l'un de 10 pieds de foyer, & l'autre de 160 pieds, ſont également bien exécutés, le dernier groſſira 8 fois davan-

*) *Apperturæ & potentiæ amplificandi debent eſſe ut ipſæ radices quadratæ longitudinum*

vantage que le premier, avec le même degré de diſtinction; mais la difficulté de l'exécution, oblige ordinairement d'emploier, pour obtenir un groſſiſſement 8 fois plus-grand, un objectif dont la diſtance de foyer s'étend au delà de 16 fois. Mais la maladreſſe de l'artiſte ne prouve rien, & ne forme pas un principe d'expérience, pour renverſer la Théorie.

L'expérience journaliere, au contraire, fait voir ſouvent qu'une lunette de 8 pieds, exécutée par un habile ouvrier, groſſit autant qu'une autre de 12 pieds, faite par un autre qui ne l'eſt pas; & que ce même cas peut arriver pour le même artiſte, qui malgré toute ſon attention ne réuſſira pas également bien. Je crois par conſéquent pouvoir ſoutenir ſans balancer, que c'eſt à tort que l'illuſtre Newton fonde ce principe ſur l'expérience, & plus encore ſur la différente réfrangibilité; qui, comme une raiſon pour l'allongement des lunettes, me paroit impliquer la plus grande contradiction. Seroit-ce en allongeant la diſtance du foyer de l'objectif, que l'effet de la différente réfrangibilité deviendroit moins ſenſible? Le contraire doit arriver ſelon la Théorie de l'illuſtre Newton même. Une plus grande diſtance de foyer doit entrainer néceſſairement une plus grande diſperſion dans les images.

Je remarquerai en général, que le rapport de l'ouverture des objectifs avec le groſſiſſement n'eſt pas fondée directement dans la confuſion ſphérique, comme l'illuſtre Newton paroit l'inſinuer; mais ſur la quantité de lumiere qu'ils tranſmettent, néceſſaire pour obtenir une image aſſez éclairée. Cette lumiere que les objectifs transmettent, eſt comme le quarré du diametre de leur ouverture; & ce rapport établit celui de l'ouverture avec le groſſiſſement, quelle que ſoit la longueur de la lunette. Pour avoir une double, triple, ou quadruple multiplication, avec une repréſentation également éclairée, il eſt indiſpenſable que le diametre de l'ouverture de l'objectif augmente en raiſon des quarrés du groſſiſſement comme 4, 9, 16 &c.

Les rapports au contraire du groſſiſſement rélatif au foyer n'eſt pas en raiſon de leurs racines quarrées, mais comme les cubes de leurs

racines quarrées quarrées; les foyers, ou longueurs, ſuivent la raiſon des racines cubiques, des racines quarrées quarrées du groſſiſſement.

La diſperſion du foyer des objectifs, ſoit qu'elle vienne de la réfrangibilité ou de la figure ſphérique, n'a aucun rapport immédiat avec le groſſiſſement, qui dépend uniquement de l'angle de la viſion; mais la premiere, rélative aux foyers des lentilles, met des bornes à la longueur des lunettes, & la ſeconde rélative à leur ouverture, en met à celle des objectifs & à la clarté qu'il faut obtenir.

Ces rapports que l'illuſtre Newton adopte, ne prouvent que les efforts qu'il fait, pour établir un rapport abſolu entre la diſperſion de la réfrangibilité & celle de la figure ſphérique, pour porter l'une à l'excès & réduire l'autre à rien, pendant qu'elles dépendent de principes tout différents, & peuvent varier à l'infini. Une lentille d'un foyer infiniment éloigné & d'une ouverture infiniment petite auroit la diſperſion de la réfrangibilité infiniment grande, pendant que celle de la ſphéricité ſeroit égale a zéro.

Une autre d'un foyer infiniment court & d'une ouverture infiment grande, auroit l'une & l'autre diſperſion dans une raiſon contraire.

Et une troiſieme qui ſeroit d'un foier infiniment éloigné & qui auroit l'ouverture de même, auroit l'une & l'autre diſperſion égales & infinies.

L'illuſtre Newton fixe ſur la comparaiſon de deux lentilles le rapport de la réfrangibilité à la confuſion ſphérique comme 5449 à 1; il ſeroit facile de comparer deux lentilles qui établiroient un rapport préciſément oppoſé, comme 1 à 5449; mais l'exemple de ce Grand-Homme doit ſervir de leçon pour ne pas ſe perdre dans des comparaiſons qui n'expliquent rien, & ne décident de rien.

On compareroit éternellement deux pieces d'or, pour fixer leur poids & leur grandeur rélative; & on reſteroit dans la plus profonde ignorance ſur les propriétés de l'or qui le conſtituent & le diſtinguent des autres métaux. Il paroit que le géometre & le calculateur habitué à rapporter des grandeurs & des quantités, en a impoſé au philoſophe, qui remonte aux cauſes & aux principes.

Ce

Ce n'eſt que dans la repréſentation même des objets, & de leurs images à travers pluſieurs lentilles qu'on doit chercher le principe de la perfection, dont les lunettes ſont ſuſceptibles.

Je veus l'expoſer en peu de mots, tel que je l'enviſage & qu'il eſt appuié ſur les obſervations que j'ai pu faire avec des lentilles différentes en ouverture & en foier, dans la conſtruction des lunettes mêmes.

Les raions n'étant pas d'une même réfrangibilité, ſont rompus différemment en traverſant les objectifs; & les images qu'ils forment, diſperſées par un eſpace déterminé, produiſent la ſenſation de la vue, où conſiſtent l'objet immédiat de la viſion.

Ces images formées par les ſept raions colorés, peuvent être conſidérées comme autant de tableaux rangés les uns devant les autres dans l'axe de la lunette.

L'image rouge étant la plus éloignée de l'objectif, ou la plus proche de l'oeil, cacheroit, ſi elle avoit aſſez de corps ou d'opacité, les images des autres raions, & ſeroit la ſeule que l'oeil verroit alors, qui dans ce cas ne recevroit que la ſeptieme partie des raions de la lumiere & verroit néceſſairement tout en rouge.

Mais la ſubtilité infinie de la lumiere eſt telle, l'expérience en fait la preuve, que nous voions l'image des raions ſolaires avec la couleur qui réſulte du mêlange de tous les raions, & les objets à travers les lunettes, avec les mêmes couleurs qu'ils ont à la ſimple vue.

L'oeil n'apperçoit qu'une ſeule image avec la couleur naturelle de l'objet, lorsque les images rangées dans l'axe de la lunette lui ſont repréſentées ſous un même angle, & confondues à ſon égard dans une ſeule.

Il eſt par conſéquent néceſſaire que l'objectif, quelle que ſoit ſa figure & ſon ouverture, rompe tous les raions, qu'ils paſſent au centre ou à la circonférence, préciſément de même, afin qu'ils puiſſent former exactement dans l'ordre des ſept couleurs, dans l'axe de la lunette, leurs diverſes images. Lorsque les raions ſubiſſent en traverſant l'objectif une réfraction différente, comme il arrive avec les lentilles ſphériques,

riques, que ceux qui paſſent à la circonférence, s'uniſſent plus près de l'objectif avec l'axe, & les autres plus loin, à meſure qu'ils paſſent plus près du centre; ils ne formeront plus une ſeule rangée d'images dans l'ordre des ſept couleurs; mais une infinité de petites rangées de ſept tableaux diverſement colorés. Tant que ces images ne ſont qu'à une diſtance imperceptible pour l'oeil, qui, placé dans l'axe de la lunette, ne les apperçoit que dans une même file, ſous un même angle, elles ne ſeront à cet égard qu'une ſeule & unique image, & la viſion ſera nette & diſtincte; c'eſt le cas des objectifs ſphériques d'une juſte ouverture, qui rompent les raions du centre à la circonférence à peu près de même. Mais, lorsque par une diſperſion des raions du centre & de la circonférence, la diſtance entre les images & leur multiplicité devient trop grande. Celles des foyers les plus près de la lentille, ſe ſépareront & divergeront, plutôt que celles des foyers les plus proches de l'oeil; elles paſſeront & ſe répandront ſur les bords de celles-ci; les couleurs propres des objets diſparoitront, & l'oeil ne verra qu'une image vague, troublée, confuſe & formée d'un mêlange en déſordre de toutes les couleurs.

C'eſt le cas des objectifs ſphériques, qui par une trop grande ouverture produiſent une trop grande diſperſion des raions.

Le ſeul moyen de faire diſparoitre les couleurs & de rendre la repréſentation nette & diſtincte, en couvrant la lentille d'un cercle de carton de la circonférence au centre, pour ne lui laiſſer que l'ouverture à laquelle la diſperſion n'eſt plus ſenſible, offre une expérience démonſtrative de la viſion, que je viens d'expoſer & de la véritable théorie de la repréſentation des objets par les lunettes.

Il en réſulte, je crois, inconteſtablement que les Géometres n'ont pas eu tort, de regarder la confuſion de la ſphéricité comme la véritable cauſe de l'imperfection des lunettes, par les bornes étroites dans lesquelles elle reſſerre l'ouverture des objectifs; que ſa correction eſt un des points les plus importants de la Dioptrique; que l'illuſtre Newton a eu tort d'en détourner l'attention du Géometre; & que la diverſe réfrangibilité des raions, n'eſt pas ſi dangereuſe

gereuſe qu'il le prétend; elle le devient par le concours de la confuſion de la ſphéricité; & elle ceſſe de l'être lorsque celle-ci n'eſt plus, parce qu'elle trouve le remede dans la réfraction des raions formateurs des images, qui, réunis dans un ſeul, ne repréſentent qu'une ſeule image nette & diſtincte à l'oeil placé dans le point où ils coupent l'axe de la lunette.

L'expérience journaliere dans la conſtruction des lunettes auroit du faire ſoupçonner un principe exiſtant dans la juſte ouverture de l'objectif & dans le nombre, l'ouverture & l'arrangement des oculaires, qui faiſoit diſparoitre l'effet de la réfrangibilité, en faiſant obtenir des lunettes non ſeulement plus ou moins ſujettes aux couleurs, mais dont la repréſentation étoit nette & diſtincte abſolument.

Un de nos Opticiens, Zahn, dans ſon Oeil artificiel, n'a pas manqué de ſaiſir, les véritables principes, dont dépend la perfection des lunettes; il parle de la combinaiſon d'une lentille concave avec une convexe pour obtenir un objectif exemt de la confuſion ſphérique, & il ne laiſſe pas de conſidérer la route des raions formateurs des images qui en coupant l'axe de la lunette, fixe le point où l'oeil n'apperçoit qu'une ſeule image ſans couleurs, & découvre le champ plus avantageux ſous l'angle le plus ouvert & le plus favorable pour la multiplication.

Mais la déciſion de l'illuſtre Newton étoit ſuffiſante pour arrêter, pendant plus d'un demi-ſiecle, toute recherche ſur le ſujet le plus intéreſſant de la Dioptrique.

Les erreurs d'Ariſtote, ou plutôt des mots ſcientifiques vuides de ſens, ont enchainé l'eſprit humain pendant près de deux mille ans, ſans que perſonne aie profité des choſes admirables que ſes ouvrages renfermoient.

Il falloit un homme d'un génie éclairé au deſſus de l'autorité pour rappeller la vérité ſur ce point. M. Euler l'a fait heureuſement. Il fit connoitre d'abord par un Mémoire inſeré dans le troiſieme Tome

du Recueil de l'Académie, la véritable loi de la réfrangibilité, de former des objectifs exemts de la diſperſion des raions colorés, dans la réfraction même que le raion ſubit en traverſant divers milieux réfringents.

Il fut attaqué par le célébre M. Dollond, qui ſoutint l'hypotheſe de Newton & la conſéquence qu'il en tire dans ſon Traité d'optique, p. 133. énoncée de la maniere ſuivante. „A cauſe de cette diffé„rente réfrangibilité, je ne vois point encore qu'on puiſſe par le ſeul ſe„cours des réfractions autrement perfectionner les Téleſcopes, qu'en „augmentant leur longueur."

J'ai eu l'honneur de rendre compte à l'Académie de cette diſpute en établiſſant le véritable état de la queſtion.

La théorie & l'expérience aiant fait voir, que les lunettes tiroient peu ou point d'utilité de ces objectifs exemts des erreurs de la réfrangibilité, M. Euler rendit publics deux Mémoires inſérés dans le XIII Tome du Recueil de l'Académie, dans leſquels il tâche de développer les principes véritables par leſquels les lunettes & microſcopes peuvent obtenir le degré de perfection, dont ces merveilleux Inſtrumens ſont ſuſceptibles, en déterminant, par une application heureuſe de l'analyſe, les images que forment les raions colorés en traverſant pluſieurs lentilles.

Ils ſont renfermés dans les formules générales qu'il rapporte, & qui ſont le réſultat d'un calcul très épineux & prolixe, qui en forme la démonſtration. Il eut été à ſouhaiter que les bornes d'un Mémoire lui euſſent permis de l'expoſer dans tout le détail de même que l'application de ces formules générales à tous les cas particuliers. Je ne m'arrête ici qu'à la partie qui fait le ſujet de ce Mémoire, ou de la ſeptieme propoſition de Newton; Que la réfrangibilité eſt la cauſe de l'imperfection des lunettes. Comme la repréſentation du champ plus ou moins grand qu'une lunette découvre, & le groſſiſſement plus ou moins avantageux, dépendent de même que la diverſe réfrangibilité, de la maniere dont les raions terminateurs & formateurs des images parviennent à travers les lentilles

les ſous l'angle le plus favorable à l'oeil, dont le lieu ou la diſtance de l'oculaire ſe trouve par là également déterminé; je dois en développer auparavant les principes, pour l'application du calcul, à des matieres liées néceſſairement par la dépendance d'un même principe.

Les lunettes & les microſcopes découvrent une eſpace circulaire, qu'on appelle leur champ apparent, & qu'on meſure par ſon demi-diametre.

Pour les lunettes on l'exprime par degrés & minutes pour meſurer l'arc du ciel que le champ apparent renferme. Pour les microſcopes on meſure la partie de l'objet qu'on découvre, en exprimant ſon demi-diametre en pouces & lignes.

L'une & l'autre maniere ſont dans le fond les mêmes, en ſuppoſant la diſtance de l'objet $=$ A, & le demi-diametre de l'eſpace circulaire auquel s'étend la vue $=$ B: la quantité B eſt le demi-diametre du champ apparent pour les microſcopes, & la fraction $\frac{B}{A}$ l'exprime pour les lunettes.

Le lieu de l'oeil pour découvrir le champ apparent eſt ce point dans l'axe de la lunette, dans lequel les raions terminateurs ou formateurs de l'image de l'objet, après les réfractions qu'ils ont ſubies en traverſant toutes les lentilles, coupent leur axe commun.

L'oeil verra un moindre eſpace s'il quitte ce point, ou lorsque les raions de toute l'étendue du champ ne lui ſont pas tranſmis par les oculaires, mal diſpoſés, ou d'une trop petite ouverture pour recevoir les raions, & les ramener à la direction qui les fait parvenir à l'oeil, n'étant pas limité par une ſeule lentille: le cas le plus ſimple eſt celui de deux lentilles ou des lunettes aſtronomiques, qu'il ſuffira ici de conſidérer.

La conſidération de la repréſentation des objets à travers les lunettes mettra ces principes dans tout leur jour.

Cha-

Fig. 3. Chaque point de l'image C*xy*, repréſenté par l'objet A*xy*, éloigné à l'infini & tranſmis par la lentille *b*B*b*, qui la repréſente dans ſon foyer C, eſt formé par les raions qui partent du point correſpondant de l'objet même, en traverſant l'objectif *b*B*b*. Ces raions formateurs de l'image, continueroient la route de leur direction divergente, s'il ne rencontroient une ſeconde lentille *d*D*xy*, placée à la diſtance CD, égale à celle de ſon foier, qui les ramene à l'axe en *o*.

Les angles D*ox*, & D*oy*, ſeront les angles viſuels, ſous leſquels l'oeil placé en *o* verra les objets A*x* & A*y*, conſidérées comme des objets différens, ou comme parties d'un même objet. Il eſt évident, que le raion de l'objet A*y*, deux fois plus grand que celui de A*x*, coupera l'axe de la viſion au centre de la premiere lentille, ou de l'objectif *b*B*b*, ſous un angle double de celui de l'objet A*x*; que les images C*y* & C*x*, auſſi bien que les angles viſuels, ſeront dans le même rapport; & que l'ouverture de la ſeconde lentille *d*D*xy*, doit ſuivre ce même rapport, ſi les raions *x*B*x*, & *y*B*y*, doivent la rencontrer pour être amenés au point de l'axe *o*.

Si A*x* & A*y* ne repréſentent pas des objets terminés, ils repréſenteront les demi-diametres de l'eſpace circulaire, ou du champ apparent, que l'oeil placé en *o* découvrira à travers les deux lentilles; & l'eſpace circulaire formé par le demi-diametre A*y*, double de celui de A*x*, & vu ſous l'angle viſuel D*oy*, double de celui de D*ox*, ſera 4 fois plus grand, que celui qui ſera formé par le demi-diametre A*x*.

Le raion ZZZ étendroit le demi-diametre du champ apparent A*xy*, jusqu'en Z, & tranſmettroit l'image formée *xyz*, ſi trop divergent il ne paſſoit pas hors des limites de l'oculaire *d*D*xy*; il ſeroit par conſéquent néceſſaire d'étendre l'ouverture de l'oculaire jusqu'à la rencontre du raion en Z, pour lui faire ſubir la réfraction qui le ramene, au point *o*, à l'oeil; ou de ſoumettre le raion dans ſa route à des refractions qui le ramenent à l'oculaire, pour être diſpenſé d'augmenter ſon ouverture.

C'eſt

C'eſt le cas des lunettes, ſi l'on vouloit emploier des oculaires d'une ouverture exceſſive; leurs foyers ſeroient auſſi éloignés que ceux de l'objectif, & l'on n'auroit point de groſſiſſement. L'emploi de lentilles intermediaires collectives, qui font ſubir aux raions trop divergents, des réfractions convergentes, dans leur route, & les ramenent à la rencontre de l'oculaire, offre non ſeulement un remede à cet inconvénient: ces lentilles augmentent encore la multiplication, en conduiſant les raions de maniere que la derniere réfraction qu'ils ſubiſſent, en traverſant l'oculaire, les ramene plutôt à l'axe, rapproche le lieu de l'oeil, & forme l'angle viſuel plus ouvert. Une lentille d'un foyer déterminé, placée par exemple dans le lieu de l'image, dans la rencontre des foyers des deux lentilles, qui romproit les raions divergents, Z, vers un point de l'axe, dont la diſtance eſt égale, au produit du foyer de l'objectif, & du ſien, diviſés par leur différence, le rameneroit vers le point y, de l'oculaire; & la nouvelle réfraction qu'il y ſubit, le romproit plus près de l'oculaire, en M, à la moitié de la diſtance Do; le demi-diametre du champ apparent ſeroit augmenté de la diſtance yZ, & l'angle viſuel nouveau Dmy, plus ouvert ou plus grand, que le premier Doy, augmenteroit dans la même raiſon le groſſiſſement, parce que les objets ſont groſſis autant de fois que Doy, ou Dmy, ſont plus grands que l'angle A By. Il en réſulte que le lieu de l'oeil, le champ, & le groſſiſſement plus ou moins avantageux, ſont liés néceſſairement, & dépendent des mêmes principes du foyer & de l'ouverture de l'oculaire, & des lentilles intermédiaires qu'on emploie pour conduire les raions par des réfractions avantageuſes à l'oeil.

L'application du calcul développera abſolument ce cas, & ſervira de méthode pour les cas plus compliqués de plus de lentilles; voici le probleme.

La lunette étant formée de deux lentilles P P & Q Q, rangées ſur le même axe EO; trouver le champ apparent & le lieu de l'oeil o. Fig. 4.

Soit le demi-diametre de l'eſpace viſible Ee = e, l'image repréſentée dans le foier de l'objectif ſera Ff.

Le foier de l'objectif PP — — — — = p,
celui de l'oculaire QQ — — — — = q,
la diſtance de l'objet EA infinie = a,
la diſtance de l'image Ff du foier = α,
celle de l'image à la ſeconde lentille FB = b = q,
celle de l'oeil BO — — — — — = k.

$$p \text{ ſera} = \frac{a\alpha}{a - \alpha}, \quad \& \ Ff = \frac{\alpha e}{a}.$$

Ces quantités déterminées font voir d'abord, que l'ouverture de l'objectif PP ne contribue rien au champ apparent; il ne s'étend qu'au point e, qui eſt l'extreme de ceux qu'on peut appercevoir, par les raions qui traverſent le centre de l'objectif; & l'oeil n'a la viſion de la grandeur terminée de l'objet, que par ces raions terminateurs, correſpondants, qui forment l'image Ff.

On peut regarder par conſéquent l'ouverture de l'objectif PP, comme infiniment petite; & celle de l'oculaire QQ, étant dépendante de ſon foyer, ſon demi-diametre exprimé par θq, ſera = θb.

Le raion qui paſſe du point e, par le centre A, de l'objectif, rencontrera l'oculaire en Q, de ſorte que a: e = $a + b$: BQ;

$$\& \ BQ = \left(\frac{a + b}{a}\right) e.$$

Mais, ſi c'eſt le point extreme de l'objet qui puiſſe être vu; BQ ſera égal au demi-diametre de l'ouverture de l'oculaire QQ, qui eſt = θb, & par conſéquent le demi-diametre du champ apparent e, ſera = $\frac{\theta a b}{a + b}$, & $\frac{e}{a} = \frac{\theta b}{a + b}$.

Après avoir fixé les limites du champ apparent, il ſera aiſé de déterminer le lieu de l'oeil pour le découvrir. L'oculaire QQ repréſentera le point extreme e, de l'objet, dans la direction de la droite Bf, à une diſtance infinie; & le raion qui le tranſmet, en paſſant par l'oculaire

re au point Q, où il eſt rompu, rencontre l'axe en *o*, dans une direction parallele à la droite B*f*; de ſorte que F*f*: BF = BQ: BO; dont réſulte $BO = BQ\left(\frac{ab}{ae}\right) = \left(\frac{a+b}{a}\right)b$. C'eſt à dire que l'oeil, pour recevoir le raion du point extreme *e*, de l'objet, ou pour découvrir tout le champ apparent, doit être placé dans l'axe de l'oculaire BO, au point *o*; & ſa diſtance de l'oculaire QQ ſera

$$BO = K = \left(\frac{a+b}{a}\right)b, \quad \text{ou} \quad \frac{K}{b} = \frac{a+b}{a}.$$

Après avoir développé les principes généraux ſur lesquels les oculaires de lunettes doivent être arrangés, je tâcherai d'expoſer le point qui regarde la diverſe réfrangibilité dans ſa plus grande ſimplicité, dépouillé, autant qu'il eſt poſſible, du calcul, dont je me contenterai de marquer la marche & la ſuite qui mene à la ſolution du Probleme.

Je crois que l'idée juſte de la viſion à travers les lunettes, que j'ai tâché de développer, la détermine de la maniere ſuivante.

Lorsque l'objectif d'une lunette eſt abſolument exemt de la confuſion qui réſulte de la ſphéricité, ou au point que cette confuſion ne ſoit pas ſenſible pour l'oeil; l'arrangement convenable des oculaires, & la réfraction que ſubiſſent les raions en les traverſant, remédient à la diſperſion des raions colorés, & préſentent à l'oeil placé dans un point déterminé de l'axe de la lunette, l'image de l'objet nette, diſtincte & ſans couleurs. Les images colorées, formées par les ſept raions diverſement réfrangibles d'un objet, ou point lumineux, dont les raions traverſent un nombre de lentilles quelconque, ſeront rangées par un eſpace déterminé ſur une ligne droite, qui eſt l'axe commun des lentilles. Si l'oeil ſe trouve placé dans la continuation de cette même ligne, dans le point ou il apperçoit ces images ſous un même angle, il ne verra qu'un ſeul point, dans lequel toutes les images coloi ées lui ſeront repréſentées comme réunies, & l'effet de cette réunion ſera la repréſentation naturelle & diſtincte de l'objet ou du point lumineux.

Lorsque l'ordre troublé des images colorées, & multipliées à l'excés, ſera diſperſé hors de la direction de l'axe, par la ſphéricité & l'ouverture des lentilles; ou que l'oeil placé hors de la direction de la droite, apperçoit cette file d'images de biais; il verra dans le premier cas, une image confuſe, enveloppée de couleurs, & dans le ſecond une baſe colorée, d'autant plus longue que la direction de l'oeil ſera différente de celle des images. Je développerai le cas d'une ſeule lentille, & le probleme ſeroit; Fixer le lieu de l'oeil lorsqu'il regarde un objet à travers une ſeule lentille pour le voir ſans aucune confuſion de couleurs.

Fig. 5.

Soit l'objet Ee = — — — — = e,
la diſtance de la lentille EA — — — = a,
le foier de la lentille, qui répond aux raions moiens — = p,
la diſtance de l'image AF — — — = α,
ſoit le lieu de l'oeil qu'on cherche — — = θ,
la diſtance derriere la lentille $A\theta$ — — = k,

$$p. \text{ ſera} = \frac{a\alpha}{a + \alpha}, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{p} = \frac{1}{a} \times \frac{1}{\alpha};$$

& l'image Ff — — — — — = αe.

Comme OF eſt = $k - \alpha$, l'oeil verra l'image de l'objet du point e, dans la droite of, par le raion terminateur ou formateur de l'image efo, qui forme avec l'axe de la lentille l'angle Fof, dont la tangente eſt = $\frac{\alpha e}{a(k - \alpha)}$; en ſuppoſant que ce point ſoit l'image des raions moiens.

Cet angle doit reſter le même malgré le changement que peuvent produire dans le foyer p, les raions extremes rouges & violets, en l'augmentant ou le diminuant.

Dans le cas préſent en faiſant varier la quantité p, la diſtance α varie auſſi; mais, comme la diſtance a eſt invariable, la quantité

α

$\frac{\alpha}{\alpha(k-\alpha)}$, ou ſa renverſée $\frac{\alpha k}{\alpha} -$ reſtera la même; dont s'enſuit $\frac{\alpha k - \alpha\alpha}{\alpha\alpha} = 0$, & par conſéquent $k = 0$, ou zéro.

Le lieu de l'oeil pour ne pas ſentir l'effet de la diverſe réfrangibilité, ſera immédiatement derriere la lentille.

Pour appliquer l'analyſe aux cas plus compliqués de pluſieurs lentilles, la premiere conſidération qui ſe préſente, c'eſt celle de la diſtance du foyer de chaque lentille, comme une quantité variable, par les divers foyers que forment les raions colorés.

Ces variations étant proportionelles à la diſtance du foyer des raions moiens qui eſt celui de la lentille, il ſera aiſé, lorsqu'on le connoit, de déterminer les variations, ou les foyers des raions extremes qui ſubiſſent une plus grande ou moindre réfraction.

Si le foyer des raions moiens, ou d'une lentille, eſt $= p$, & celui des raions extremes $= s$; celui des rouges ſera $= p + \frac{1}{ss}p$, & celui des violets $= p - \frac{1}{ss}p$;

Pour appliquer la haute analyſe, la petiteſſe de cette différence de $\frac{1}{ss}p$, peut la faire conſidérer comme la différentielle de p & dp, & ſera par conſéquent $= \lambda p$, en exprimant la fraction $\frac{1}{ss}$ par le caractere λ qui peut être poſitif & négatif. Le nombre, la diſtance des lentilles & celle de leurs images, étant fixés; M. Euler développe leurs expreſſions & celle du changement que produit la variabilité de la réfraction dans le lieu & la grandeur de la derniere image L/, qui forme l'objet immédiat de la viſion. Fig. 6.

Ayant déterminé ces valeurs différentielles, en donnant à la lettre λ toutes les valeurs compriſes entre les limites $+\frac{1}{ss}$, & $-\frac{1}{ss}$; les images des divers raions, ſeront diſperſées des deux côtés de l'image moienne ſur l'eſpace LL, qui ſe trouve en poſant $\lambda = \frac{2}{ss}$ dans l'expreſſion de dE.

Toutes ces images étant terminées par la droite bl, qui, prolongée, coupera l'axe des lentilles ſous un angle dont la tangente étant déterminée, fixe ce point $= \sim$, & la diſtance L$\sim$.

La ſolution parfaite du probleme ſeroit de réunir les images rangées à la diſtance LL dans une ſeule, c'eſt à dire que dE & $\frac{dV}{V}$ devint égal à zero.

La diſtance infinie ou aſſez éloignée de l'image, qu'exigent une bonne vue & les presbytes, rend cette ſolution impoſſible, l'eſpace LL qu'occupent les images, ni ſon rapport à la diſtance entiere $EL = E$, ne ſauroient être réduits à zero; dE étant $= \infty$, & par conſéquent $\lambda(E + SEE) = \lambda E\left(\frac{1 + SE}{ee}\right)$; la quantité S poſitive, & plus grande que la diſtance des deux dernieres lentilles $\delta + e$, devroit être $= o$, ce qui eſt impoſſible; & les quantités dE, $\frac{dE}{E}$, & $\lambda\left(\frac{1 + SE}{ee}\right)$ ne ſauroient le devenir par conſéquent non plus.

La ſolution parfaite du probleme ſeroit poſſible pour les yeux abſolument Myopes, qui peut-être n'exiſtent pas, dont la vue donne la quantité E négative; $E = Ee$ donne $e = -SE$, ou $E = -SEE$, & la quantité $\frac{dV}{V}$ de même $= o$.

Cette

Cette ſolution pourroit avoir lieu, auſſitôt que la lunette eſt formée de plus de deux lentilles; mais le développement de trois, fait voir déjà que, pour être exemtes abſolument de toute confuſion, elles auroient d'autres défauts; qu'elles groſſiroient peu, n'auroient point de champ, & ſeroient très longues.

Mais le probleme admet une ſolution non moins avantageuſe; l'oeil placé dans le point ⚓ où le raion terminateur des images coupe l'axe, verra toutes les images terminées par le raion /A/, repréſentées comme réunies dans une ſeule, & ne ſentira par conſéquent aucune confuſion. Pour fixer ce point, il faut avoir égard outre cela, que l'oeil ſoit placé de maniere, que cet angle viſuel lui faſſe découvrir le champ apparent, le plus grand, avec une augmentation avantageuſe de la multiplication. Fig. 7.

En conſervant les mêmes dénominateurs précédents pour les foyers des lentilles; l'angle viſuel de l'objet duquel dépend le champ apparent $oAo = \frac{o}{a}$, marque la partie vue de l'objet $oo = \Phi$, donne les expreſſion des images, & détermine l'ouverture des lentilles néceſſaire pour faire venir à l'oeil le raion viſuel; points qui forment les éléments du calcul.

L'ouverture des oculaires aiant un rapport fixé, par la courbure de leurs faces ſphériques avec leurs foyers, qui pour les lentilles également convexes peut être $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$ de foyer même, & doit être moindre pour celles dont les faces ſont inégales; l'introduction des caracteres $\pi' \pi'' \pi'''$, qui expriment ces fractions, à la place des lettres qui repréſentoient l'ouverture de chaque lentille, rend le calcul plus aiſé & conduit, au lieu des expreſſions compliquées & embarraſſantes, aux formules ſimples & claires que M. Euler rapporte.

Le groſſiſſement égal à la multiplication de l'angle $oAo = \Phi$, produite par l'angle viſuel $E\omega\tau$, étant $= \mathfrak{m}$, qui aura une valeur négative lorsque la repréſentation ſera renverſée, donne les formules ſuivantes ſelon le nombre des lentilles, qui forment la lunette.

I) *Pour deux lentilles.*

1) La multiplication ſera $\pi - \varphi = -\mathfrak{m}\varphi$.

2) & par conſéquent le champ apparent $\varphi = \frac{-\pi}{\mathfrak{m}-1}$.

3) La diſtance de l'oeil à l'oculaire

$$Bq = \frac{\mathfrak{B}b\pi}{\pi-\varphi} = \frac{-\mathfrak{B}b\pi}{\mathfrak{m}\varphi}, \quad \text{ou } Bq = \frac{-A\mathfrak{B}a\pi}{\mathfrak{m}(\mathfrak{B}\pi-\varphi)}.$$

4) Pour rendre inſenſible la diverſe réfrangibilité, il faut rendre

$$\frac{\pi}{\mathfrak{B}\pi-\varphi} = 0.$$

II) *Pour 3 lentilles.*

1) La multiplication ſera $\pi' - \pi + \varphi = \mathfrak{m}\varphi$.

2) Le champ apparent $\varphi = \frac{\pi'-\pi}{\mathfrak{m}-1}$.

3) La diſtance de l'oeil

$$Cr = \frac{\mathfrak{B}c\pi'}{\pi'-\pi+\varphi} = \frac{\mathfrak{B}c\pi'}{\mathfrak{m}\varphi} = Cr = \frac{AB\mathfrak{B}a\pi'}{\mathfrak{m}(\mathfrak{B}\pi'-\pi+\varphi)}.$$

4) Pour rendre inſenſible la diverſe réfrangibilité, il faut rendre

$$\frac{\pi}{\mathfrak{B}\pi-\varphi} + \frac{\pi'}{\mathfrak{B}\pi'-\pi+\varphi} = 0.$$

III) *Pour 4 lentilles.*

1) La multiplication ſera $\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = \mathfrak{m}\varphi$.

2) Le champ apparent $\varphi = \frac{-\pi''+\pi'-\pi}{\mathfrak{m}-1}$.

3) La diſtance de l'oeil

$$Ds = \frac{\mathfrak{D}A\pi''}{\pi''-\pi'+\pi-\varphi} = \frac{-\mathfrak{D}A\pi''}{\mathfrak{m}\varphi} = \frac{-ABC\mathfrak{D}a\pi''}{\mathfrak{m}(\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\varphi)}.$$

4)

4) Pour rendre inſenſible la diverſe réfrangibilité, il faut rendre

$$\frac{\pi}{\mathfrak{B}\pi-\varphi}+\frac{\pi'}{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\varphi}+\frac{\pi}{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\varphi}=0.$$

IV) *Pour 5 lentilles.*

1) La multiplication ſera $\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi=+m\varphi$.

2) Le champ apparent $\frac{\varphi=\pi'''-\pi''-\pi'-\pi}{m-1}$.

3) La diſtance de l'oeil à l'oculaire

$$Et=\frac{\mathfrak{E}e\pi'''}{m\varphi}=\frac{ABCD\mathfrak{E}a\pi'''}{m(\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi)}.$$

4) Pour rendre inſenſible la diverſe réfrangibilité, il faut rendre;

$$\frac{\pi}{\mathfrak{E}\pi\varphi}+\frac{\pi'}{\mathfrak{B}\pi'-\pi+\varphi}+\frac{\pi''}{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\varphi}+\frac{\pi'''}{\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi}=0.$$

Le Mémoire cité de M. Euler, dans lequel ces formules, en y faiſant entrer celles qui déterminent la clarté néceſſaire, &c. ſont appliquées aux cas de plus de lentilles, diſpenſe de les continuer ici.

1) Il réſulte de ce calcul, que, pour le même groſſiſſement, l'effet de la réfrangibilité peut varier à l'infini, ſelon le nombre & l'arrangement des lentilles.

2) Que pour les myopes il ſeroit poſſible, en réuniſſant toutes les images dans la derniere, qui forme l'objet de la viſion, de la former auſſi nette & diſtincte que ſi elle étoit repréſentée par un miroir.

3) Que ce n'eſt pas la réfrangibilité, mais la ſphéricité & l'ouverture des lentilles, qui ſont la cauſe de l'imperfection des lunettes.

4) Que leur perfection dépend d'un objectif exemt abſolument de la confuſion de la ſphéricité, dont l'ouverture ſans bornes n'en met plus à la clarté & à la multiplication.

5) Que la diverſe réfrangibilité n'eſt alors pas à craindre.
6) Qu'elle trouve le remede dans l'arrangement des oculaires, qui doit être tel qu'en même tems ils procurent
7) le champ apparent le plus grand & la multiplication la plus avantageuſe, par leur nombre, la diſpoſition & l'ouverture des oculaires.

L'illuſtre Newton, après avoir fait voir l'effet étrange de la réfrangibilité, tâche de repondre à l'objection qu'il ſe fait à lui même.
P. 115. Si les erreurs cauſées par la différente réfrangibilité des raions, ſont ſi conſidérables; j'ajouterai, & d'autant plus grandes que les lunettes ſont longues; d'où vient, direz-vous, que les objets paroiſſent ſi diſtinctement au travers des Téleſcopes, & j'ajouterai encore; d'où vient qu'on trouve pourtant de bonnes lunettes, qui ne font abſolument pas remarquer ce défaut. C'eſt parce que *) les raions errans répond-il, bien loin d'être diſperſés uniformement ſur tout cet eſpace circulaire, ſont raſſemblés d'une maniere infiniment plus denſe dans le centre, que dans une autre partie du cercle; & parce que, du centre à la circonférence, ils deviennent toujours plus rares juſq'à l'être infiniment à la circonférence; & qu'à cauſe de leur rareté, ils ne ſont pas aſſez forts pour être viſibles, hormis dans le centre & tout auprès.

Je rapporte ce paſſage mot à mot d'après l'original & d'après la traduction de Mr. Coſte.

Je ſuis fort éloigné de rien décider ſur la clarté & la juſteſſe de cette idée de la viſion; à la prendre dans le ſens le plus intelligible, elle ſeroit la réfutation la plus complette de toute la ſeptieme Propoſition; les lunettes ſeroient parfaites, & la réfrangibilité ne ſeroit qu'un fantôme. Je remarquerai ſeulement que l'expérience dont elle réſulte, eſt dans le cas de la précédente; elle ne tend qu'à déterminer la grandeur

P. 80. *) *Reſpondeo, hoc ita ſe habere, quia radii errantes non uniformiter per totum id rotundum ſpatium diffuſi ſunt; ſed in centrum infinito, quam in aliam ullam circuli partem, denſius collecti ſunt; a centro autem ad usque circonferentiam rarefcunt continuo, donec in ipſa tandem circonferentia infinite rari evadunt; & propter raritatem iſtam, minus fortes ſunt, quam ut ſenſu percipi poſſint, niſi in ipſo centro, aut propius ab eo.*

deur du point lumineux, que les raions ſolaires forment dans le foyer d'une lentille, & qui eſt regardé comme une image formée abſolument par la diverſe réfrangibilité; pendant qu'il s'agit ici de la conſidération des images des objets diſperſées par les raions colorés, & de leur repréſentation à travers toutes les lentilles qui forment les lunettes.

En conſidérant les raions ſolaires dans leur paſſage à travers une lentille, & en recevant ſur un plan ces raions tranſmis; le cercle lumineux le plus petit dans ſon foyer eſt celui où tous les raions ſe coupent, & ſelon la loi de l'illuſtre Newton du mêlange de toutes les couleurs, il doit être d'un blanc éclatant.

Lorsqu'on éloignera le plan de la lentille, en l'approchant du foyer *e*, des raions jaunes & rouges les moins réfrangibles; ce cercle lumineux doit augmenter en grandeur, & prendre une teinture plus forte du jaune & du rouge; dont les raions ſont au point de la plus grande convergence, & les raions les plus réfrangibles, le violet, l'indigo, le bleu &c. étant déjà d'une divergence extreme, qui les ſépare, l'environneront en conſéquence de leur direction divergente, & ne ſauroient exciter, par conſéquent, qu'une ſenſation très foible. En ſuppoſant le plan préciſément dans le foyer *e*, des raions rouges; le cercle lumineux doit être le plus grand, & ne doit être formé que des cercles concentriques de toutes les couleurs ſéparées, le centre étant un point rouge entouré d'un cercle orangé; celui-ci d'un cercle jaune &c. Lorsqu'on approche le plan du foyer *d*; le cercle lumineux formé de tous les raions mêlés, & à peu près d'un même degré de convergence, doit conſerver toujours la couleur blanche; mais il doit augmenter en grandeur, à meſure qu'on l'approche, & le blanc doit devenir plus foible. Voici je crois ce qui peut réſulter de cette expérience pour l'éclairciſſement de la viſion.

L'illuſtre Newton, pour l'expliquer, fait remarquer d'abord la propriété des raions colorés, d'affecter différemment l'organe de la vue.

Le jaune & l'orangé le font avec une force infiniment ſupérieure à celle de tous les autres raions, plus fortement que tous les autres enſemble.

Le rouge & le verd ont plus de force que les autres.

Le bleu eſt une couleur très foible en comparaiſon des précédentes. L'indigo & le violet ſont encore plus obſcurs & foibles; de ſorte que, comparés aux autres couleurs, ils ne méritent pas beaucoup d'attention.

Je crois qu'il falloit dire & prouver en général, qu'ils n'excitent aucune ſenſation; c'eſt-à-dire dans le cas qu'il ſuppoſe, en recevant ſur le plan le cercle lumineux dans le foyer des raions jaunes.

Je demanderois dans ce cas, d'où vient que l'image des raions ſolaires a la couleur qui doit réſulter du mêlange de tous les raions, & que les objets, que l'oeil voit indigos & violets, ſont tous préciſément de même à travers les lunettes. Si les raions, par leurs différentes vibrations ou maſſes, affectent le ſens de la vue avec une force différente, ce n'eſt pas pour s'entredétruire, non plus que les ſons graves & aigus: l'oeil apperçoit auſſi diſtinctement le violet que le rouge & le jaune.

Après avoir établi le principe d'une force infiniment différente, avec laquelle les couleurs produiſent la viſion; il partage l'image lumineuſe, pour déterminer la denſité & la rareté de la lumiere, en deux cercles concentriques, qu'il détermine de la maniere ſuivante. Si le diametre du petit cercle eſt la cinquieme partie du diametre du grand cercle; toute la lumiere au dedans du petit cercle ſera à toute la lumiere du grand cercle comme 9 à 25.

Cette proportion n'eſt vraie que pour le cercle lumineux placé dans le foier des raions jaunes; mais elle ſera différente, ſelon qu'il ſera placé & formé d'une maniere différente.

D'où il s'enſuit évidemment, dit-il, que la lumiere qui eſt au dedans du petit cercle, doit frapper les yeux plus fortement, que cette lumiere foible & vague, diſperſée dans la circonférence du grand cercle.

Sans

Sans doute, parce que les raions jaunes orangés & rouges qui tombent dans le petit cercle ſont au point de la plus grande convergence, où ils forment l'image, & que les autres au contraire divergent au point qu'ils n'en forment plus.

Il prétend enſuite, qu'il ne faut pas placer les images des objets dans le foyer des raions de moyenne réfrangibilité, qui ſont ſur les confins du verd & du bleu, mais dans le foyer des raions qui ſont au millieu de l'orangé & du jaune, dans l'endroit où la couleur eſt la plus lumineuſe & la plus brillante; c'eſt-à-dire dans le jaune le plus éclatant, qui approche plus de l'orangé que du verd; Et que c'eſt par la réfraction de ces raions, dont les ſinus d'incidence & de réfraction de l'air dans le verre ſont comme 17 à 11, qu'il faut meſurer la réfraction du verre & du criſtal pour les uſages optiques. Il me paroit, qu'il ſuffit de conſidérer les raions dans leur paſſage à travers une lentille, formant les foyers colorés, pour ſe convaincre;

1) que le plus petit cercle lumineux, ou de la moindre diffuſion, formé par tous les raions dans le point où ils ſe coupent, coïncide avec le foyer des raions de moienne réfrangibilité.

2) que le cercle lumineux que l'illuſtre Newton réduit à la 250me partie de l'ouverture de la lentille, n'eſt que le foyer des raions jaunes, orangés & rouges, mêlé & entouré des autres couleurs ſéparée en cercles concentriques; & qu'il auroit dépendu de lui, de le placer abſolument dans le foyer des raions rouges, où il ne doit être qu'un point, entouré des cercles de toutes les autres couleurs; mais alors ce point étant comme zéro à l'ouverture de la lentille, auroit réduit à rien la confuſion de la réfrangibilité.

L'image de l'objet, étant placé dans le foier des raions orangés, tout le jaune, l'orangé, & les trois cinquiemes de la moitié la plus brillante du rouge, voiſine immédiate de l'orangé, & de la moitié la plus brillante du verd, qui ſuit le jaune; tomberont dans un cercle dont le diametre eſt environ la 250me partie de celui de la lentille.

Deux cinquiemes de la moitié la plus brillante du rouge & du verd tomberont hors de ce cercle tout à l'entour, & deviendront trois fois plus rares.

De l'autre moitié du rouge & du verd foncé $\frac{1}{4}$ tombera dans le ſecond cercle; les trois autres ſe diſperſeront dehors par un eſpace 4 ou 5 fois plus grand, & deviendront 30 ou 40 fois plus rares. La lumiere de ces couleurs obſcures & ſombres par elles-mêmes raréfiée à un ſi grand degré ne ſera plus en état de frapper l'organe de la vue; Et les trois autres couleurs le bleu, l'indigo & le violet, plus ſombres & obſcures encore, & raréfiées infiniment, ſeront à regarder comme non exiſtantes. Car la lumiere denſe & éclatante renfermée dans le cercle, obſcurcira la lumiere rare & foible de ces couleurs obſcures, qui ſont autour de ce cercle, & les rendra presque inſenſibles.

Tout cela eſt vrai pour le cas particulier du cercle lumineux, placé & conſidéré dans le foyer des raions jaunes; mais ne prouve rien au delà. On croiroit, la moitié des couleurs étant anéantie, que toute la nature devroit paroitre en jaune à travers les lunettes; heureuſement repréſentent-elles les objets avec les mêmes couleurs qu'ils ſont vus de l'oeil. Mais, ſuppoſé que cette denſité & rareté des raions ſoit vraie exactement, que prouveroit-on par là? Une force différente dont les raions colorés ſont doués, & avec laquelle, en affectant le ſens de la vue, ils excitent la ſenſation des couleurs; propriété que leur différente réfrangibilité & réflectibilité prouvoit déjà ſans replique. Mais il s'agiſſoit ici d'expliquer la repréſentation des objets & de leurs images à travers pluſieurs lentilles; enſuite, pourquoi une lunette conſtruite avec intelligence, repréſente diſtinctement, pendant qu'une autre enveloppe les objets des couleurs, & pourquoi cela arrive avec la même lunette, ſelon que l'oeil change de place.

L'illuſtre Newton avoit ſuppoſé ou établi d'abord, que le jaune & l'orangé tombent dans un petit cercle, dont le diametre eſt égal à la 250me partie de celui de l'ouverture de l'objectif, & que ce cercle lumineux eſt l'image réfrangible; il le déduit encore ici, comme une conſéquence néceſſaire, dont il ne ſe met pas en peine d'énoncer le prin-

principe. Ainſi l'image ſenſible d'un point lumineux, dit-il, eſt à peine plus large qu'un cercle dont le diametre & la 250me partie du diametre de l'ouverture du verre objectif d'un bon Téleſcope; ou n'eſt pas de beaucoup plus large, ſi vous en exceptez une lumiere nébuleuſe foible & obſcure qui eſt autour, à laquelle un ſpectateur ne fera aucune attention.

Si cette image eſt comme 55, formée par tous les raions dans le foyer des raions moiens, où tous les raions ſe coupent, elle diminuera à meſure qu'on l'approchera du foyer des raions rouges, juſqu'à être comme zéro; mais ce ne ſera plus l'image de tous les raions, mais des rouges abſolument; au lieu qu'elle deviendra plus grande & plus foible à meſure qu'on l'approchera du foyer des raions violets, parce que elle ſera formée par tous les raions qui n'ont pas le degré néceſſaire de convergence.

L'illuſtre Newton cite enfin l'expérience à laquelle il prétend que cette image réduite à la 250me partie de l'ouverture de l'objectif eſt conforme. Dans un Téleſcope de 100 pieds de longueur & de 4 pouces d'ouverture, cette image n'excédera par conſéquent point 2″, 45‴, ou 3″; & celle d'une lunette de 20 ou 30 pieds & de 3 pouces d'ouverture, n'occupera que 5″ ou 6″.

Ce qui eſt d'accord avec l'expérience des Aſtronomes, qui ont trouvé, que les lunettes de 20 à 60 pieds donnent le diametre des étoiles fixes de 5″, 6″, ou tout au plus de 8 à 10 ſecondes.

Il me ſera permis de demander ſi la théorie & l'expérience ſont d'accord, que les lunettes, lorsque l'ouverture des objectifs eſt dans les juſtes bornes, repréſentent également bien, quelleque ſoit leur longueur, de 20, 30, 60 ou 100 pieds; que devient la réfrangibilité?

L'illuſtre Newton ajoute; & lorsqu'on enfume ſuffiſamment l'objectif, pour empêcher le paſſage de cette foible lumiere qui paroit dans la circonférence de l'étoile; elle ne paroitra plus qu'un point Mathématique.

C'eſt par cette raiſon enfin que la lumiere irréguliere, qui ſe fait voir dans la circonférence de tout point lumineux, doit être moins vi-

viſible par les lunettes courtes, que par les longues, parce qu'elles tranſmettent moins de lumiere à l'oeil.

Tout cela eſt vrai lorsque la lunette eſt bonne; ſi elle repréſentoit confuſément, il ne ſerviroit à rien de l'enfumer; il me paroit outre cela qu'on n'enfume les objectifs, que pour amortir la trop grande clarté des corps celeſtes; & les objectifs hélioſcopes de verre colorés dont on ſe ſervoit en Allemagne pour les obſervations celeſtes dans le ſiecle paſſé, ſeroient infiniment préférables à ce qu'il me paroit aux verres enfumés, mais l'Aſtronome prouve démonſtrativement l'effet de la confuſion, qui réſulte de l'ouverture & décide de celui de la réfrangibilité, lorsqu'il eſt obligé de rétrécir l'ouverture en couvrant l'objectif, pour ne recevoir que les raions qui paſſent le plus près du centre. Une lunette longue produit plus de confuſion qu'une courte, parce que celle de la réfrangibilité augmente en raiſon des longueurs; mais point du tout parce que la lunette courte tranſmet moins de lumiere. La clarté ne dépend pas de la longueur des lunettes; mais de l'ouverture de l'objectif. Et ſi la longueur y entre pour quelque choſe, une lunette longue doit faire perdre plus de raions & tranſmettre moins de lumiere qu'une courte; l'ouverture des objectifs étant ſuppoſée la même.

Je viens à la concluſion de l'illuſtre Newton, telle qu'il l'énonce lui-même. Suppoſé que l'image ſenſible d'un point lumineux ſoit même 250 fois moins large que l'ouverture du verre, (il paroit en douter l'aiant portée d'abord à 55;) cette image ne laiſſeroit pas d'être encore plus grande qu'elle ne le ſeroit ſi elle n'étoit groſſie que par la ſphéricité.

Car, n'étoit la différente réfrangibilité des raions, ſa largeur dans un Téleſcope de 100 pieds dont l'ouverture eſt de 4 pouces ne ſeroit que $\frac{1}{72000000}$ parties d'un pouce, comme il paroit par le calcul qui en a été fait ci deſſus; & par conſéquent, dans ce cas les plus grandes erreurs, cauſées par la ſphéricité du verre, ſeroient par rapport aux plus grandes & plus ſenſibles erreurs, cauſées par la différente refrangibilité des raions, comme $\frac{1}{72000000}$ par rapport à $\frac{1}{250}$

tout

tout au plus; c'eſt-à-dire comme 1 à 1200; ce qui fait aſſez voir que ce n'eſt pas la ſphéricité des verres, mais la différente réfrangibilité des raions, qui empêche la perfection des Téleſcopes.

Il ajoute enſuite, que, ſans cette différente réfrangibilité des raions, on pourroit rendre les lunettes beaucoup plus parfaites, avec des objectifs compoſés de deux lentilles, dont les faces extérieures ſeroient également convexes, & les intérieures également concaves, & dont l'entredeux ſeroit rempli d'eau.

Les réfractions des faces concaves corrigeront la confuſion qui réſulte de celle des faces convexes. Si le diametre de la ſphere des faces concaves B eſt à celui de la ſphere des faces convexes D, comme KK — KI: RK — RI, ou comme le quarré du ſinus de l'incidence du raion de l'eau dans l'air, moins le produit de ce ſinus & de celui de l'incidence du raion du verre dans l'eau, eſt au produit du ſinus de l'angle de réfraction du raion de l'eau dans l'air, & de celui de ſon angle de réfraction du verre dans l'eau, moins le produit du ſinus de l'angle de réfraction du raion de l'eau dans l'air, & du ſinus de l'angle d'incidence du raion du verre dans l'eau. Il eſt fâcheux qu'il ne donne pas la démonſtration de cette conſtruction admirable, dont la découverte ne ſeroit pas inférieure à celle de la réfrangibilité, & qu'il ne s'explique pas s'il l'a fait exécuter.

Il paroit que la prévention favorable pour l'importance de la réfrangibilité par rapport aux lunettes, ne lui a pas permis ſeulement d'en avoir l'idée, parce qu'il comptoit pour rien d'avoir des objectifs exemts de la confuſion de la ſphéricité, qui, infiniment petite, portoit peu de préjudice à la perfection des lunettes; & il paroit n'avoir pas le moindre doute ſur le ſuccès de ſa lentille. Ce ſeroit là un moyen, dit-il, de rendre les Téleſcopes aſſez parfaits, n'étoit la différente réfrangibilite des diverſes ſortes de raions.

Mais, à cauſe de cette différente réfrangibilité, je ne vois point encore qu'on puiſſe, par le ſeul ſecours des réfractions, autrement perfectionner les Téleſcopes qu'en augmentant leurs longueurs.

On ne s'attendroit pas à cette déciſion, qui renverſe toute la propoſition; & on ne croiroit pas que l'illuſtre Newton pût tomber dans une contradiction auſſi ouverte avec lui-même & avec ſes principes. S'il eſt vrai, que la confuſion exceſſive de la réfrangibilité eſt la cauſe irrémediable de l'imperfection des lunettes; & que cette cauſe eſt proportionelle dans les effets aux foyers des lentilles; elle doit manifeſter le trouble le plus funeſte pour la viſion, à meſure qu'on emploie des objectifs dont les foyers ſont plus éloignés; & il ſeroit abſurde d'augmenter la longueur des lunettes, pour augmenter le mal, & de prétendre y remédier en le portant à l'extreme; le remede au contraire ne pourroit être que dans leur raccourciſſement, avec lequel on diminueroit le mal au point qu'il ſeroit néceſſaire, ne pouvant pas le guérir.

Il me paroit que cette déciſion, pour être juſte & conforme à la vérité, ne ſauroit être énoncée que de la maniere ſuivante. L'expérience prouve, que la diverſe réfrangibilité ne trouble pas la viſion, quelleque ſoit la longueur des lunettes; lorsque dans la conſtruction l'ouverture de l'objectif, l'arrangement, les foyers des oculaires, & la place de l'oeil, ſont bien déterminés.

On apperçoit au contraire la confuſion la plus étrange, auſſitôt qu'on augmente l'ouverture des lentilles, reſſerrée dans les bornes les plus étroites, pour obtenir, avec le degré proportionnel de clarté, des groſſiſſements un peu conſidérables; & le ſeul remede qu'on a trouvé juſqu'à préſent, c'eſt l'augmentation de la longueur des lunettes, pour pouvoir emploier des objectifs d'une ouverture proportionnée à une multiplication donnée.

Donc, ce n'eſt pas la diverſe réfrangibilité, mais la confuſion ſphérique dépendante de l'ouverture des objectifs, qui eſt la cauſe de l'imperfection des lunettes, & à laquelle il faudroit tacher de remédier. J'ajouterai que le plus haut degré de perfection ſeroit ſans doute celui de délivrer les lunettes abſolument de l'un & de l'autre défaut, pour obtenir des objectifs d'une ouverture ſans bornes, qui ne formeroient qu'une ſeule & unique image dans leur foyer.

Il finit par faire connoître le Téleſcope à réflexion, qu'il dit avoir imaginé, ayant vu que la perfection des lunettes d'une longueur donnée, étoit une affaire déſeſpérée.

Le celebre Jacob Grégori l'avoit déjà trouvé avant lui, & fait connoître dans ſon *Optica promota* imprimée en 1663.

La grandeur qui paroit faire la baſe du caractere de l'illuſtre Newton, & qui tient eſſentiellement à une ame douée d'auſſi belles qualités que la ſienne, ne permet pas de croire qu'il en ait eu connoiſſance; Mais quels avantages ne devoit-on pas ſe promettre pour les ſciences, ſi, au lieu de déſeſperer de la poſſibilité de perfectionner les lunettes, il eût ſoumis a l'examen l'objectif qu'il regarde comme exemt de la confuſion de la ſphéricité.

Il paroit que la vérité ſe voile & ſe couvre, lorsque ſon diſciple favori quitte le flambeau de l'expérience, qui éclairoit tous ſes pas, & le quitte préciſément au moment où il importoit le plus de s'en ſervir.

Sa prévention nous a privé non ſeulement de ſes belles lumieres; elle paroit avoir arrêté encore depuis plus d'un demi-ſiecle toute recherche, ſur un des ſujets les plus intéreſſants pour les ſciences & pour les hommes en général.

L'amour propre mal-entendu eſt le partage des ames petites & bornées; l'homme renfermé dans la ſphere étroite des miſeres dont il s'occupe, les regarde comme des choſes de la plus grande importance, parce qu'il y tient & qu'il ne conçoit rien au delà.

Cette foibleſſe eſt inconnue à l'homme éclairé ſur le néant de la place qu'il occupe dans l'immenſité des êtres.

Mais, ſi le trop d'attachement à nous-mêmes peut mériter d'être excuſé, lorsque, joint a des idées dont l'importance & le grand intérêt nous occupe déjà: il nous ſurprend & nous entraine malgré nous; le Grand-Homme, dont j'ai cru devoir ſoumettre à l'examen un ſentiment, ou plutôt une prévention, qui paroit y tenir, & qui depuis lui ſuſpendoit les recherches les plus intéreſſantes; l'immor-

tel Newton, dis-je, doit être au deſſus de notre blâme, lorsqu'il s'arrête avec trop de complaiſance, à la découverte admirable qu'il venoit de faire, & néglige l'examen de ce qu'il croit lui être contraire.

Il nous apprend avec quelle attention nous devons veiller ſur nous-mêmes.

L'amour du vrai & du bien, ce reſſort puiſſant, le germe des vertus & des talents qu'on appelle l'amour de la gloire, eſt le principe de la perfectibilité dans l'homme; lorsqu'éclairé ſur ſa condition, il aſpire à la perfection, qui peut être le partage de la foibleſſe humaine, cherche la vérité en tout, & ne reſpire que le bien & les affections des êtres intelligens heureux, la bienveillance & la bonté.

Lorque cette belle lumiere s'éteint, nous ſommes le jouët de l'ignorance, d'une ambition monſtrueuſe, de l'erreur, d'une vanité imbecille & du trouble de toutes ces paſſions qui font de l'homme un furieux, miſérable & malheureux, ennemi de ſes ſemblables, & de tout ce qui l'environne.

DISSER-

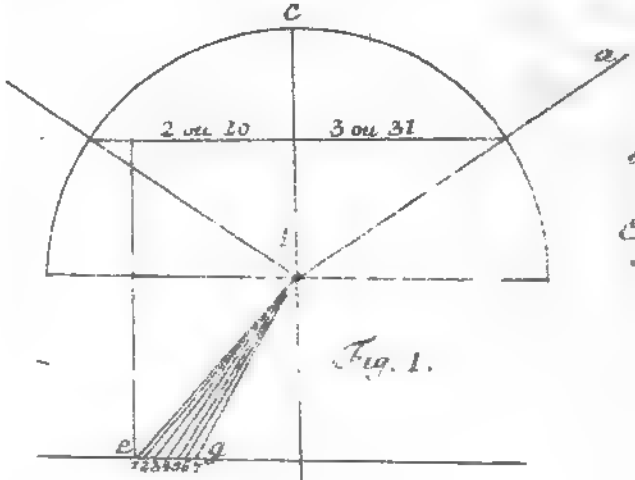


Fig. 1.

1. Rouge
2. Orange
3 Jaune
4 Verd
5. Bleu celeste
6. Indigo violet
7. Violet pourpre

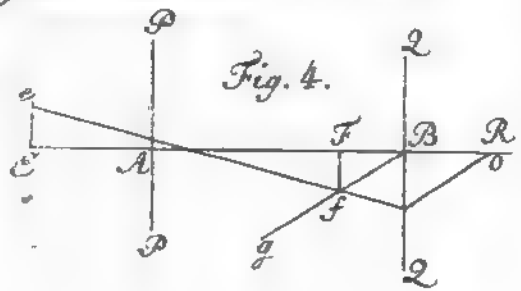


Fig. 4.

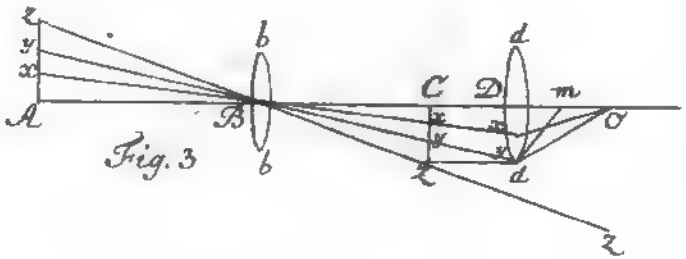


Fig. 3

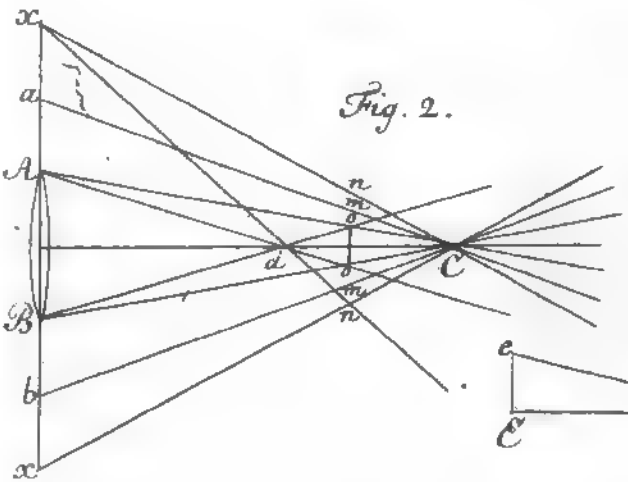


Fig. 2.

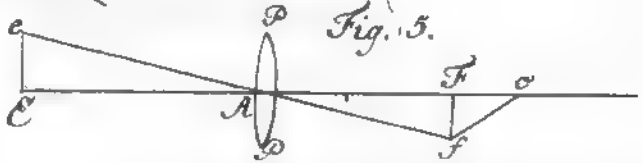
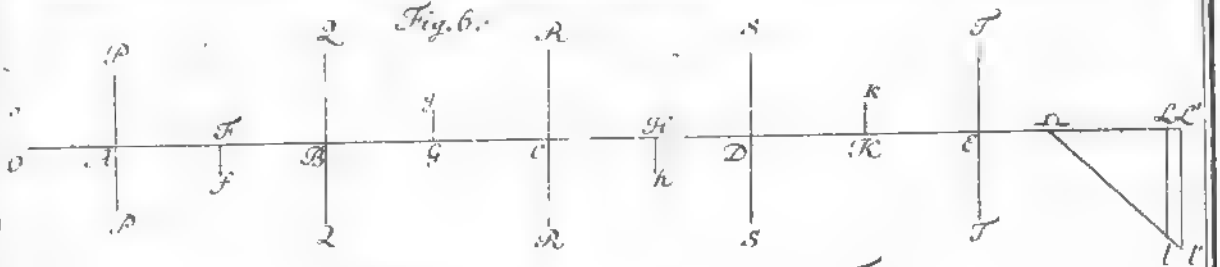
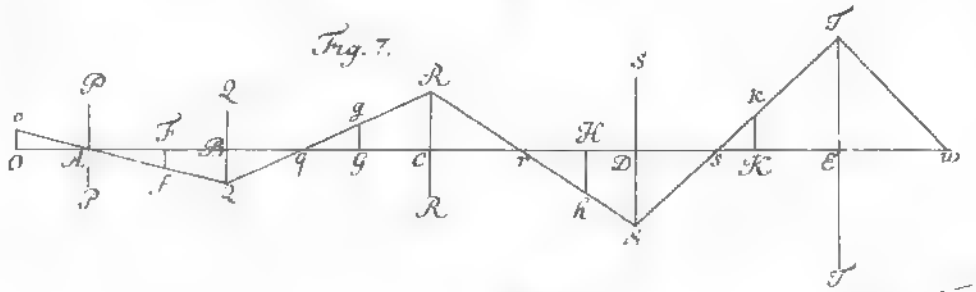
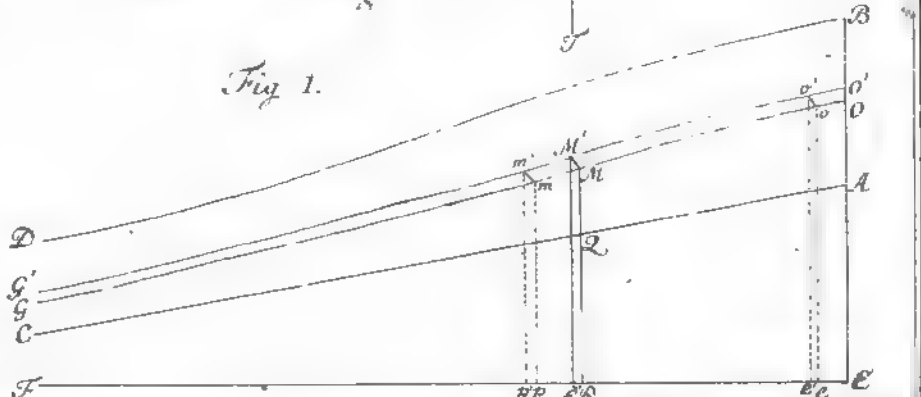


Fig. 5.

Mem. de l'Acad. 1760. Pl. 1 pag. 44.







Mem. de l'Acad. 1760. Pl. 2. pag. 44.

DISSERTATION

SUR

LE SEL TERRESTRE, MARIN ET COCTILE,

PAR M. DE FRANCHEVILLE.

Je me propoſe d'examiner ici le principe du ſel, de faire voir que celui qu'on tire de ſa propre mine, c'eſt à dire le ſel terreſtre, foſſile ou minéral, eſt la cauſe de la ſalure des eaux de ſources, ſans que celles-là contribuent en rien à la ſalure de celles-ci, comme quelques-uns l'ont penſé. Enfin, après avoir prouvé que ces trois ſortes de manieres de tirer du ſel étoient connues des anciens, j'en expliquerai le méchaniſme tel que les modernes l'ont perfectionné *a*).

§. I.

Du principe du Sel.

Le ſel conſidéré dans ſon principe eſt une ſubſtance acide *b*) ſi généralement répandue dans tous les corps, que l'on peut dire qu'elle entre pour beaucoup dans leur compoſition, puiſqu'ils fourniſſent tous du ſel lorsqu'ils ſont décompoſés par les opérations de la chymie.

La médecine en trouve de ſalutaires dans les plantes, dans les végétaux, dans l'homme même, & juſques dans les animaux.

Peu s'en faut que Becher *c*), Médecin de Spire, & Chambon, premier Médecin de Jean Sobieski, ne le regardent comme le premier principe de la Nature. Du moins tous les Phyſiciens modernes ne

a) Cette Diſſertation a été faite en 1743.

b) Acta erudit. an. 1683. p. 252.

c) Tripus hermetic.

lui refuſent-ils pas une place honorable dans les divers ſyſtemes qu'ils ont imaginés pour rendre raiſon de la formation des corps.

Lewenhoek prétend qu'il fait la liaiſon dans les pierres comme la chaux dans les bâtimens. M. Dufay *d*) en avoit trouvé dans la chaux même contre l'opinion commune des Chymiſtes. Les différentes analyſes des eaux minérales faites par Mſſrs. Dodart, Geoffroi, Boulduc, Bourdelin, Lemeri, Homberg & les autres, ont toutes donné une partie de ſel aſſez conſidérable. M. Hook *e*) en admet jusque dans l'air, prétendant que les parties terreſtres & aqueuſes ſont agitées par la matiere étherée, & que l'air en eſt une eſpece de teinture & de diſſolution de la nature du ſel.

En ſuppoſant, comme ces ſavans le font, que le ſel a tant de part à la conſtitution de la Nature, ils auroient du travailler en même tems à rendre raiſon de ſa propre origine: mais, contens de trouver ce corps déjà formé, ils n'ont point été au delà. A leur exemple je partirai de ce point, laiſſant à d'autres la gloire d'établir une hypotheſe capable de développer le méchaniſme de ſa formation, & d'expliquer l'admirable variété de toutes les qualités qu'il renferme.

§. II.

Le ſel terreſtre, foſſile & minéral, eſt la cauſe de la ſalure des eaux de mer & des eaux de ſources, ſans que celles-là contribuent en rien à la ſalure de celles-ci.

Les Philoſophes ne ſont pas d'accord entr'eux ſur l'origine des ſources. Mais par rapport à la queſtion qui ſe préſente: Qu'elles ſoient formées par la circulation des eaux de la mer ou par les pluies, ou par les vapeurs de la terre: peu m'importe: de quelque maniere qu'elles naiſſent, elles doivent être d'une qualité ſemblable à peu de choſe près, à moins qu'elles ne trouvent en chemin quelque principe qui les altere. Car, ſi l'on ſuppoſe que leur ſalure vienne de la mer, comment ſe fera-t-il que des ſources qui en ſont voiſines donnent une

d) Mém. de l'Acad. des ſcienc. 1724. p. 88. & ſuiv.
e) Microg. p. 13.

une eau parfaitement douce, quand d'autres n'auront point dépoſé leur ſel en ſe filtrant au travers des terres dans le trajet immenſe qu'elles ont du faire? Et de plus comment ſeroit-il poſſible que ces eaux de la mer ſe mêlant ſans ceſſe avec les eaux douces d'une infinité de fleuves qui s'y déchargent, ne perdiſſent pas peu à peu toute leur ſalure naturelle, s'il n'y avoit dans la mer qu'un certain volume d'eau qui auroit été créé ſalé, comme il faudroit le ſuppoſer en n'admettant aucun principe ſalant, diſtinct & ſéparé de cette eau, ainſi que l'Auteur du Spectacle de la Nature ſemble l'avoir penſé, lorsqu'il dit que Dieu a ainſi créé ces eaux onctueuſes & ſalées pour en empêcher la corruption & conſerver la vie aux poiſſons.

Mais il eſt indubitable que cette ſalure a ſon principe dans les entrailles de la terre par les mines de ſel foſſile qui y ſont renfermées *f*). Ce ſel eſt de pluſieurs eſpeces qui ſont le ſel gemme, le ſalpêtre, le vitriol, l'alun, le borax & le ſel ammoniac. On les diſtingue par les figures différentes qu'ils ont dans leurs criſtalliſations: Le ſel gemme étant en quarrés longs, le ſalpêtre en longues aiguilles, le vitriol en hexagones, l'alun en triangles à pointes abatues, le borax en ovales applatis, & le ſel ammoniac en aiguilles branchues. Cependant, quand on examine de près ces configurations, on voit qu'elles ne ſont point les figures propres de ces ſels ni des acides qu'on en diſtille, & qu'elles doivent être attribuées plutôt aux alcalis ſalins, terreux ou métalliques, qu'ils ont diſſous & qui leur ſervent de baſe. Sur quoi l'on a fait une remarque aſſez particuliere par rapport à la formation de l'alun. Il y a dans l'Iſle de Milo, l'une de l'Archipel, des Marais ſalans à deux milles de la ville tout au fond de la rade. Pendant l'hiver, l'eau de la mer remplit les reſervoirs de ces marais, & dans les grandes chaleurs le ſel s'y criſtalliſe. On trouva dans la même iſle des mines de fer & de ſoufre. Et comme on dit que la matiere ferrugineuſe mêlée de ſoufre & mouillée d'eau marine s'enflâme, on prétend que l'alun que cette iſle produit auſſi en abondance, ne s'y

f) Homberg *Eſſ. de Chym.* Art. 2. dans les Mém. de l'Acad. an. 1702. p. 44. *Acta erudit.* p. 93. 235. & *Suppl.* p. 104.

s'y forme que parce que la mer s'engoufre dans pluſieurs canaux par le moien desquels le ſel marin eſt dépoſé dans toutes leurs cavités; & là le feu que l'eau marine allume dans quelques-unes des mines de fer & de ſoufre fait ſéparer du ſel un alcali qui devient le germe & la baſe de l'alun. De là l'on conclud que, quelque différence qu'on remarque dans les différens ſels minéraux, ils viennent originairement du même principe, qui eſt celui du ſel gemme plus ou moins modifié. Ce ſel eſt ainſi appellé à cauſe de ſa tranſparence: on le trouve communément dans les environs des mines métalliques. Il contient en lui-même l'eſſence ſéminale de tous les autres qui n'en ſont qu'une émanation. Il ſe forme des vapeurs de la terre & des parties d'air & d'eau que fixe la chaleur centrale. Il eſt blanc & ſe lapidifie par l'effet de ce même feu ſouterrain. Il eſt ſouvent dur comme le marbre, & l'on en fait toutes ſortes d'ouvrages de ſculpture & de maçonnerie.

Ce ſel, à ce qu'on prétend, vegete, ſe regénere & ſe reproduit ſenſiblement par ſa propre nature. On croit n'en pouvoir pas douter, quand on conſidere qu'une montagne de ſel gemme, comme celle de Cardonne en Catalogne, ne paroit pas diminuée malgré le volume énorme qu'on en tire chaque année depuis plus de dix-huit ſiecles. Cependant c'eſt une grande queſtion entre les ſavans que cette végétation des foſſiles; quoiqu'elle n'ait pas été inconnue aux anciens par rapport au ſel, puis qu'Aulugelle *g*) rapporte un paſſage de Caton, où parlant des Eſpagnols qui habitoient en deçà de l'Ebre au regard des Romains, ce qui ſemble déſigner juſtement la mine de Cardonne. „Il y a, dit-il, en ce païs-là une groſſe montagne qui eſt toute de ſel. „Plus vous en tirez, plus il en revient." Iſidore de Seville *h*) en parle de même. Et Pline *i*) auſſi en dit autant du mont Oromenus dans l'Inde. D'ailleurs, comment les ſavans s'inſcriront-ils en faux contre l'expérience des ouvriers qui travaillent dans les carrieres de marbre, lequel y croît, à ce qu'ils diſent, par un principe intérieur. Or ce

g) Liv. 2. chap. 22.
h) Orig. lib. 16. cap. 2.
i) Lib. 31. cap. 7.

ce principe doit être commun à tous les foſſiles. Auſſi y a-t-il encore d'autres mines de ſel où la reproduction eſt également ſenſible, comme les voyageurs le diſent de celles de Sicile, de Trois-Egliſes dans l'Arménie, & du Pérou à 18 milles de Lima *k*). Après tout, de quoi cette reproduction dépend-elle, ſi ce n'eſt que dans la terre d'une mine où la chaleur centrale a de tout tems fixé des parties de matieres terreſtres, étherées & aqueuſes, cette même chaleur continue d'en fixer, non pas ſur la ſuperficie de la mine, mais au dedans & au deſſous, de nouvelles parties qui font aiſément étendre & dilater la ſuperficie toute découverte comme elle eſt. Et cela peut ſe faire, ce me ſemble, ſans que le ſel végete, c'eſt à dire, ſans qu'il y ait en lui un principe de génération, comme les ſavans l'ont peut-être entendu.

Les eaux de la mer tirent donc leur ſalure des rochers & des montagnes de ſel gemme qui ſont cachées ſous ces eaux, & diſſoutes par l'humidité. Mais ces mêmes eaux ſont ameres, ce qui ne peut venir que de la diſſolution des lits de bitume. Or le bitume eſt une matiere huileuſe, plus difficile à diſſoudre que le ſel. C'eſt ce qui fait auſſi que dans l'eau de mer la doſe du ſel eſt plus grande que celle du bitume. Car, qu'on prenne 23 onces *l*) deux gros d'eau de citerne dans laquelle on mettra 6 gros de ſel marin & ſeulement 48 grains d'eſprit de charbon de terre qui eſt bitume: on aura une eau de mer artificielle de même goût que la naturelle. La petite quantité de bitume, ſa legéreté & la qualité onctueuſe dont elle eſt imprégnée, font qu'après avoir perdu ſa ſalure par la diſtillation, elle ne laiſſe pas de conſerver encore ſon amertume, ſon goût déſagréable, & même, à ce qu'on prétend, une qualité malfaiſante. Mais la diſtillation qui s'en fait naturellement par le ſoleil, & qui eſt aſſez différente de celle qui ſe fait par l'alembic, purge parfaitement l'eau de mer de ſon bitume.

k) Davili Sicil. p. 554. Tournefort Voyag. du Levant lett. 19. Varenius Geog. L. 1. p. 110.

l) L'once fait deux lots de ce païs-ci; le gros eſt la huitieme partie de l'once; & les 48 grains ſont les ½ du gros.

me. Au reſte il y a dans la terre tant de matieres différentes que la mer lave, & dont elle diſſoud, leche & détache des particules, qu'on peut aſſez raiſonnablement croire que le bitume n'eſt pas le ſeul principe qui s'y mêle avec le ſel. C'eſt peut-être pourquoi ce ſel, pris ſur différentes côtes de la mer, eſt de différent goût, & produit des effets très différens, auſſi bien que les eſprits acides qui en ſont diſtillés. On en diſtingue auſſi de deux couleurs dont l'une eſt blanche & l'autre griſe ou d'un cendré obſcur. Le ſel gris ſe tire des eaux profondes, & l'autre des ſuperficielles. Celui-ci eſt le ſeul à qui l'on trouve de l'acide: il eſt d'un ſalé plus mordant, & à moins d'amertume que le ſel gris. Ajoutez à cela que l'eau de mer n'eſt pas également ſalée partout. Car, quoique j'aie dit plus haut que ſur 24 onces de cette eau, il y a ſix gros de ſel, ou ce qui revient au même, qu'elle contient de ſel la 32me partie de ſon poids, cela n'eſt vrai que par rapport à l'eau priſe ſur la ſurface de la mer; celle du fond étant plus ſalée, & aiant de ſel la 29me partie de ſon poids. Les eaux plus ſalées ſont auſſi plus peſantes, & plus les eaux ſont éloignées des bords de la mer, plus elles ſont ſalées.

Voilà l'origine de la ſalure des eaux de mer: & elle eſt la même que l'origine de celle des ſources. Car, ſoit que ces ſources ſe forment par la circulation des eaux de la mer, ſoit par les pluies, ou par les vapeurs de la terre que la chaleur centrale éleve & condenſe dans ſes cavités; leurs eaux ne deviennent ſalées qu'en paſſant par les carrieres de ſel gemme renfermées dans la profondeur des terres, où elles ſe chargent de parties de ſel plus ou moins fortes, ſuivant que ces eaux en parcourent ſans interruption un plus ou moins long eſpace.

Non ſeulement les différens filets de ces ſources portent avec eux, les uns plus, les autres moins de ſel: leurs eaux n'ont pas même une couleur exactement ſemblable, parce que la terre étant extrémement variée dans ſa compoſition, les eaux qui en ſortent, participent de tous ſes différens modes, & ſe trouvent imprégnées de parties de ſel ou chargées de parties minérales, à raiſon des différences de leurs poſitions.

L'expé-

L'expérience a fait obſerver que les rameaux de ces ſources croiſſent ou diminuent à proportion que la ſaiſon eſt ſeche ou pluvieuſe, & que plus ils ſont abondans, plus leurs eaux ſont ſalées: ce qu'elles ont de commun avec les eaux de la mer, & qui doit naturellement provenir, de ce qu'aiant plus de volume & de poids, & par conſéquent plus de force & de rapidité, elles lêchent ou frotent avec plus de violence, occupent plus d'eſpace, émouſſent plus facilement les angles des ſinuoſités qu'elles parcourent, & par là entraînent avec elles les particules ſalines juſqu'où le niveau leur permet d'arriver.

§. III.

Ces trois ſortes de manieres de tirer du ſel, c'eſt à dire des mines, des eaux de mer & des eaux de ſources, étoient connues des Anciens.

Le ſel eſt une denrée ſi néceſſaire à la vie, qu'il y a bien de l'apparence que l'on commença à en faire uſage dès les premiers tems du monde. Il n'eſt pas ſeulement à l'homme d'une extrême utilité, ſoit pour donner du goût aux alimens, ſoit pour les préſerver de la corruption: on en mêle auſſi parmi la nourriture des animaux lorſqu'on s'apperçoit qu'ils manquent d'appétit, ou qu'on veut les exciter à la copulation; on en emploie dans la Teinture écarlate, & il ſert encore au labourage, échauffant la terre où l'on en jette, & empêchant les inſectes de ronger le grain.

Il eſt difficile de ſavoir lequel du ſel minéral ou du ſel marin a été mis en uſage le premier. Il y a des mines, comme celle de Cardone, où le ſel paroit à découvert & brille comme une roche de criſtal ou de pierreries quand le ſoleil donne deſſus. Rien n'étoit plus aiſé que de ſe procurer de ce ſel. Mais il y a auſſi des marais ſalans, ſurtout dans l'Orient, où le ſel ſe forme de lui même ſans que l'induſtrie humaine y contribue en rien; & il n'étoit pas plus difficile de recueillir ce ſel que de le prendre ſur la ſuperficie d'une mine. Pour ce qui eſt du ſel tiré des eaux par le ſecours du feu, on peut, ſans crainte de ſe tromper, en regarder l'uſage comme beaucoup poſtérieur à celui

des deux autres: quoiqu'il paroiſſe par le témoignage des anciens qu'ils les connoiſſoient tous trois.

En effet, pour commencer par le ſel minéral, outre ce qu'Aulugelle & Iſidore que j'ai déjà cités en rapportent, d'autres auteurs dont les noms ſuivent, prouvent par les remarques qu'ils nous ont laiſſées, qu'on n'ignoroit point la maniere de le tirer des mines. „En „Eſpagne, dit Solin *m*), on tire de la terre un ſel foſſile." Ce ſel eſt le même dont Sidoine *n*) compare le brillant à celle d'une lettre qu'on lui avoit écrite. „J'ai reçu, dit-il, votre lettre qui a beaucoup de „reſſemblance avec le ſel d'Eſpagne que l'on coupe dans les mon„tagnes de Tarragone: car plus je l'examine, plus je la trouve bril„lante & piquante." Il eſt probable que Pline *o*) ne connoiſſoit point cette mine, lorsqu'il diſoit que tout lieu où l'on trouve du ſel eſt ſtérile & hors d'état de rien produire, puisqu'au contraire la ſuperficie de cette montagne eſt toute couverte de pins fort hauts, & de quantité de vignes dont le vin eſt excellent *p*). Cependant il avoit une parfaite connoiſſance de celle d'Egeleſta dans l'Eſpagne citérieure, c'eſt à dire d'Unieſta dans la Caſtille près de Cuença, à l'égard de laquelle il écrit *q*) que les pieces de ſel qu'on y coupoit, étoient entiérement tranſparentes, & que la plupart des médecins lui donnoient depuis longtems la préférence ſur les autres ſortes de ſel. Il connoiſſoit auſſi *r*) celui du Mont Oromenus dans l'Inde dont j'ai déjà parlé, & qui, ſuivant lui, produiſoit aux Rois de ce païs-là un revenu plus conſidérable que l'or & les perles. Mais ce qu'il rapporte *s*) du ſel qu'on trouvoit près de l'ancienne Utique, aujourd'hui Biſerte dans le Roiaume de Tunis, paroitroit bien plus ſingulier ſi ſon récit n'étoit éclairci par l'Auteur du Livre grec cité au bas de la page *t*), ſur lequel

M.

m) Solin. cap. 23. p. 43.
n) Sidon. lib. 9. epiſt. 12.
o) Hiſt. nat. lib. 31. cap. 7.
p) Vayrac, Etat préſ. d'Eſpag. T. 1. pag. 134.
q) Plin. lib. 21. cap. 7.
r) Ibid.
s) Id. lib. 31. cap. 7.
t) *περὶ θαυμασίων ἀκουσμάτων*: à la Biblioth. Roy. de Paris.

M. de Méziriac a fait des notes dont je ferai uſage ici. On fait, dit Pline, des monceaux de ce ſel en forme de collines; Et quand ces monceaux ont été expoſés au ſoleil & à la lune, il n'y a point d'humidité qui puiſſe les fondre: à peine peuvent-ils être entamés par le fer. Ce ſel, dit l'autre Auteur, naît à trois orgyes ou 18 pieds de profondeur: il eſt blanc à la vue, mou & ſemblable à une compoſition très-viſqueuſe: mais, lorsqu'il eſt tiré de la mine & expoſé à l'air, il ſe durcit & reſſemble alors au marbre de Paros: on en fait des figures & des vaſes. On voit par là que le ſel d'Utique étoit à proprement parler le ſel terreſtre ou ſel gemme: au lieu que, ſuivant Pline, ce ſel tenoit beaucoup de la nature du ſel marin: que ſa ſubſtance s'épaiſſiſſoit & ſe criſtalliſoit par le ſeul ſecours du ſoleil & de la lune. C'eſt pourquoi il le met au rang des ſels factices *w*). Mais il s'eſt viſiblement trompé. D'ailleurs, on ne trouve plus dans les Roiaumes d'Alger, de Fez & de Maroc, qui occupent la place de l'ancienne Mauritanie, les ſalines dont il dit *x*) que les Hammanientes qui habitoient ce païs-là, tiroient des pierres de ſel pour en bâtir les maiſons. Mais Hérodote *y*) avant tous ces Auteurs, avoit parlé de celles des Atlantes qu'il place à dix journées plus loin que les Garamantes. Et enfin l'ancienne Vallée des ſalines, ſi fameuſe dans l'hiſtoire ſainte *z*) par la victoire que David y remporta ſur les Iduméens en revenant de Tſoba en Syrie, n'étoit autre vraiſemblablement qu'une vaſte plaine qui eſt environ à une lieue de Palmyre vers l'Idumée, & qui eſt encore toute remplie de ſel *a*), quoiqu'on en tire continuellement pour tout le païs.

Je paſſe de ce ſel de mine au ſel marin. J'ai dit plus haut que celui-ci n'aiant beſoin que du ſoleil pour ſe criſtalliſer, il étoit aſſez probable qu'on s'en fût ſervi avant l'autre. Cependant il eſt remarquable que le plus ancien paſſage qui faſſe mention de ce ſel marin ſemble marquer que déjà l'art entroit pour quelque choſe dans ſa for-

w) Factitii varia genera. ibid.
x) Lib. 5. cap. 5.
y) Lib. 4. Cap. 184.
z) II. Samuel chap. 8.
a) Halifax, Rel. de Palmyre.

mation. C'eſt au moins ce qu'on peut conjecturer s'il eſt vrai que les eaux du Mazerephoth dont il eſt parlé dans Joſué *b*), étoient des eaux ſalées de la mer, que l'on faiſoit couler dans des canaux, & qui s'évaporant par la chaleur du ſoleil venoient à produire du ſel. Celles du Lac Aſphaltite, ou de la mer morte, étoient auſſi de ce nombre. Le Prophete Ezechiel dit *c*) que les bords de cette mer & les marais qu'elle forme ſeront deſtinés à y faire des ſalines. Ce ſont ces ſalines que les Rois de Syrie *d*) avoient dans la Judée, & ſur leſquelles ils avoient établi des impôts aſſez onéreux pour faire croire aux deux Démétrius Soter & Nicator, qui étoient du nombre de ces Rois, qu'offrant aux Juifs de les en décharger, cela engageroit cette nation à s'unir avec eux contre Alexandre leur ennemi: ce qu'elle auroit fait ſi elle eût cru ces propoſitions ſinceres. Galien qui connoiſſoit le ſel de ces ſalines, & qui étoit homme à en juger, aſſure *e*) qu'il étoit excellent, qu'on s'en ſervoit pour aſſaiſonner les viandes, qu'il étoit plus cuit que les autres ſels, ce qui le rendoit plus pénétrant, plus chaud, & par conſéquent plus propre pour la digeſtion. Il ajoute que la mer morte eſt non ſeulement ſalée au goût, mais amere & tellement imprégnée de ſel que ceux qui s'y plongent en ſortent chargés de ſaumure, & que ſi l'on y jette du ſel il a de la peine à s'y fondre. Ainſi c'eſt avec raiſon que les Hébreux qui donnent le nom de ſel au bitume & au nitre, appellent cette mer, mer de ſel, *mare ſalis*, *mare ſaliſſimum*. Elle ne nourrit pourtant aucun poiſſon; & c'eſt une preuve que Dieu n'a point créé l'eau de la mer ſalée & bitumineuſe pour la conſervation du peuple aquatique, comme l'a prétendu l'Auteur du Spectacle de la Nature. Mais ces ſalines, quelqu'anciennes qu'elles ſoient, ne le ſont peut-être pas autant que celles d'Aloné, Iſle de la Propontide vis à vis de Cyſique: s'il en faut croire Etienne le Géographe qui aſſure que cette Iſle a été ainſi nommée *f*) à cauſe que ſes habitans ont eu la gloire d'avoir

b) Joſué. Voyez Calmet Dict. de la Bible.
c) Cap. 47. v. 11.
d) 1 Maccab. C. 10. & 11.
e) De Simpl. Medic. facult. l. 4. cap. 19.
f) ἅλων, ſal.

voir inventé l'art de faire le ſel marin. D'ailleurs Tite Live donne une antiquité presque égale à celles d'Oſtie, aujourd'hui de Porto, à l'embouchure du Tibre, qu'il dit avoir été établies en même tems que cette Ville, ſous le régne d'Ancus Martius, vers la centieme année de la fondation de Rome, & la 65ome avant l'Ere Chrétienne. Le ſel qu'on en tiroit étoit tranſporté à Rome & juſques dans la Sabine. Celui qui reſtoit dans Rome étoit renfermé dans des magazins appeliés auſſi ſalines, *Salinæ*, qui étoient dans le XI Quartier de cette grande Ville, nommé *Circus Maximus*. Et à l'égard de celui qu'on envoioit dans la Sabine, il avoit donné le nom de *via ſalaria* à l'une des 29 voyes de Rome, qui étoit un grand chemin au dehors de la porte Colline. Athénée parle auſſi d'une ſaline appellée Trageſaion, qui étoit près d'Hamaxitus dans la Troade. Il y avoit un certain tems de l'année où le ſel ſe formoit de lui-même. D'abord les habitans de la Troade avoient eu la liberté de s'en ſervir ſans être aſſujettis à aucun impôt. Par la ſuite Lyſimachus qui régnoit l'an 286 avant J. C. y en mit un: Et auſſitôt, dit pieuſement Athénée, on vit les ſalines tarir par une eſpece de prodige; comme ſi cet impôt eut révolté la nature, de ſorte que Lyſimachus, étonné de cette avanture, abolit ſon impôt: après quoi le ſel ſe retrouva comme auparavant. Ce miracle m'en rappelle un autre de la Légende, à peu près de la même force. On trouva dans le VII ſiécle des eaux ſalées près de l'abbaye de Moyenmoûtier en Lorraine. Les peuples, attirés par la dévotion qu'ils avoient à St. Spinule & par ces ſources de ſel, réſolurent d'y établir des ſalines. Mais St. Hidulphe qui étoit abbé de ce Monaſtere, craignant que ce grand concours ne nuiſit à la tranquillité & au ſalut de ſes freres, adreſſa ſes prieres à ſon diſciple St. Spinule qui étoit dans le tombeau, & le pria de ceſſer de faire des miracles. Spinule qui ne vouloit pas perdre ſa réputation, aima mieux en faire un, qui fit que les ſources d'eau ſalée tarirent, & les peuples s'en allerent. Quant à la fable d'Athénée, elle eſt réductible à la vérité, en diſant ſimplement que la ſaline qui avoit été déſertée à cauſe de l'impôt, fut fréquentée comme auparavant dès qu'il eût été aboli. Enfin, Strabon parle du ſel marin qui ſe faiſoit

dans

dans les campagnes appellées des Cailloux entre Marſeille & l'embouchure du Rhône. Il fait auſſi mention d'un peuple de l'Aſie mineure, nommé Ozcaoryci, qui avoit dans ſon voiſinage un étang qu'on appelloit Tatta, dont les eaux formoient naturellement du ſel. Et depuis encore, dans le bas Empire, Conſtantin Porphyrogenete a dit la même choſe d'un lac de Cappadoce, d'où les Barbares enlevoient du ſel.

A l'égard de celui qui ſe tiroit des eaux de ſources, il n'en faut chercher l'origine & la pratique ancienne que chez les Gaulois & les Allemans. Le nombre & l'étendue prodigieuſe des forêts dont leurs païs étoient couverts, contribua beaucoup à en rendre l'uſage commun. Il ne fut queſtion dabord que de découvrir les ſources propres à donner du ſel: Mais la choſe n'étoit pas ſi difficile. On remarque ſouvent autour de ces ſources l'herbe & les pierres toutes blanches de ſel, ce qui y attire une prodigieuſe quantité d'oiſeaux qui en ſont très-friands, comme on le voit tous les jours au bas de Vezelai dans la Bourgogne *g*). Ailleurs des Troupeaux paiſſant aux environs d'une pareille ſource, les Bergers remarquerent que ces animaux s'y portoient d'eux-mêmes & y retournoient ſouvent; curieux de connoître ce qui pouvoit les y attirer, ils trouverent que c'étoit la qualité de ces eaux. Et c'eſt ainſi qu'on prétend que furent découvertes les ſources de Salins, de Halle & quelques autres. Les Gaulois & les Allemans tiroient du ſel de ces eaux dès le tems de Pline, comme il le dit expreſſément *h*). *Galliæ Germaniæque ardentibus lignis aquam hauriunt.* Les Eſpagnols donnoient à cette eau le nom de *Muire* ou de Saumure. *Hiſpaniæ quadam ſui parte è puteis hauriunt, Muriam appellant.* Le nom de *Muire* ſubſiſte encore en ce ſens dans les ſalines de Franche-comté. Mais ce que Pline dit ici des Eſpagnols ne doit s'entendre que de la Navarre, ou plutôt du Béarn où l'on cuit du ſel. Car pour l'Eſpagne propre on n'avoit d'autre ſel que celui des Mines, ſuivant Solin *i*). *Ibi non coquunt ſales ſed effodiunt.* Les ſalines des Gau-

g) Piganiol. T. 4. p. 403. 404.
h) Lib. 31. c. 7.
i) Cap. 23. p. 43.

Gaules étoient celles des Séquanois aujourd'hui la Franche-comté. C'eſt pourquoi Strabon dit que de ſon tems l'on apportoit à Rome de ce païs là des jambons ſalés qui y étoient fort eſtimés. Et pour ce qui eſt de l'Allemagne, il y avoit des ſalines en pluſieurs endroits, principalement à Halle, alors nommée Dobrebora ou Dobreſala, & dans le lieu qu'on appelle aujourdhui Saltzungen ou Saltz, près de la Montagne de Vogelsberg en Franconie, d'où ſort la riviere de Sala. Tacite dit *k*) que les premieres furent trouvées par les Hermundures, & que comme cette découverte étoit auſſi précieuſe que celle d'une mine d'or, les Cattes leur firent la guerre pour ce ſujet & vinrent à bout de les en dépoſſéder. Les autres, au rapport d'Ammien Marcellin *l*), occaſionnoient auſſi entre les Bourguignons & les Allemans de fréquens démêlés, lorsque les premiers demeuroient encore vers la ſource du Main. Je ſais que quelques auteurs peu inſtruits ont entendu ce paſſage des ſalines de Franche-comté. Mais Adrien de Valois ne s'y eſt pas trompé, il en a fait une remarque expreſſe dans la préface qu'il a miſe à la tête de ſon Edition d'Ammien Marcellin.

§. IV.

Explication du méchaniſme des ſalines, tel que les modernes l'ont perfectionné.

A meſure que les hommes ſe ſont multipliés, non ſeulement il a falu tirer des anciennes ſalines de plus grandes quantités de ſel, mais encore on a été obligé de travailler à en découvrir de nouvelles. De là ce nombre prodigieux de ſalines qu'on connoît aujourd'hui dans les quatre parties du monde; & qui eſt tel qu'on peut dire qu'il n'y a pas un ſeul païs où les habitans manquent de ſel faute d'en avoir chez eux ou d'en pouvoir tirer de leurs voiſins.

En Europe, l'Eſpagne a des ſalines dans le Duché de Cardonne en Catalogne: dans l'Arragon: dans la Caſtille-vieille près de Cuença;

k) Ann. lib. 13. cap. 57.
l) Lib. 28.

ça; dans la nouvelle à Arienca, à Mengravilla près d'Avila & à Inſeſte: Dans le Roiaume de Valence à Orihuela & à Guardamar: Dans le Roiaume de Grenade près d'Antequera: dans l'Andalouſie à San-Lucar entre le port Ste. Marie & Porto Real, & dans l'Iſle d'Ivica. Le Portugal en a aux environs d'Alcacer do ſal, de Lisbonne & de Porto: mais les principales ſont celles de Setubal. La France en a ſur les côtes de l'Océan dans les Provinces de Saintonge, d'Aunix, de Poitou, de Bretagne, de Guienne & de Normandie: ſur les côtes de la Méditerranée à Pecais, Periac, & Sigean, en Languedoc; à Cannet en Rouſſillon; à Berre, Hieres, les Maries & Badon en Provence: Elle en a encore d'autres à Tartone, à Moriez & près de Caſtelane dans la même province; à Camarades au païs de Foix; à Saillies dans le Béarn; à Moienvic dans les Trois Evechez; à Salins, & à Montmorot en Franche-comté; à Sultz dans la baſſe Alſace; à Marſal, Rozieres, Château-Salin & Dieuſe en Lorraine. La Principauté de Montbelliard en a une à Saunot dans le baillage de Vezoul. La Suiſſe en a dans le Canton de Berne au Bexvieux & à Aigle ou Panex. La Savoie en a une à Moutiers en Tarentaiſe. L'Italie en a dans le Roiaume de Naples, à Miliano, à Pierrefitte près de la riviere d'Iſpica, à Roſſano & aux environs d'Altomonte: dans le Roiaume de Sicile, près d'Enne ou de Caſtro Giovanni, de Camerate, de Nicoſie, de Martale, de Trupani, & de Camerani; Dans le Padoüan près d'Albano: Dans le Plaiſantin: Dans l'Etat Eccléſiaſtique, à Porto, à Comachio & à Cervia: Dans la Sardaigne au fond du Golfe de Cagliari ſur la côte: & dans l'Etat de Veniſe, aux Isles de Chiozza ou Gioggia, de Pago, de Capo d'Iſtria & de Corfou. L'Allemagne en a dans le Weſterreich à Thus: dans le comté de Waldeck: dans le Tyrol à Halle: dans la Baviere à Berchtolsgaden, Saltzbourg, Reichenhall & Hallein: Dans la Souabe à Halle & à Schorndorf: Dans l'Autriche à Gemund ou Halſtadt: Dans la Franconie à Saltzungen: Dans la baſſe Heſſe à Allendorff in den Sohden: Dans les Etats du Roi à Halle, Salza & Colberg: Dans le Duché de Brunſwick à Munden & près de Lunebourg. La Hongrie en a près d'Eperies au Comté de Saran: la Pologne, à

Bochné

Bochné-Colomey, Pinſc & Wéliſka: La Moldavie & la Valaquie en ont auſſi, de même que la Grande Bretagne qui en a en Angleterre dans la province de Stafforshire; dans celle de Cheſhire à Nantwich, Middlewich & Norwich; & dans celle de Worceſtershire à Droitwich: En Irlande en pluſieurs endroits: & en Ecoſſe à Rivel & dans les Orcades.

En Aſie, où je comprends tout ce qui appartient au Turc & à la Ruſſie, il y en a dans la Morée; dans l'Archipel aux Isles de Crete, Milo, Naxie, Foghia & Calcé: Dans la Beſſarabie, à Caffa & en Georgie qui ſont ſur la mer noire: Dans l'Amaſie qui eſt une partie de l'Anatolie, près de Couchahar: Dans la plaine de Palmyre, & dans l'Isle de Chypre: Dans la Moſcovie au deçà du Wolga; le long de la mer Caſpienne; à Solimkamskoi & à Oeſt Toëga: Dans la Tartarie, aux Monts d'Alatof; chez les Calmoucks auprès du fort Jamiſcha ou Jamuſowa; & chez les Cara-Calpaks le long du lac d'Aral: En Perſe, dans les montagnes de Kiliſſim, de Nacht Zuan, de Kulb, d'Urumi, de Kemre, de Hemedan, de Bizetun, de Suldus, & dans celles proche de Darabguierd, Merou & Tauris: Dans l'Arménie près de Trois-Egliſes & entre ce lieu-là & Aras: Dans les Isles d'Ormus, Lareca & Bender Abaſſi, ſur la mer Perſique; & dans celle de Camarana ſur la Mer rouge: Aux Indes, dans la province de Lahor; ainſi qu'à Oranubammara, à Maſulipatan; au Roiaume de Candi dépendant de l'Isle de Ceylan; au Roiaume de Lao; Dans l'Isle de Java près d'Iortan; à la Chine dans neuf provinces; au Japon; & dans le Roiaume d'Aſem.

L'Afrique en a dans l'Egyte le long du Nil & du Lac de Nitrie; en Barbarie dans le Roiaume de Tripoli & la province de Tremezin; Au deſert appellé Saara, dans la mer de ſable & le païs de Senegal; Dans la Guinée au Cap de la Hou, au Roiaume de Fetu, à Acambou, à Labede ou Labade & au Roiaume d'Arder; Dans le Congo ſur la rive méridionale du fleuve Ambriſi près de la côte; dans les Roiaumes d'Angola & de Benguela; Au Monomotapa dans la province de Toraca; dans la haute Ethiopie au Roiaume de Dancal & ſur les

confins de Tigré & d'Angot: dans la baſſe à Quiſama, & au pied du Mont Auraſe; Et dans les Isles d'Afrique qui ſont les Canaries, les Isles de Sel & de Mayo au Cap-Verd, & l'Isle de Ste. Helene.

Enfin l'Amérique en a dans la Louiſiane, dans la Penſylvanie & la nouvelle Angleterre, dans l'Isle de Sel dépendante de la Californie, dans la mer vermeille, dans le Mexique tant vieux que nouveau & ſur la côte, dans les Isles de St. Domingue, Portorico, la Martinique, la Guadeloupe, St. Martin, Blanca, Cuba & Bonaires qui ſont du nombre des Antilles; dans la Terre ferme, le Pérou, le Chili, les Andes, les Isles Gallapagos & chez les Topinambous: toutes parties de l'Amérique méridionale.

Toutes les Salines que je viens de nommer, mériteroient chacune une deſcription particuliere: mais, par rapport aux différentes manieres dont le ſel y eſt produit, qui eſt l'objet où je me renferme elles peuvent être réduites à trois claſſes relativement à la diſtinction qui a déjà été faite à l'égard des ſalines des anciens. En ſuivant cette diviſion, j'en vais expliquer le méchaniſme tel que les modernes l'ont perfectionné.

1°. pour le ſel qui ſe tire des mines tout formé.
2°. pour le ſel qui ſe forme au ſoleil par évaporation.
3°. pour le ſel qui ſe tire par ébullition ſur le feu.

I.

Comment le ſel gemme ſe tire des mines & ſe prépare.

Le ſel gemme ſe trouve dans la terre à différentes profondeurs, quelquefois par veines entourées de terre ſans aucun rocher, & quelquefois par lits qui ſont l'un ſur l'autre à peu près de la même maniere que ſont diſpoſés dans les carrieres de pierre commune les divers bancs qu'on appelle coquillart, banc de marche, banc de pierre franche, &c.

Quoique la couleur du ſel gemme ſoit naturellement blanche, on en voit ſouvent dans la même mine qui eſt gris de fer ou couleur d'ar-

d'ardoiſe, avec d'autres d'un rouge de conſerve de roſe, d'incarnat, de verd, d'orangé, de violet, de bleu, de jaune & de quelques autres teintes, qui toutes cependant deviennent blanches quand les ſels ont été broiés & lavés. Le plus pur reſſemble au criſtal, mais lorsqu'il eſt groſſierement mêlé avec la terre, il en prend la couleur. On a vû un fort beau bleu au milieu d'une pierre de ſel criſtallin, & dans une autre une très-belle piece de jaune tranſparent.

Les veines de ce ſel ſont ſi groſſes qu'on en coupe ſouvent dans les mines des morceaux qui peſent plus de mille quintaux. On les réduit en quartiers plus ou moins grands, à proportion de la profondeur de la mine: de ſorte que dans celles qui ſont de 200 Toiſes, comme en Hongrie & en Pologne on ne donne à ces quartiers que deux pieds de long & un pied d'épaiſſeur. Les Ouvriers taillent ces blocs de ſel avec le marteau, la pince & le ciſeau, à peu près comme ceux qui travaillent dans les carrieres. A meſure qu'ils creuſent dans la mine, ils ont ſoin d'en ſoutenir la voûte par de fort pilaſtres de ce même ſel, taillés au ciſeau, qu'ils y laiſſent de diſtance en diſtance. Et à l'égard des pieces de ſel, lorsqu'elles ſont taillées, on les traîne à force de bras ou avec des chevaux, (car on a trouvé le moien d'en deſcendre dans ces ſouterrains,) on les traîne, dis-je, juſqu'au pied de l'ouverture par laquelle ils doivent être guindés en haut.

La machine dont on ſe ſert pour les élever eſt, comme dans les carrieres, une grande roue qui eſt au deſſus de l'ouverture, & que des chevaux mettent en mouvement pour faire deſcendre & monter des cables ausquels on attache les quartiers de ſel.

Lorsqu'ils ſont en haut on les broie, avec de groſſes mailles, on les lave, & quelquefois au lieu de les broier, on ſe contente de les expoſer devant les portes aux pieds des hommes & des chevaux qui les foulent & commencent à les briſer, en attendant qu'on les porte dans les moulins pour achever de les broier, parce qu'on ne ſauroit s'en ſervir qu'après les avoir fait moudre entre deux meules. Souvent la mine eſt froide & humide, ce qui fait qu'on a beaucoup de peine à

mettre ce ſel en poudre. Plus il eſt dur & plus il ſe pulvériſe aiſément: on le prendroit alors pour une groſſe farine, car il n'eſt point gréné, & c'eſt en quoi il differe du ſel marin qui doit apparemment cette conſiſtance à l'action du ſoleil.

II.

Comment le ſel marin ſe fait ſans le ſecours du feu.

Quoique le ſel marin puiſſe ſe former ſans le ſecours de l'art, n'aiant beſoin que de l'ardeur du ſoleil pour ſe débaraſſer de l'humidité de l'eau qui l'empêche de ſe criſtalliſer: cependant l'induſtrie humaine concourant avec cette diſpoſition naturelle, ne laiſſe pas d'en rendre la formation plus promte & plus abondante.

La ſaiſon propre à la ſaunaiſon, (c'eſt ainſi qu'on appelle la formation du ſel marin,) eſt environ depuis la mi-mai juſqu'à la fin du mois d'aouſt, parce qu'alors les jours étant plus longs & les raions du ſoleil dans leur plus grande force, ce ſel ſe forme & ſe criſtaliſe plus promptement. Le tems pluvieux y eſt fort contraire, à cauſe que l'eau douce venant à ſe mêler en trop grande abondance à celle de la mer, la deſſale. Ainſi c'eſt là proprement ce qui décide de la ſaunaiſon, qui n'eſt bonne que dans les beaux jours & pendant la plus grande ardeur du ſoleil.

Le ſel ſe forme dans des marais qui ſont diviſés en quarrés, qu'on appelle aires, de 15. 16. 17. à 18 pieds en tous ſens, & qu'on a enduits de terre glaiſe, bien battue. On y fait entrer par une vanne une certaine quantité d'eau de mer: en quelques endroits un pouce & demi de haut, & en d'autres juſqu'à cinq ou ſix pouces. Le ſoleil & le vent de Nord-eſt ou de Nord-oueſt agiſſent ſur cette eau qui eſt déjà fort échauffée; en trois ou quatre heures le fond des aires rougit & il s'éleve une écume ſur l'eau. Sous cette écume qui ſe diſſipe il ſe forme une glace fort fine tracée en petits quarrés, leſquels ſont autant de grains de ſel qui commencent à ſe former & qui tombent au fond de l'eau dès qu'on rompt la glace.

Pour

Pour avoir du ſel très-blanc on prend cette glace à la façon d'un lait qu'on écrême, & dans ce moment le ſel ſent ſi fort la violette que cette fleur ne le ſent pas davantage. Mais ce ſel n'étant pas pour l'uſage ordinaire, on rompt chaque jour cette glace ou cette croûte que forment les angles des grains de ſel en ſe rapprochant. On la braſſe dans les aires, c'eſt à dire, on la caſſe avec des perches faites en façon de rateau, à meſure que l'eau s'évapore: ce qui ſe fait en deux ou trois jours. Ainſi le ſel que l'eau raréfiée abandonne, s'abaiſſe peu à peu, ſe ſerre & s'épaiſſit, en tombant dans le reſte de l'eau qu'on trouve d'une chaleur exceſſive. Enfin, l'on retire ce ſel avec les mêmes rateaux, on le met en monceaux ſur des levées faites exprès, où il s'égoute, ſe ſeche, & acheve de ſe grainer.

On ne laiſſe pas convertir en ſel toute l'eau qui eſt dans les aires, tant pour le tirer plus blanc & plus net, qu'afin que le reſte de l'eau ſerve de ferment pour diſpoſer la nouvelle qu'on y introduit, à ſe criſtalliſer plutôt.

On compte le revenu des marais par livre qui eſt compoſée de 20 aires. Ce revenu n'eſt pas toujours égal, parce qu'il dépend de la ſaiſon plus ou moins favorable. Dans un tems ſec la livre de marais peut rendre 140. quintaux de ſel. Mais on compte qu'il diminue au moins d'un ſixieme ſur les levées. Car, quoiqu'on le couvre de roſeaux & de jonc, cette couverture n'empêche pas tout à fait que la pluie ne pénétre juſqu'au ſel & ne le fonde. D'ailleurs il ſouffre un déchet naturel par l'affaiſſement de ſes parties.

Le ſel marin nouvellement fait eſt nuiſible à la ſanté, parce qu'il conſerve quelque partie de nitre & de ſoulfre avec une certaine acrimonie ou amertume qui eſt occaſionnée par le bitume dont l'eau de mer eſt imprégnée. Ce n'eſt qu'en vieilliſſant à l'air qu'il perd ces qualités malfaiſantes. C'eſt pourquoi l'on a une grande attention, ſur les lieux, à n'en permettre l'uſage qu'au bout d'un certain tems qui eſt de trois ans pour les plus ſalubres, & de quatre ans pour les autres.

III.

III.

Comment le ſel ſe tire par le ſecours du feu.

En parlant plus haut de ce ſel, j'ai déjà dit qu'on le tiroit des eaux de ſources qui n'empruntoient leur ſalure que du ſel gemme caché dans le ſein de la terre. Mais ce ne ſont pas ſeulement ces eaux que la néceſſité a appris à convertir en ſel par le ſecours du feu. Je vais donc raſſembler dans ce chapitre toutes ſortes de ſels coctiles qui tiennent lieu du ſel marin & du ſel minéral dans les différens païs du monde où l'on eſt privé de ceux-ci. C'eſt pourquoi ce chapitre ſera diviſé en trois articles dans lesquels j'expliquerai le méchaniſme

1°. du ſel qui ſe tire des eaux de ſources ſalées.

2°. du ſel qui ſe tire du ſable de la mer leſſivé.

3°. du ſel qui ſe tire des cendres de diverſes matieres.

Art. 1.

Du ſel qui ſe tire des eaux de ſources ſalées.

Lorsqu'on a découvert une ſource d'eau ſalée qu'on veut convertir en ſel, on commence par s'aſſurer du degré de ſalure qu'elle tient. Il y a différens moiens pour le connoître. Le plus ſimple & le plus ſur eſt de peſer cent livres d'eau & de les faire évaporer ſur le feu juſqu'à entiere ſiccité: le degré de ſalure ſe compte par la quantité de ſel qui ſe trouve au fond du vaiſſeau après la cuite. La même épreuve ſe fait en rempliſſant de même eau un tube ou cylindre de verre, de bois, ou d'autre matiere, profond de huit pouces & de 15 lignes de diametre. On y plonge une baguette de demi-calibre au bout de laquelle eſt renfermé un peu de mercure. Cette baguette miſe dans l'eau douce va à fond, & fait équilibre, mais dans l'eau ſalée elle n'entre qu'à proportion du plus ou moins de ſel dont l'eau eſt imprégnée, les parties ſalines l'épaiſſiſſant, & faiſant réſiſtance à la baguette qui eſt marquée par degrez comme une échelle mathématique, ce qui fait connoître les degrez de ſalure de cette eau: mais moins exactement que par l'épreuve du feu: car il eſt de fait qu'une eau qui don-

donnoit 20 à 22 degrez de ſel, épreuve de feu, en ont donné près de 28 épreuve de tube. D'autres n'ont ſur cela d'autre regle que de mettre un œuf de poule dans l'eau. S'il y ſurnage, cela ſuffit: mais s'il va au fond, ils en concluent que l'eau eſt trop douce pour en faire du ſel.

Il y a des ſalines où l'on prétend que, ſi cent livres de leurs eaux ne produiſoient pas 18 à 20 livres de ſel, la dépenſe de la cuite en excéderoit le profit. Cependant il y en a grand nombre dont les eaux ne portent que depuis 2 juſqu'à juſqu'à 8 & 10 pour cent. Il s'en trouve même bien au deſſous, puisqu'on aſſure que quand on commença en 1370 à convertir en ſel l'eau de la fontaine d'Albano, on ne tiroit de mille livres d'eau qu'une livre de ſel. Mais, depuis qu'on a le ſecret des bâtimens de graduation, on peut fortifier la ſalure de l'eau & la porter d'un degré & demi juſqu'à dix dans l'eſpace de 24 heures, pourvu que le tems ſoit convenable, c'eſt à dire qu'il ſoit gai & ſec. La graduation eſt une opération par laquelle on fait évaporer avec le ſecours de l'air & ſans feu pluſieurs parties douces de l'eau ſalée, en l'élevant pluſieurs fois au faîte d'un bâtiment diſpoſé ſuivant l'art, par le moien de pluſieurs corps de pompes qu'une eau courante met en mouvement, & la faiſant retomber autant de fois de 20 à 25 pieds de haut ſur pluſieurs étages de faſcines. Les bâtimens de graduation ont plus ou moins de longueur à proportion du terrain qu'on a. Mais on leur donne 25 pieds de large & autant de haut à prendre du rès de chauſſée juſques ſous la ſabliere. La maſſe de faſcines qui ſont d'épines par où les eaux ſe filtrent, a 6 pieds de large & occupe toute la longueur du bâtiment & la hauteur depuis le baſſin ou la cuve baſſe juſqu'à la ſabliere. L'expérience a fait connoître que les bâtimens à une ſeule colomne de faſcines ſont ſujets à perdre des portions de ſel, en ce que quand il y a beaucoup d'agitation dans l'air les particules d'eau ſalée dérivant de la perpendiculaire ſont emportées hors de leurs diviſions. Pour y remédier, on leur donne par le pied la largeur que j'ai dite avec une double colomne de faſcines qui n'ont que 18 pieds de large par le haut, mais qui s'accroiſſant par le bas prennent la forme d'une piramide tronquée. Plus

la diſpoſition de ces bâtimens eſt parfaite, plus la graduation épargne de dépenſes: on doit prendre garde ſurtout à la forme & aux dimenſions qu'on leur donne, élever les eaux avec facilité & peu de frotemens, & connoître préciſément le degré de leur ſalure & la poſſibilité de les graduer. Les bois deviennent de jour en jour plus rares & plus précieux dans les païs même qui en étoient autrefois les plus abondans. D'ailleurs on peut les employer à d'autres uſages qui n'intéreſſent pas moins les arts & le commerce. Avant qu'on ſe ſervît de cette méchanique il falloit 6 cordes $\frac{1}{2}$ de bois pour faire 25 quintaux de ſel, & par la graduation 3 cordes $\frac{1}{4}$ en forment 80. Il en eſt à peu près de même dans toutes les ſalines où la graduation eſt en uſage. De plus en procurant la conſervation des bois, la graduation donne lieu d'épargner dans la même proportion les fraix de leur tranſport, ceux de la formation des ſels & les autres dépenſes qui y ſont relatives.

L'eau ainſi graduée parvient après pluſieurs paſſages juſqu'à 25 & 27 degrez de ſalure. On pourroit la pouſſer plus loin. Mais l'eau trop raréfiée devient pâteuſe, gluante, & coule difficilement par les petits robinets deſtinés à la répandre en forme de pluye ſur les différens étages de faſcines qu'elle doit traverſer pour arriver à ſon baſſin. Elle ſe fige, s'y attache, empêche l'effet de l'air & par conſéquent de l'évaporation.

Souvent les ſources d'où ces eaux proviennent ſont fort avant dans la terre, & l'on ne peut les en tirer que par des rouages de différente grandeur leſquels font agir des pompes & des ſeaux qui puiſent les eaux & les raſſemblent dans des réſervoirs de pierre bien cimentés & dont les uns ſont élevés de terre en forme de baſſins & les autres pratiqués dans la terre en façon de citernes. Souvent auſſi les ſources ſalées ſe trouvent altérées par des ſources d'eaux douces qui en ſont voiſines; & il faut une extrême attention pour en empêcher le mêlange, ce qu'on fait en les ſéparant par des ſillons qu'on leur trace dans l'argile.

Les

Les eaux ſalées étant ainſi puiſées & préparées par la graduation, on en fait la cuite dans de grandes chaudieres de fer rondes de 15 pouces de profondeur ſur 28 à 30 pieds de diametre, où il peut tenir 45 à 50 muids d'eau de 6 quintaux chacun. Le foier du fourneau qui eſt au deſſus de ces chaudieres eſt fait de pierres à l'épreuve du feu & reſſemble à une tranchée de 12 à 15 pieds de longueur ſur 3½ de large. Les chaudieres ont d'élévation ſur leur fourneau 4 pieds ½ en été, mais on les abaiſſe d'un demi pied en hiver à cauſe que l'action du feu eſt alors moins violente. Les chaudieres ſe rempliſſent en deux heures par des canaux qui viennent des baſſins où l'on conſerve les eaux qu'on veut cuire; & pendant ce tems-là on fait grand feu pour arrêter les coulées & faire qu'il ſe forme promptement au fond de la poële une eſpece de croute nommée équille. Mais comme ſans cette équille ſouvent l'eau ſe fait encore jour, on rompt par le moien d'un outil tranchant la croute qui couvre la coulée & l'on y jette de la chaux vive détrempée qui l'arrête.

Les trois premieres heures, après que la chaudiere eſt remplie, exigent un grand feu & conſument environ deux cordes de bois. On prend garde que le bouillon ne ſurmonte les bords de la poële, & l'on en modere la violence ou avec de la muire froide ou par un morceau de bois qu'on jette du côté où il eſt trop impétueux. Car le feu qu'on fait alors eſt ſi grand que la flamme ſortant par la gorge & les ſoupiraux des fourneaux ſemble aller réduire en cendres tous ceux qui s'en approchent. Et la muire comme une mer agitée dans ces vaſtes chaudieres écume de toutes parts, & pouſſe des bouillons ſemblables aux flots dans la tempête. On y jette de tems en tems certains baſſins de fer, afin que l'écume & la craſſe du ſel que la violence des eaux agitées pouſſe au deſſus, puiſſe ſe précipiter au fond de la chaudiere.

Les heures ſuivantes, on diminue peu à peu le feu, & quand le ſel commence à ſe former, il paroît ſur la ſurface de l'eau une crême luiſante à peu près comme il arrive ſur un baſſin de chaux nouvelle-

ment éteinte. Alors on ne jette plus dans le foier que quelques morceaux de bois de tems à autre. On tire à différentes repriſes ſur les bords de la chaudiere le ſel déjà formé afin de donner un écoulement à la muire vers le centre de la poële où le feu ſe porte principalement. Et ainſi s'acheve la cuite en 12 heures, après leſquelles il reſte au fond de la poële 2 à 3 muids d'eau qu'on y laiſſe juſqu'à la 16 cuite, de ſorte qu'après celle-ci on deſſeche l'équille qui s'eſt formée, & l'on fait réduire juſqu'à conſiſtance le reſte de la muire; puis on laiſſe refroidir & repoſer la chaudiere 24 heures, au bout deſquelles on caſſe l'équille, on la détache, on nettoye la poële, & l'on y fait les réparations néceſſaires avant que de la remettre au feu.

Il ſe tire de chaque cuite pluſieurs ſortes de ſel. Le premier eſt celui qu'on enleve legérement avec des eſpeces de rateaux ſur la ſuperficie, & qui pour ſa blancheur, ſon éclat & ſa force, eſt appellé ſel trié. Au deſſous de ce ſel, eſt le commun, & il s'en tire encore un troiſieme des équilles & matieres ſalées qui ſe forment au fond des chaudieres.

Il s'eſt paſſé des ſiecles ſans que perſonne ſe fut aviſé de diſſoudre ces matieres pour en extraire le ſel, & encore cette invention n'eſt-elle pas connue partout: du moins n'eſt-ce que depuis une 30ne d'années qu'elle eſt en uſage dans une des plus anciennes ſalines de l'Europe. Ces matieres mêlées avec les eaux naturelles des ſources ſalées ne peuvent que les fortifier conſidérablement, puiſqu'il a été prouvé qu'un volume de 5250 liv. fondu & refondu à trois diverſes repriſes a pu rendre 4572 liv. de ſel: ce qui eſt à raiſon de $\frac{4}{5}$ & $\frac{1}{5}$. Il eſt vrai que quelques-uns ont prétendu que ce ſel étoit acre, corroſif & pernicieux. Mais l'expérience a fait connoître le contraire. Il eſt blanc, doux, ſain, & ne differe en rien de celui qui eſt fait avec la muire naturelle toute pure. Peut-être même pouveroit-on qu'il eſt meilleur, par la raiſon que la matiere du ſel parfaitement pure & dégagée des parties hétérogenes, eſt la plus peſante dans le liquide & la plus diſpoſée à ſe précipiter dès que l'évaporation a ſuffiſamment diminué

le

le volume d'eau qui la ſoutenoit & dans lequel elle pirouettoit. En effet le ſel dont il s'agit ſe trouve de cette nature lorsqu'il a été ſéparé par la diſſolution des enveloppes dans lesquelles il étoit retenu. On briſe ces matieres exactement, promptement & à peu de fraix, par le moien d'un moulin fait à peu près de même que ceux qui broyent le ciment ou qui font l'huile. Les équilles y ſont réduites en poudre, & après qu'on en a tiré le ſel juſqu'à épuiſement, le réſidu n'eſt plus qu'une poudre ſi legere par la ténuité de ſes parties, qu'elle eſt emportée par le cours de l'eau où elle eſt jettée, ſans y produire d'autre effet que de lui communiquer ſur le champ ſa couleur blanchâtre.

En général tout ſel coctile eſt blanc & ne petille presque point au feu, en quoi il différe beaucoup du ſel marin. Il y en a d'un goût plus ou moins pénétrant, plus ou moins ſalant, & quelques-uns qui paroiſſent avoir une acreté comme lixivielle, mêlée d'un peu d'amertume. Ce ſel diſſous dans l'eau de riviere diſtillée dépoſe une très-petite quantité de ſélenité, & paſſé par le filtre laiſſe fort peu de terre blanche en arriere. La diſſolution évaporée lentement donne des criſtaux cubiques tels que le ſel marin les doit donner. Quelques-uns ſe feuilletent un peu au commencement de l'évaporation: mais enfin ils donnent auſſi des criſtaux en cubes lorsque l'on fait noyer exprès ces feuillets pour les rediſſoudre, & il ne ſe trouve aucune différence entre les criſtaux ni pour la figure ni pour les effets. Ce ſel pris avant la diſſolution & ſes criſtaux après l'évaporation décrépitent facilement au feu & s'y fondent. Etant mis dans l'eau forte ils en font une eau regale. Mêlés avec l'huile de vitriol, ils donnent par la diſtillation un bon eſprit de ſel, & le réſidu de cette opération diſſous, filtré & criſtalliſé, fournit un ſel de glauber bien conditionné. L'eſprit retiré de ce ſel & mêlé avec quatre parties d'eau forte fait une très-bonne eau régale. Ce même ſel, ſa diſſolution, ſes criſtaux & ſon eſprit, précipitent promptement en blanc le vif argent diſſous par l'eau forte, ce qui fait la préparation mercurielle qu'on nomme précipité blanc; & étant mis ſur de l'argent diſſous en eau forte, ils le précipitent en corné ou argent

volatile. Les dernieres portions de leurs diſſolutions ne précipitent point l'huile de craie ou de chaux, ce qui eſt une preuve qu'il ne s'y trouve aucune partie de tartre vitriolé ni d'alcali. Elles ne donnent non plus aucun ſel de glauber.

Les réflexions ausquelles cette analyſe peut donner lieu parmi ceux qui entendent la chymie, ſont que le peu de ſelénité & de terre qui ſe trouve dans le ſel coctile ne mérite point d'attention, ces deux matieres n'étant pas nuiſibles, & d'ailleurs étant ordinaire que l'huile de tartre par défaillance précipite de tous les ſels marins diſſous un peu de terre blanche qui leur eſt comme étrangere. Si ce ſel ne donne pas du ſel de glauber, c'eſt qu'il a été bien égouté, car ce n'eſt que dans l'eau pure ou les égoutes qu'on trouve ce ſel qui précipite l'huile de chaux par ſon acide vitriolique. Et de tout cela l'on peut conclure que le ſel coctile eſt auſſi propre pour l'uſage œconomique, la chymie & les autres arts, que le ſel marin où ces mêmes principes ſe trouvent.

Art. 2.

Du ſel qui ſe tire du ſable marin leſſivé.

Il ne me paroît pas qu'il y ait dans le monde plus de deux païs où la méthode de tirer du ſel en leſſivant du ſable de la mer ſoit connue. L'un eſt en France dans la province de Normandie, & l'autre au Japon.

Au Japon on enferme un certain eſpace de terre que l'on remplit de ſable fin & net ſur lequel on jette de l'eau de mer. On le laiſſe enſuite ſécher & l'on réitere la même choſe juſqu'à ce qu'on croie le ſable ſuffiſamment imprégné de ſel. Alors le tirant on le met dans un cuveau qui a des trous au fonds. On jette encore deſſus de l'eau marine: & la laiſſant filtrer au travers du ſable on la reçoit par deſſous, après quoi on la fait bouillir juſqu'à une bonne conſiſtance, & le ſel qui en ſort eſt calciné dans des pots de terre juſqu'à ce qu'il y devienne blanc & propre à tous les uſages où l'on met le ſel ordinaire.

En

En Normandie, pour avoir du ſable propre à façonner du ſel, on choiſit une belle greve un peu élevée le long de la côte, & qui ſoit couverte toutes les nouvelles & pleines lunes depuis l'équinoxe de Septembre juſqu'à celle de Mars. On conſtruit ſur le bord de la greve des ſalines d'environ trois toiſes tant en long qu'en large ſupportées par quatre piliers de bois & couvertes de paille. Au milieu de la couverture on laiſſe un trou qui ſert de cheminée, & l'on tire d'une foſſe, que l'on ouvre auprès, de l'argile noire avec laquelle en la paitriſſant bien on forme des murailles qui montent juſqu'à la couverture. Au milieu de la ſaline ſont conſtruits les fourneaux d'environ un pied de hauteur, & d'un diametre proportionné à celui des plombs, c'eſt à dire d'environ 27 pouces de long ſur 22 de large. Ces fourneaux ſont faits de terre paitrie dans l'eau la plus ſalée qu'on puiſſe trouver, & l'on eſt obligé de les rétablir de mois en mois pour éviter une plus grande dépenſe en bois qu'occaſionneroit la cuiſſon du ſel. Les ſalines étant miſes en cet état, on fait amas de fagots & de ſablon à proportion des quantités de ſel qu'on veut faire. Trois ou quatre jours après que la mer eſt retirée, s'il fait un tems bien chaud & bien ſec, (car c'eſt ce qu'on demande) on commence par faire proviſion de ſablon & l'on continue d'en amaſſer juſqu'au mois d'août ou de ſeptembre, par le moien d'une machine à peu près ſemblable à ces gratereſſes dont les Jardiniers ſe ſervent pour grater & nettoyer les allées des jardins. La planche qui eſt au bout de cet inſtrument eſt de 6 ou 7 pieds de longueur, ferrée d'un côté & attachée à deux bâtons entre leſquels on attache un cheval ou deux qui traînent la machine, tandis que deux hommes ſont occupés, l'un à conduire les chevaux & l'autre la machine, comme un laboureur qui conduit ſa charrue. Cette machine enleve le ſablon de deſſus la greve de l'épaiſſeur de deux pouces, & quand elle eſt remplie de ſable, on la leve pour la faire paſſer par deſſus ce tas de ſablon, pour en faire d'autres dans toute l'étendue de la greve. On les enleve enſuite & on les voiture dans de petits tonbereaux auprès de la ſaline, le plus diligemment qu'il eſt poſſible de peur de la pluye.

pluye. Là ce ſable eſt mis en monceaux arrondis qu'on bat, à coups de pilon autant qu'on peut, pour empêcher que la pluye ne les faſſe ébouler ou ne les deſſâle. Il y a tels de ces monceaux qui contiennent juſqu'à 200 journées de tombereaux qui font chacun 20 à 25 voyages par jour. Lorsqu'on veut faire du ſel, on prend de ce ſablon que l'on met dans un quarré fait de 4 planches de chêne ou de hêtre de 7 pieds de longueur ſur 1 de large & 2 pouces d'épaiſſeur, on les aſſemble par les bouts en forme de preſſoir d'un pied de profondeur, foncé par deſſous d'autres planches qui ne ſont pas tout à fait jointes, afin que l'eau puiſſe s'écouler au travers du ſable, en emporter les parties ſalines & tomber ſur un autre plancher à quatre doigts plus bas, & conſtruit d'une ſorte de terre glaiſe qu'on bat comme on fait l'aire d'une grange, ce qui fait une plateforme unie & impénétrable à l'eau qui ſe rend de là dans une goutiere de la groſſeur du bras, d'où elle eſt portée dans des tonneaux qui ſont dans la ſaline pour pouvoir être miſe dans les plombs qui ſont ſur les fourneaux à meſure qu'on ôte le ſel de chaque bouillon, ſans quoi ces plombs fondroient.

Avant que de jetter le ſable dans le quarré de planche dont j'ai parlé, on en garnit le fond d'une couche de longue paille, de l'épaiſſeur de deux doigts. Et le ſable y étant jetté enſuite, on le foule avec les pieds le plus qu'il eſt poſſible. Puis on l'arroſe d'eau douce qui eſt la meilleure, ou à ſon défaut d'eau ſalée qui eſt une heure ½ à pénétrer le ſablon, & à ſe rendre aux tonneaux de la ſaline dans l'un desquels on la fait couler tant qu'on s'apperçoit qu'elle eſt ſalée; & quand elle ne l'eſt plus ſuffiſamment, on la fait aller dans un autre tonneau pour la mêler avec d'autre eau plus ſalée, ou pour la faire paſſer une ſeconde fois ſur le ſablon.

On connoît quand l'eau eſt bonne à faire du ſel, par le moien d'une eſpece d'écuelle de bois carrée de la grandeur de la main qu'on remplit d'eau ſalée, dans laquelle on jette une petite boule de cire ſemblable à une ceriſe, qui renferme quelques petits morceaux de plomb qui

qui la rendent aſſez peſante pour pénétrer l'eau douce & aller au fond, mais en même tems aſſez legere pour faire réſiſtance dans l'eau ſalée à proportion des parties de ſel qui s'y trouvent.

L'eau ainſi éprouvée ſe met dans les plombs qui ſont faits en forme de moules à biſcuit, longs d'environ 27 pouces & larges de 22 ſur 3 de profondeur. On fait du feu deſſous, & dès que l'eau commence à bouillir on ôte l'écume qu'elle pouſſe en abondance, & à meſure qu'elle diminue on y remet d'autre eau que l'on continue auſſi d'écumer. Après cela venant à s'épaiſſir on la remue continuellement avec un bâton large & recourbé par un bout. Le feu eſt continuel ſous les plombs, très-grand d'abord juſqu'à ce que l'eau bouille, moindre enſuite juſqu'à ce que le ſel ſoit formé, mais plus fort après cela juſqu'à ce qu'il ſoit parfaitement cuit: alors on l'enleve avec la pelle pour le mettre dans des paniers faits en ruches où il s'égoute & ſe ſeche en une heure $\frac{1}{2}$ ou deux, au bout desquelles on le renverſe dans un coin de la ſaline proprement balayé, & il y reſte juſqu'à ce qu'on le vende.

D'un ſoleil à l'autre on peut faire juſqu'à 13 bouillons dans chaque plomb, & chaque bouillon de 9 à 10 livres; ce qui fait environ 117 livres peſant de ſel toutes les 24 heures pour le travail de chaque plomb qui conſume en été environ 10 fagots & en hyver 12 ou 13 dont 7 à 8 ſont la charge d'un cheval. Mais il faut interrompre tous les jours le travail de ces plombs pour les rebattre, & les refondre de tems en tems.

Ce ſel eſt extrémement doux, mais n'a aucune mauvaiſe qualité.

Art. 3.

Du ſel qui ſe tire des cendres de diverſes matieres.

Il n'y a que les habitans du roiaume d'Aſem aux Indes Orientales que la néceſſité ait contraints à faire de ce ſel au défaut de tout autre. Voici dequoi il eſt compoſé.

Ils prennent de ces grandes feuilles de la plante qu'on nomme aux Indes figuier d'Adam. Ils les font ſécher, & après les avoir fait brûler, les cendres qui en reſtent ſont miſes dans l'eau qui en adoucit l'âpreté. On les y remue pendant 10 à 12 heures, après quoi l'on paſſe cette eau au travers d'un linge & on la fait bouillir. A meſure qu'elle bout, le fond s'épaiſſit, & quand elle eſt conſumée, on y trouve pour ſédiment au fond du vaſe un ſel blanc & aſſez bon.

Ce ſel eſt celui des riches, bien différent de ce qu'on appelle en ce païs-là le ſel des pauvres. Pour faire celui-ci, on ramaſſe l'écume verdâtre qui s'éleve ſur les eaux dormantes & en couvre la ſuperficie. On fait ſécher cette matiere, on la brûle, & les cendres qui en proviennent étant bouillies, il en vient une eſpece de ſel dont le commun du peuple ſe ſert à tous les uſages où nous employons les nôtres.

EXPÉ-

EXPÉRIENCES CHYMIQUES

SUR

L'ESPECE DE TERRE CONTENUE DANS LA DERNIERE LESSIVE MERE QUI RESTE DU SEL COMMUN; LAQUELLE TERRE FAIT LA BASE DE LA PIERRE SERPENTINE,

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

J'ai déjà rapporté & décrit d'une maniere diſtincte dans d'autres Mémoires, comment l'eſpece de terre dont il s'agit ici, peut être ſéparée, tant de la pierre ſerpentine que de la derniere leſſive incriſtalliſable, dite *Mutter-Sohle*, qui reſte de la préparation du ſel commun. J'ai ajouté après cela que cette terre étoit parfaitement la même, ſoit qu'elle fût tirée de la pierre ſerpentine, ſoit qu'on la retirât de la leſſive du ſel commun, & qu'on pouvoit en toute ſureté employer indifféremment l'une à la place de l'autre dans les Expériences.

II. J'ai dit auſſi alors que bien des Chymiſtes prenoient la terre en queſtion pour une terre calcaire, mais qu'elle l'étoit auſſi peu que la terre d'alun. Ses propriétés ne permettent de la rapporter ni à l'une ni à l'autre de ces deux terres. Elle eſt manifeſtement alcaline; car elle abſorbe les acides fort promptement, & s'en ſaoule; mais les produits qui en réſultent, n'ont pas la moindre affinité avec ceux que donne le mêlange des acides, tant avec la terre calcaire qu'avec celle d'alun. Quoique j'aye dévelopé tout cela ailleurs, je crois cependant que, pour mettre plus de liaiſon dans mes réflexions, il convient de le répéter ici.

III. La terre dont nous parlons, eſt diſſoute promptement par les trois acides du regne minéral; & cela

1. Avec l'acide du vitriol. Ici, après la ſaturation faite, il ſe criſtalliſe un ſel moyen, amer & qui ſe diſſout aiſément dans l'eau; il reſſemble à tous égards aux ſels purgatifs des ſources minérales qu'on nomme ſels amers. Au contraire, les terres calcaires donnent toujours avec cet acide une maſſe ſélénitique, inſipide, qui a de la peine à ſe diſſoudre dans l'eau; & de l'union de la terre d'alun avec le même acide réſulte toujours un véritable alun.

2. Avec l'acide du ſalpetre: notre terre eſt pareillement fort vîte & entierement diſſoute par cet acide, donnant, après l'entiere ſaturation convenable, un ſel qui, au premier coup d'oeil, ne differe point du ſalpetre; mais qui, expoſé à l'air, au lieu de demeurer ſec comme le ſalpetre, s'y fond. Cet acide agit tout autrement ſur cette terre que ſur la terre calcaire & ſur celle d'alun. En effet, la premiere par la calcination donne un phoſphore de Balduin, tandis que la ſeconde, à l'action d'un feu véhément, laiſſe entierement échaper l'acide du nitre; ce que fait auſſi à la vérité notre terre: mais, ce en quoi elle ſe diſtingue des deux autres, c'eſt que, lorsqu'on trempe un papier dans une ſolution de cette terre dans l'acide du nitre, affoiblie avec de l'eau, & qu'après l'avoir fait ſécher on l'allume, il brûle avec une flamme verte; ce qui n'a point lieu avec les ſolutions de la terre calcaire & de la terre d'alun.

3. Avec l'acide du ſel commun: notre terre y ayant été diſſoute juſqu'à la ſaturation, il en réſulte un mixte qui ſe retrouve parfaitement ſemblable à la leſſive mere de ce ſel, & qui, après avoir été deſſéché, attire l'air & ſe fond. En diſtillant ce mixte à un feu véhément, il laiſſe échaper ſon acide, tout comme la terre d'alun ſaoulée du même acide; au lieu que la terre calcaire le retient ſi fortement, que la plus forte incandeſcence ne ſauroit en faire ſortir quoi que ſoit, le cas étant le même que celui du ſel ammoniac fixe.

IV. Notre terre ſe laiſſe auſſi diſſoudre par les acides des végétaux, dont le plus pur eſt ſans contredit un bon vinaigre diſtillé.

Un

Un ſemblable vinaigre, concentré par le froid, diſſout notre terre avec un bruiſſement, & en abſorbe une bonne quantité pour ſa ſaturation. Cette ſolution ainſi ſaoulée, étant enſuite délayée avec un peu d'eau, filtrée & évaporée, refuſe de ſe criſtalliſer; mais, ſi on la laiſſe deſſécher tout doucement par l'évaporation, il demeure une matiere, comme une gomme arabique, & à la fin il ſe fond tout à fait. Au contraire la terre calcaire avec cet acide donne des criſtaux. Au reſte les produits du mêlange de notre terre avec le tartre reſſemblent à ceux que nous avons rapportés ailleurs comme réſultant de celui de la terre d'alun avec le ſel végétal impur. Notre terre, tout comme les terres calcaires diſpoſe auſſi ce ſel acide, je veux dire le tartre, à livrer ſa partie alcalino-ſaline à l'acide du nitre, & à devenir avec lui un véritable nitre. Voyez mes Ecrits Chymiques, Tom. I. p. 186. §. 24.

V. L'acide des fourmis, purifié par la diſtillation, & concentré par le froid, diſſout promtement notre terre tout entiere avec une forte effervescence; &, quand, après l'entiere ſaturation de l'acide, ce mixte filtré eſt diſpoſé par l'évaporation à la criſtalliſation, il ſe forme de petits criſtaux presque cubiques, qui n'ont gueres de goût, qui ſe diſſolvent avec peine, même dans une grande quantité d'eau chaude, & qui, au lieu de ſe fondre ſur des charbons ardens, tombent en pouſſiere. Au contraire, les criſtaux produits par cet acide avec la terre calcaire ſont allongés; & la ſolution de la terre d'alun avec le même acide ne ſe criſtalliſe point du tout, & donne après l'évaporation une maſſe que l'air rend gluante.

VI. Le mêlange de l'acide du phoſphore avec notre terre m'a donné les phénomenes ſuivans. Je peſai une dragme de cet acide du phoſphore concentré, je la mis dans un verre à large col, je la délayai avec trois parties d'eau diſtillée; enſuite j'y jettai peu à peu une demi-dragme de notre terre bien broyée dans un mortier de verre; & à meſure que je mis cette terre, il ſe fit une forte effervescence. La terre fut diſſoute, & même avec quelque incaleſcence, après que la demi-dragme entiere de ſel eût été employée; la ſolution étoit encore pure & claire; mais, dès que j'y eûs ajouté cinq grains de la

même terre, & que j'eûs bien remué ce mêlange, le tout reprit une forte efferveſcence, & perdit ſa limpidité & ſa liquidité; puis, s'épaiſſiſſant peu à peu, il ſe forma de petits criſtaux. Là deſſus je délayai ce mêlange avec de l'eau diſtillée, je le filtrai, & ayant ſéparé la liqueur claire, j'y jettai ſucceſſivement dix grains de notre terre broyée. L'acide du phoſphore étant pleinement ſaoulé, il ne ſe fit plus aucun bruiſſement. Cependant je le délayai encore une fois avec de l'eau chaude, je le filtrai; je verſai ſur les criſtaux qui étoient reſtés tant à la premiere qu'à la ſeconde filtration de l'eau diſtillée tiede, à pluſieurs repriſes, continuant auſſi longtems juſqu'à ce que l'eau qui s'écouloit, ne ſouffrit plus de précipitation avec la ſolution de ſel de tartre; après quoi je fis évaporer tout le liquide qui avoit paſſé par le filtre, pour le diſpoſer à la criſtalliſation. Pendant l'évaporation il ſe forma de petits criſtaux, qui, après l'humidité écoulée & le deſſéchement, peſoient dix-huit grains. Le peu d'humidité, qui s'étoit écoulée, ayant ſubi une nouvelle évaporation, j'en tirai un peu de ſubſtance ſemblable à de la gomme, qui devenoit promtement humide à l'air, & ſe diſſolvoit aiſément dans l'eau. Cette matiere viſqueuſe étant délayée, il ſe précipitoit à l'inſtant, par le moyen d'une ſolution de ſel de tartre, beaucoup de cette terre dont il eſt queſtion dans ce Mémoire. Il faut remarquer que les réſidus criſtallins qui étoient demeurés dans les deux filtres, après avoir été bien édulcorés & deſſéchés, peſoient exactement une demi-dragme.

VII. Comme je me rappelle qu'en rapportant les expériences que j'ai faites ſur la terre d'alun, je n'ai pas parlé de ce qui réſulte de ſon mêlange avec l'acide du phoſphore, je crois qu'il ne ſera pas déplacé d'en parler ici, pour mieux faire connoître la différence entre notre terre & la terre d'alun.

Ayant pris une dragme de l'acide du phoſphore que je délayai avec un peu d'eau, j'y jettai ſucceſſivement quarante cinq grains d'une terre d'alun édulcorée & deſſéchée au mieux: la ſolution de cette terre ſe fit ſans la moindre efferveſcence, à la reſerve d'un petit mouvement preſque imperceptible & d'un peu de chaleur qui ſe fit ſentir tout

tout à la fin. Je mis ce mixte en digeſtion; & au bout de quelques heures, je verſai deſſus un peu d'eau diſtillée chaude, pour le délayer; après quoi je le fis paſſer par un filtre de papier brouillard; & quand la liqueur claire fut écoulée, je la mis dans un verre ſur du ſable chaud pour la faire évaporer. Je remarquai pendant l'évaporation, qu'il ſe précipitoit une poudre presque ſaline, qui, ayant été ſéparée du liquide, peſoit après le deſſéchement deux grains. Je fis évaporer totalement le reſte du liquide; il n'y eut plus rien de trouble, & il ne tomba plus de poudre. Après l'entiere évaporation de toute l'humidité, je trouvai de nouveau un mixte qui reſſembloit à la Gomme arabique. Ce mixte délayé dans l'eau laiſſoit précipiter un ſédiment par le moyen de la ſolution des ſels alcalis, tant fixes que volatils. Ce qui étoit reſté de ce travail dans le filtre, après avoir été édulcoré au mieux avec de l'eau chaude & deſſéché, peſoit exactement encore quarante cinq grains, comme le poids complet de la terre d'alun, & néanmoins pendant l'évaporation il s'en étoit précipité deux grains, & il en étoit reſté encore une portion diſſoute dans le liquide; de ſorte qu'il faut qu'il ſoit entré quelque choſe de l'acide du phoſphore dans la terre d'alun.

VIII. Notre terre, quand elle a été précédemment calcinée, ſépare à la vérité la partie urineuſe du ſel ammoniac, comme le font les terres calcaires calcinées; mais, comme l'acide du ſel armoniac, qui n'eſt autre que l'acide ſalin, rencontre ici une terre différente de la terre calcaire, & que notre terre a pour propriété de laiſſer échaper les acides ſalins, lorsqu'elle eſt expoſée à l'action d'un feu véhément, la partie urineuſe ſe ſaoule de nouveau de cet acide, & par conſéquent un nouveau ſel armoniac eſt tout auſſitôt régénéré.

En effet, ayant pris deux parties de notre terre, qui avoit ſouffert auparavant une forte calcination, & les ayant mêlées avec une partie de ſel armoniac pulvériſé, il s'éleva une odeur volatile urineuſe, comme celle que donne d'abord le mêlange de la chaux vive avec le ſalmiac. Je mis ce mixte dans une retorte avec un récipient adapté & luté; & l'ayant diſtillé d'abord à un feu doux, il s'éleva un peu de

ſel

ſel volatil urineux, en partie par gouttes, en partie ſous une forme ſeche. J'adaptai un autre récipient & j'augmentai le feu: alors il monta une bonne quantité de ſublimé ſous la forme de vapeurs blanches, lequel mêlé à une leſſive alcaline fixe, laiſſa échaper l'urineux, de ſorte qu'il n'étoit plus que du ſalmiac. Enſuite il ſortit encore un peu d'acide de ſel, dont une petite partie demeura encore attachée à cette terre en poudre qui étoit reſtée au fond de la retorte. Car, ayant leſſivé ce réſidu, il donna une liqueur qui ſe précipitoit fortement avec l'huile de tartre par défaillance. Si on laiſſe évaporer doucement cette leſſive filtrée, ſans y jetter de ſel alcali, il ſe forme à la vérité des criſtaux au froid, mais qui ſe fondent auſſitôt après.

IX. Une forte calcination ne met pas notre terre dans le cas de s'échauffer enſuite avec l'eau, comme le font les terres calcaires. En effet, de deux dragmes de cette terre que j'avois tenue une heure & demie dans un creuſet fermé, expoſé à un feu véhément, il ne demeura que cinquante grains, qui ne donnerent abſolument aucune chaleur avec l'eau; & en faiſant bouillir dans de l'eau de cette même terre ainſi calcinée & mêlée avec du ſel alcali, elle ne prit aucune qualité cauſtique; ce que fait pourtant toujours la terre calcaire après ſa calcination. Cependant elle paroit diſſoudre en quelque maniere le ſouffre, lorsqu'on en fait bouillir deux parties avec une partie de ſouffre dans de l'eau diſtillée, vû qu'après cela la leſſive filtrée de cette decoction paroit jaunâtre, & qu'en y verſant du vinaigre elle ſouffre une précipitation qui eſt cependant beaucoup plus foible, & accompagnée d'une odeur d'oeufs pourris, bien moindre que quand ce travail s'exécute avec de la chaux & du ſouffre.

X. J'ai encore mêlé notre terre avec parties égales de ſel de tartre fixe bien ſec, j'ai couvert ce mêlange, & je l'ai calciné longtems & avec force, ſans qu'il ſe fondit le moins du monde enſemble. Je l'ai enſuite leſſivé avec de l'eau diſtillée; & après la filtration & quelque évaporation, la leſſive ne s'eſt point trouvée cauſtique, comme elle le devient toujours par le mêlange de la chaux & du ſel de tartre.

tre. Si l'on continue l'évaporation de cette leſſive, on obtient des criſtaux, mais qui ſe fondent bientôt à l'air.

XI. Quand on mêle deux parties de notre terre avec une partie de ſouffre, & qu'on les ſublime dans une retorte de verre juſqu'à une entiere incandeſcence, le ſouffre monte presque ſans aucun déchet ſenſible & s'éleve n'ayant ſouffert aucune altération. Ce qui reſte de ce travail étant leſſivé, & la leſſive un peu concentrée par l'évaporation, le vinaigre en précipite à la vérité quelque choſe, mais fort peu & ſans aucune odeur perceptible. Il en arrive autant lorsqu'on mêle deux parties de cette terre avec une partie de cinnabre pilé fort fin, & qu'on les ſublime d'une retorte de verre; car alors le cinnabre monte dans tout ſon poids, ſans altération ni révivification; circonſtances qui ſont toutes différentes de ce qui arrive avec la chaux; le réſidu eſt à tous égards dans le même cas que celui du mêlange avec le ſouffre.

XII. En mêlant bien parties égales de tartre vitriolé, & de notre terre, ce mêlange travaillé dans un creuſet fermé à un feu véhément, on trouve que ce qui reſte n'eſt point fondu, & qu'il eſt à peine un peu cuit. Si enſuite on leſſive avec de l'eau chaude, & qu'après la filtration on le diſpoſe par l'évaporation à la criſtalliſation, on retrouve le tartre vitriolé dans toute ſa pureté, & la terre non altérée demeure dans le filtre. De même, ſi l'on mêle parties égales de ſalpêtre ou de ſel commun avec notre terre, qu'on diſtille chacun de ces mêlanges à part à un feu véhément, ces ſels ne ſouffrent pas la moindre altération, & on les recouvre tels qu'on les avoit employés, en leſſivant le réſidu & en procédant comme ci-deſſus.

XIII. J'ai déjà parlé dans d'autres endroits de la leſſive-mere incriſtalliſable du ſel commun, & j'ai dit que cette terre pouvoit en être précipitée, auſſi bien que de ſes ſolutions faites avec d'autres acides, au moyen de l'eſprit de ſel ammoniac, mais qu'en continuant à y en verſer davantage, il rentroit en ſolution. Cela m'a engagé à mêler notre terre auparavant préci,itée, avec un ſel alcali fixe, & enſuite

édulcorée au mieux avec de l'eau, à la mêler, dis-je, avec un eſprit de ſel armoniac bien pur, pour voir ce qui en arriveroit.

Je mêlai donc une dragme de notre terre bien broyée avec trois onces d'un eſprit de ſel armoniac aſſez fort qui avoit été préparé avec le ſel de tartre: je mis ce mêlange dans une retorte de verre proportionnée, & après y avoir adapté & luté le récipient, je mis ce vaiſſeau à diſtiller dans une coupelle de ſable; tant que le tout demeura froid, je n'y remarquai pas le moindre mouvement; mais, dès qu'il eût acquis un peu de chaleur, ce mêlange ſe mit à bouillir en pouſſant des bulles avec aſſez de force, & l'eſprit de ſel armoniac laiſſa échaper ſon ſel volatil qui monta dans le récipient ſous une forme ſeche. Je continuai la diſtillation juſqu'à ce que ce ſel eût été diſſous de nouveau par l'humidité qui s'éleva enſuite. Le mêlange continua de bouillir auſſi longtems qu'il s'y trouva du ſel volatil, après quoi je le laiſſai réfroidir, & ayant délayé avec de l'eau chaude ce mêlange encore humide dans la retorte, je le verſai ſur un filtre de papier brouillard, je concentrai par l'évaporation la liqueur qui s'en étoit écoulée; j'eſſayai ſi l'on pouvoit y effectuer la précipitation tant avec les ſels acides qu'avec les alcalis, mais je ne pus rien découvrir. Là deſſus j'édulcorai au mieux ce qui étoit reſté dans le filtre, je le fis ſécher, & je retrouvai exactement le poids de ma terre, ſavoir une dragme. Bien qu'on ait lieu de conjecturer d'après cet expoſé, qu'il ne s'eſt fait ici aucune ſolution ni aucun changement de notre terre, cependant l'ébullition qui dura auſſi longtems que le ſel volatil du ſel armoniac s'y trouvoit, eſt digne de remarque; & il vaudroit bien la peine de rechercher ſi & juſqu'à quel point la terre demeurée dans le filtre a été altérée par l'eſprit de ſel armoniac. Mais le tems ne m'a pas encore permis de m'occuper de cet examen.

XIV. J'ai encore traité notre terre avec le borax à un feu véhément; & voici ce que j'ai trouvé. Parties égales de borax calciné, c'eſt à dire, dégagé de toute l'humidité qui pouvoit y reſter, & de notre terre, bien mêlées enſemble, & tenues pendant une heure dans un creuſet de fuſion à un feu véhément, ont été réduites à une telle fu-

fuſion que tout a paſſé à travers le creuſet, ſans que rien y ſoit reſté. Pour prévenir cette extreme fluidité, j'ai mêlé parties égales de borax calciné, de notre terre, & de caillou pilé bien menu; & ayant travaillé ce mêlange au même feu de fuſion; j'ai trouvé dans mon creuſet une très belle maſſe de verre couleur de topaſe, que le caillou ſans le borax, mêlé avec parties égales de notre terre, ne ſauroit produire, puisqu'au feu le plus violent il ne reſte de ce dernier mélange qu'un mixte en pouſſiere qui ne s'eſt point cuit enſemble.

XV. Parties égales de notre terre & de chaux fuſée, mêlées enſemble & travaillées comme dans le §. précédent au creuſet de fuſion, ne ſe fondent pas enſemble; elles demeurent une ſubſtance en pouſſiere qui ne s'eſt point cuite. Au contraire, la terre d'argille avec la nôtre ſe cuit déjà un peu au feu; car, ayant pris de l'argille d'Hirſchberg bien pulvériſée & exactement lavée, parties égales avec notre terre, le tout bien mêlé, & humecté avec de l'eau pour en former une pâte, dont je fis une petite plaque, le tout, après le deſſéchement, étant traité dans un creuſet fermé à un feu véhément de fuſion, de la maniere qui a été ſouvent indiquée, j'en obtins une maſſe qui reſſembloit à de la craye compacte, & qui par conſéquent n'étoit pas fort aiſée à rompre.

XVI. Le flus-ſpath de Freyberg qui porte le nom du Prince Electoral Fréderic Auguſte, & qui a été précédemment calciné, (eſpece de pierre de laquelle j'ai dit ailleurs qu'elle reſſembloit parfaitement à la pierre de Bologne,) mêlé à parties égales avec notre terre, & forcé au feu de fuſion dans un creuſet fermé, donna un mêlange qui ne ſe fondit en aucune maniere, & qui, à en juger par les apparences, ne ſouffrit aucun changement; néanmoins il me ſemble que notre terre avoit éprouvé quelque altération, vû que ce mixte ne prit plus d'efferveſcence avec aucun acide, comme il le faiſoit avant la calcination. Au reſte, ce flus-ſpath, quant à ſa compoſition, eſt un produit de l'acide du vitriol & de la terre calcaire: c'eſt ce que j'ai prouvé bien clairement dans une diſſertation ſur la nature de cette pierre, qui ſe trouve dans les Mémoires de l'Académie.

XVII. Il en eſt tout autrement de l'eſpece de flus-ſpath qu'on trouve en abondance à Stolberg dans le Harz, auſſi bien qu'en divers autres endroits. Elle eſt de toutes ſortes de couleurs, & l'on s'en ſert beaucoup dans les mines pour les travaux de la fuſion. Cette eſpece de pierre eſt encore connue ſous les noms de *Pſeudo-Smaragdus*, *Pſeudo-Hyacinthus*, & *Pſeudo-Amethyſtus*; & je me ſuis convaincu par ma propre expérience que c'eſt le véritable *Petun-ſe* des Chinois. Comme je travaille à un Mémoire ſur cette ſorte de pierre, l'une des plus curieuſes, je n'en dirai ici que ce qui ſe rapporte à mon ſujet; ſavoir, qu'après avoir été calcinée & réduite à une fine pouſſiere, ſi on la mêle à parties égales avec notre terre, & qu'on mette ce mixte dans un creuſet couvert au feu de fuſion, il entre dans une ſi grande fuſion que tout paſſe à travers le creuſet, qui devient ſemblable à une ruche d'abeilles. Mais, quand à des parties égales de notre terre & de cette pierre, on ajoute une partie de cailloux pilés bien menu, & qu'on traite le tout à couvert au feu de fuſion, il reſte dans le creuſet un beau verre clair, couleur de chryſolithe, qui a quelques rayes blanches.

XVIII. Deux parties de notre terre avec une partie de régule d'arſenic, étant ſublimées dans une retorte de verre, il ſe trouve qu'en donnant à la fin un feu véhément, l'arſenic reprend ſa forme métallique, & monte avec tout ſon poids ſans avoir ſouffert aucune altération. On n'en remarque point non plus dans la terre qui reſte. La même choſe arriva en mettant deux parties de terre avec une partie d'orpiment ſublimé, & en les travaillant de la même maniere. Ni la terre, ni l'orpiment, ne furent changés; & celui-ci s'éleva ſous ſa forme ordinaire & avec tout ſon poids.

XIX. Dans mes Ecrits Chymiques, en parlant des effets du ſel alcali du ſel commun ſur le régule d'antimoine, j'ai rapporté que quatre onces d'antimoine étant fondues avec cinq dragmes de craye, il ſe détachoit une portion de régule d'antimoine. Cela n'arrive pas avec notre terre; car, ayant eſſayé de fondre enſemble à couvert cinq onces d'antimoine avec cinq dragmes de cette terre, j'ai trouvé que mal-

malgré la fuſion parfaite où le tout étoit entré, il ne s'étoit point formé de régule. La raiſon manifeſte en a été indiquée §. XI. c'eſt que le ſouffre s'attache plus volontiers à la terre calcaire qu'à la terre de la leſſive-mere du ſel commun.

XX. J'ai pris du verre de plomb fait de quatre parties de minium, & d'une partie de cailloux; ſeul il ſe fond aſſez bien, mais mêlé avec parties égales de notre terre, il ne s'eſt point fondu à un feu véhément; il s'eſt ſeulement un peu cuit par en-bas, & il a fortement verniſſé le creuſet. La même choſe eſt arrivée avec un verre de plomb arſénical, fait de deux onces de minium, d'une once de cailloux, & d'une demi-once d'arſenic.

XXI. J'ai encore eſſayé les effets de notre terre, lorsqu'on la ſoumet aux procédés que Mr. de Réaumur a ſuivis pour faire de la porcelaine avec du verre commun, au moien de la cémentation. J'ai pris pour cet effet des morceaux de vitres communes, je les ai bien entaſſés avec notre terre, couche par couche, dans un creuſet fermé; j'en ai procuré la cémentation à un feu modéré pendant une heure; &, après le réfroidiſſement, j'ai trouvé que la terre avoit pénétré le verre aſſez profondément, & qu'il s'en étoit formé un mixte de porcelaine, presque auſſi bonne que la porcelaine de verre de M. de Réaumur. Je pris enſuite du verre de vitres communes bien pulvériſé & lavé; j'en mêlai trois parties avec une partie de notre terre, je travaillai le tout à un feu véhément de fuſion dans un creuſet couvert; après quoi je trouvai que ce mêlange ne s'étoit pas à la vérité fondu, mais ſeulement cuit. Je pilai ce mixte dans un mortier de verre & le réduiſis à une poudre très fine; j'y ajoutai encore une dragme de verre commun lavé, mêlant bien le tout, de quoi j'obtins une maſſe qui s'étoit fondue entierement enſemble, & qui reſſembloit à de la porcelaine. Frappée contre l'acier, elle rendoit des étincelles. Mais, ayant mêlé vint grains de notre terre avec trois dragmes de ce verre commun lavé, deux grains de *crocus Martis*, & un grain de *crocus Veneris*, & travaillé le tout à couvert pendant deux heures au feu de fuſion, j'obtins une maſſe vitreuſe, ſemblable au chryſolithe foncé.

XXII. Ce qu'on nomme les fleurs de zinc, c'eſt à dire la chaux de zinc bien préparée, mêlées à parties égales avec notre terre, & expoſées à l'action d'un feu véhément dans un creuſet fermé, n'entrent point en fuſion; il ne s'en cuit même rien, & la couleur n'éprouve aucun changement.

Mais un mélange de deux parties de notre terre avec deux parties de cailloux pilés bien fin & lavés, une partie de fleurs de zinc, quatre parties de borax calciné, & une de ſalpetre pur, ſe fond à un feu véhément en une maſſe opaque d'un jaune verdâtre. Au contraire, en mêlant deux parties d'argille de Hirſchberg lavée avec trois parties de cailloux, & une partie de notre terre, le tout étant réduit en pâte avec de l'eau, le travail ſusdit en fait une maſſe de porcelaine, mais qui eſt fort poreuſe: & en y ajoutant ſeulement une très petite quantité du flus-ſpath de Stollberg, le tout ſe fond en une maſſe jaunâtre & ſpongieuſe. Il reſteroit encore bien des expériences à faire avec notre terre; mais il faut les renvoyer à un autre tems, les circonſtances où je me trouve actuellement ne me permettant pas d'y vaquer. Il ſuffit ſeulement d'avoir mis hors de tout doute, que notre terre n'eſt, ni calcaire, ni alumineuſe, ni d'aucune des autres eſpeces de terres abſorbantes connues; &, ſi la providence le permet, je pourrai encore indiquer bien d'autres alcalines qui différent pareillement de la nôtre.

CON-

CONSIDÉRATIONS

SUR

LA MULTIPLICATION PRÉCOCE DES ABEILLES, RETROUVÉE DEPUIS QUELQUES ANNÉES DANS LE MARGGRAVIAT DE LUSACE, ET QUI AVOIT DÉJÀ ÉTÉ EMPLOYÉE PAR LES ROMAINS À MULTIPLIER LES ESSAINS TROP DIMINUÉS.

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

A quelque point que puiſſe aller la force naturelle de ſe multiplier que poſſedent les Inſectes, & quelqu'exceſſive que ſoit leur propagation & l'accroiſſement de leur nombre qui en réſulte; leur deſtruction ou décroiſſement peut auſſi ſans contredit être pouſſé tout auſſi loin, tant par les voyes naturelles que par celles qui ne le ſont pas: mais, quoique ce décroiſſement arrive ſuivant des proportions qui ſont exactement déterminées dans l'ordre de la nature, & qui même doit arriver alternativement; nous ne pouvons jamais le découvrir entierement dans les eſpeces. Il eſt aiſé qu'il aille en augmentant ou en diminuant, rélativement à la diverſité des ſituations, des ſaiſons, & de la nourriture, ſoit dans des contrées & païs particuliers, ſoit tout à la fois ſous divers climats, comme on le voit de même dans la fécondation des Inſectes, qui eſt quelquefois diminuée, troublée, arrêtée même & entierement détruite. Autant que ces variations ſont réelles & importantes dans la grande oeconomie de la Nature où elles ont leurs fondemens; auſſi peu paroit-on juſqu'ici les avoir bien compriſes, & en avoir fait tout le cas qui leur convient. Où ſont ceux qui ſe mettent en peine, ſi

ces

ces inſectes tant grands que petits exiſtent dans leur quantité ordinaire, ou ſont moins nombreux, pourvu qu'il n'arrive à cet égard rien de trop ſenſible & de tout à fait extraordinaire? On croit perdre ſa peine & ſon tems d'apprendre à connoître de ſemblables créatures; d'étudier à fond leurs propriétés, & d'appliquer au bien public les découvertes utiles qui peuvent être faites dans ce genre: tout cela eſt trop bas pour des gens qui ſe piquent d'un goût fin & de délicateſſe d'eſprit. Il n'eſt pas beſoin de prouver que, dans des tems auſſi éclairés que les nôtres, on ne laiſſe pas de penſer de cette maniere ſur diverſes parties des ſciences naturelles qui tiennent pourtant les principales places dans la grande doctrine de la Nature. Peut-être qu'on ſeroit tenté de les condamner à retourner à leur état primitif, à celui où elles étoient dans les tems de l'origine la plus reculée. On ne ſauroit pourtant dire que cette façon de penſer ſoit devenue univerſelle.

Dans certaines contrées & certaines années le trop grand accroiſſement des inſectes peut avoir des ſuites fâcheuſes, qui ne ſe bornent pas à cauſer quelques incommodités, ou dommages, mais qui ſont d'une beaucoup plus grande conſéquence par rapport à nous que tous les autres accidens qui naiſſent de là en même tems. Mais, d'un autre côté, quand il ne viendroit à manquer que la quantité accoutumée des inſectes que diverſes contrées reconnoiſſent leur appartenir en propriété & en égalité dans un certain ordre, ce défaut de quelques eſpeces, dont il ſemble d'abord qu'on ne doive pas faire grand cas, ne laiſſeroit pas de cauſer des effets, qui, tant par leur ſingularité que par le préjudice qui en réſulteroit, exciteroit bien plus l'attention & les plaintes des habitans, que n'avoient jamais été capables auparavant de le faire les cauſes auxquelles tient le défaut en queſtion.

Toutes les eſpeces d'inſectes dont divers cas particuliers ont procuré de côté & d'autre la connoiſſance avant celle des autres eſpeces, ont été enviſagées d'une maniere qui a engagé à les rapporter à deux claſſes générales, que la plûpart des hommes regardent comme exactes & bien fondées. Le premiere eſt celle des inſectes bons & utiles, qui peuvent en effet, rélativement à certaines vues contribuer

plus

plus ou moins à notre profit, ou notre plaiſir, ou du moins qui ſont cenſés y contribuer. On s'imagine que c'eſt là préciſément leur deſtination, telle que la Nature ſe l'eſt propoſée. L'autre claſſe générale comprend tout le reſte des inſectes, tant ceux qui ſont inconnus que ceux qu'on eſtime deſagréables, incommodes ou nuiſibles, avec fondement ou ſans raiſon. Les hommes appellent ceux-ci les Inſectes inutiles & pernicieux; & ſuivant leurs idées ils ſont ſuperflus. Affirmer que leur exiſtence eſt au contraire d'une vraye néceſſité dans la Nature, c'eſt tenir un langage qu'ils trouvent extravagant ou incompréhenſible.

En partant de là, les gens qui penſent ainſi, ſouhaitent uniquement la multiplication des inſectes qui leur plaiſent, ou dont ils retirent quelque utilité. Ils y travaillent même autant que cela dépend d'eux; & ſi le ſuccès répondoit à leurs deſirs, il faudroit que cet accroiſſement devint d'une grandeur inexprimable. D'un autre côté, ils ont juré une guerre implacable à tous les autres inſectes, & ils jugent que c'eſt rendre un bon ſervice à la nature, qui, à leur avis, a commis une lourde méprise en les produiſant & en les multipliant.

Cependant, ſi nous connoiſſions mieux les inſectes, & que nous les euſſions à notre commandement auſſi bien que les tempêtes, cela nous mettroit en état d'influer à notre gré ſur quantité de circonſtances importantes de l'agriculture & de l'oeconomie domeſtique; ce à quoi nous ne parviendrons jamais, parce que nous nous trouvons réduits à laiſſer nos meilleurs arrangemens à la merci des tempêtes & des inſectes. Quand nous avons tout fait, il ne reſte rien pour nous que l'eſpérance du plus heureux ſuccès de nos meſures; &, à l'égard des inſectes, le privilege de gouverner & de multiplier quelques eſpeces particulieres & d'en profiter à notre gré, pendant le tems où l'ordre naturel le permet, ou de diminuer juſqu'à un certain point la trop grande multiplication d'autres eſpeces qui nous incommodent ou nous cauſent du dommage. Ce dernier travail rencontre le plus ſouvent de très grandes difficultés, ou même dans la plûpart des cas il eſt tout à fait impoſſible.

Parmi les inſectes les plus utiles qui ont mérité l'attention des hommes, & qui les ont le mieux récompenſés des ſoins qu'ils leur ont conſacrés, on doit ſans contredit donner le premier rang aux abeilles. Leur miel & leur cire leur ont attiré la conſidération la plus univerſelle, & presque la plus ancienne, parce que depuis que la terre eſt habitée & cultivée, elles ont fourni ces productions de leur induſtrie ſans qu'il en coutât beaucoup de peine ou de fraix.

Ainſi, quoiqu'il puiſſe ſe trouver dans diverſes contrées du Monde pluſieurs eſpeces différentes d'inſectes, dont les habitans de ces contrées ayent retiré depuis très longtems diverſes utilités, cependant il n'y a point d'objet plus anciennement connu que l'on puiſſe découvrir parmi tous ces peuples divers, que les abeilles & le ſoin de les élever. Il eſt bien vrai que pluſieurs peuples ſe ſont bornés à l'uſage du miel ſauvage, ſans prendre aucun ſoin des abeilles; mais l'ancienneté de ſoin parmi d'autres peuples n'en demeure pas moins conſtatée. L'art & l'habileté de raſſembler dans les forêts les abeilles ouvrieres, de les apprivoiſer, de les nourrir, de les conſerver, & de ſe procurer par leur moyen des avantages très conſidérables, eſt très anciennement connu, pratiqué & eſtimé. C'eſt ce dont on peut ſe convaincre en conſultant les monumens de la plus haute antiquité.

Quant à l'eſpece, les abeilles ſauvages qui donnent du miel, ne différent en rien des abeilles apprivoiſées. Le lieu de leur ſéjour, la qualité de leur nourriture, & quelques autres circonſtances accidentelles, leur donnent des caracteres d'où il ne réſulte aucune différence réelle. Dès qu'elles ceſſent d'être ſauvages, elles perdent inſenſiblement, avec leur liberté, les propriétés qui en dépendent; elles deviennent un peu plus foibles, & elles ſont plus expoſées à certains accidens qu'elles ne l'étoient auparavant. On les traite quelquefois d'une maniere arbitraire, & qui l'eſt peut-être trop. On les attire & on les fait entrer dans des habitations où le plus ſouvent elles ne ſeroient jamais entrées d'elles-mêmes. On diviſe leurs eſſains, ou on les conjoint en diverſes manieres. Si on le croit convenable

nable à ſes vues, on leur ſouſtrait une partie de leur miel ou de leur cire, quelquefois même le tout, & par deſſus cela on les tue. Ces détails ſont trop connus pour nous y arrêter.

Mais, ſi d'un côté les dépenſes qu'on a à faire pour exécuter tout ce qu'on ſe propoſe dans la ſuite à leur égard, & qui a pour objet en partie leur conſervation, en partie l'utilité qu'on ſouhaite d'en retirer; ſi ces dépenſes, dis-je, ſont de véritables bagatelles; l'attention d'un autre côté & les ſoins doivent être au contraire d'autant plus grands que leurs beſoins l'exigent dans quelques ſaiſons. Outre cela il ſurvient des accidens, dont on ne ſauroit toujours ſe préſerver entierement, & dont les cauſes ſont ſuffiſamment connues de ceux qui s'entendent à élever des abeilles. Suivant ces principes, le principal but auquel tendent ceux qui ſe propoſent de tirer du profit de leurs abeilles, c'eſt d'augmenter conſtamment & conſidérablement le nombre des ruches & celui des eſſains qui forment le peuple de chaque ruche. Pour cet effet, ils conſervent & renouvellent les ruches auſſi longtems qu'ils le jugent avantageux, ils fortifient celles qui ſont trop foibles dans les ſaiſons les plus convenables en y incorporant de jeunes eſſains, & ils tâchent de diſtribuer & d'employer ces eſſains de façon qu'ils puiſſent les conſerver, au lieu d'en tuer annuellement un auſſi grand nombre qu'on a coûtume de le faire. Et parce que la diminution annuelle, tant naturelle qu'extraordinaire des abeilles ouvrieres, depuis leur ſortie de la ruche juſqu'à l'hyver, tant par rapport aux vieilles ruches que dans les nouvelles, n'eſt que trop certaine, les attentions & les précautions deviennent de plus en plus néceſſaires. Quand il arrive outre cela dans certaines années que le déchet accoûtumé devient contre l'attente beaucoup plus fort à cauſe de la température de l'air, de la qualité des alimens, & des dégâts cauſés par les frêlons ennemis des abeilles, le nombre des jeunes eſſains ne ſera toujours que trop petit.

Les Romains, qui ont été également verſés dans les différentes parties de l'oeconomie des Carthaginois, des Grecs & d'autres peu-

ples fort exercés dans ce genre de travail; & qui tranſportoient avec ſuccès à leurs contrées les arrangemens les plus utiles qui avoient été pratiqués ailleurs, faiſoient du ſoin des abeilles une affaire toute particuliere, qu'ils conduiſoient avec le plus grand ordre, la plus grande dextérité, & le plus grand profit. Ils étoient ſurtout au fait de la diminution tant accoutumée qu'extraordinaire qui peut avoir lieu dans les ruches, & ils avoient un moyen auſſi abrégé que commode d'y remédier. Suffiſamment inſtruits par l'expérience commune de la courte vie & du peu de durée des abeilles, & de la néceſſité d'en avoir toujours de jeunes en abondance à ſa diſpoſition, ils tournoient leur principale & conſtante attention de ce côté-là; & dans certaines contrées ils trouvoient des occaſions plus favorables à cet égard que dans d'autres. Ils remarquoient fort bien, que la multiplication de leurs ruches dans certaines années ne réuſſiſſoit pas hors du vrai tems qui y eſt deſtinée, que tantôt elle étoit fort chétive & tantôt abſolument nulle, malgré toutes les peines qu'ils pouvoient prendre pour la procurer. Quelques ruches ne produiſoient que de très petits eſſains; d'autres s'affoibliſſoient par ceux qui ſortoient trop tôt ou trop tard, dans des ſaiſons qui n'étoient pas convenables; & les mêmes cas ont lieu chez nous. Il arrivoit outre cela que ces ruches ſouffroient encore beaucoup, lorsque les jeunes ouvrieres, dans le tems où elles faiſoient la récolte de la cire & du miel, venoient à être ſubitement ſurpriſes par un tems froid & humide, quelquefois par des pluyes à verſe, des vents impétueux de trop longue durée, ou qu'elles étoient expoſées aux attaques de divers ennemis raviſſeurs & meurtriers. De cette maniere diverſes ruches ſouffroient quelquefois en peu de tems une telle mortalité que le peu qui en reſtoit ſuffiſoit à peine pour former un ſeul eſſain capable de continuer le travail néceſſaire, & de ſe ſoutenir pendant le cours de l'hyver.

Quelles que puſſent être les ſources de ces divers maux, ils prenoient en conſéquence des arrangemens deſtinés à les prévenir & à y remédier; mais leur principale occupation étoit en général d'augmenter chaque ruche mere qui ſe trouvoit affoiblie, dans la ſaiſon de l'an-

l'année convenable, ou du moins auſſitôt qu'il étoit poſſible, d'un jeune eſſain ou davantage, pour la continuation des travaux néceſſaires. De cette maniere, quand la ſaiſon les favoriſoit, ils mettoient leurs ruches, dans l'eſpace d'une quinzaine de jours, au point que le travail n'y ſouffroit plus aucune interruption, & qu'il ne ſembloit pas qu'elles euſſent jamais été dépourvues d'ouvrieres. De pareils arrangement étoient auſſi faciles & commodes qu'avantageux pour ceux qui, connoiſſant bien le naturel des abeilles, avoient appris à les gouverner ſans qu'il ſoit beſoin d'en tuer: quoiqu'il s'en trouvât parmi eux qui étoient inſtruits de la maniere dont il faut s'y prendre pour les tuer.

Auſſitôt donc que le dépériſſement d'une ou de pluſieurs ruches le demandoit, on ſongeoit aux moyens d'y porter remede, & d'en conſtruire d'autres; & l'on prenoit pour cet effet le tems où les arbres ſont en pleine fleur, ou celui dans lequel les prairies & les forêts ſont encore ſuffiſamment émaillées. Il s'agit après cela de ſaiſir la différence des cauſes principales qui influent ſur le mal, & de régler là deſſus les ſecours qu'on adminiſtre. Tantôt c'étoit une eſpece de maladie contagieuſe qui avoit introduit la mortalité dans la ruche; tantôt ſon affoibliſſement venoit de circonſtances moins conſidérables; & ce n'étoit qu'après ces différences qu'on déterminoit l'ordre & l'application des remédes. Ainſi, quand c'étoit une contagion qui étoit le principe de la deſtruction des abeilles, on s'oppoſoit à ſa violence & à la rapidité de ſes progrès, en nettoyant les ruches, en donnant un petit nombre de remedes, & en changeant totalement la nourriture; & avant toutes choſes on tâchoit de mettre en ſureté le reſte de l'eſſain. Par de telles meſures on réparoit le dommage. Mais, lorſque les circonſtances n'exigeoient pas les ſoins & les moyens qui viennent d'être indiqués, on n'a eu rien de mieux à faire pour remédier à la diminution des abeilles que de réunir à la ruche un ou pluſieurs jeunes eſſains; outre cela on ſe ſervoit d'un autre moyen beaucoup plus court & plus commode encore, dont nous allons tout à l'heure parler plus au long.

Ces deux ſortes de multiplication des abeilles qu'on peut regarder comme parfaitement conformes à la Nature, & d'une utilité décidée, doivent avoir été connues & uſitées déjà de très bonne heure chez les Romains, comme les Ecrits qu'ils nous ont tranſmis ſur l'oeconomie de la campagne en ſont foi. Quand nous comparons les arrangemens rélatifs aux mêmes objets qui ont eu lieu dans le ſiecle précédent & dans le nôtre, avec les moyens ſusdits de multiplication pratiqués par les anciens, on y trouve une reſſemblance qui, bien qu'elle ne ſoit pas complette, ne laiſſe pas de s'étendre fort loin, quelquefois même de n'offrir aucune différence ſenſible. La longueur du tems, & les révolutions qui font ſucceder un peuple à un autre, peuvent donner lieu à bien des changemens dans toutes les parties de ce travail. En général, combien d'inventions anciennes & utiles, qui, après avoir été longtems enſévelies dans l'oubli, ſe ſont en partie retrouvées chez d'autres peuples qui y ſont parvenus par la réflexion, juſqu'à ce qu'à la fin on les a vu reparoitre dans un troiſieme ou quatrieme lieu ſous une forme un peu étrangere.

Je ne crois pas devoir rien ajouter davantage ici, ſur la multiplication & la conſervation des ruches affoiblies, procurée par l'addition d'un ou de deux jeunes eſſaims, puisque tous ceux tant anciens & modernes qui ont été & ſont au fait du gouvernement des abeilles, connoiſſent les circonſtances, les avantages & les difficultés de cette opération. Tout ce qu'il convient de remarquer, c'eſt que diverſes bonnes inventions, qui dans leur application ſe montroient préférables aux autres par bien des commodités, & qui promettoient même des avantages aſſurés, s'étant enſuite trouvées expoſées à quelques inconvéniens particuliers qui s'y montroient attachés, cela a préjudicié, au moins en partie à leur uſage principal, en ſorte que ces inventions n'ont pas toujours été miſes en pratique, ou qu'en les pratiquant on n'a pas pu en retirer partout des avantages égaux. C'eſt ce que l'exact & judicieux Columella confirme dans ſes Ecrits; il avoit déjà très bien remarqué de ſon tems, que cette maniere d'ailleurs bonne & très praticable de multiplier les abeilles, dont il a été fait mention précédemment, ne laiſſoit pas d'avoir ſes difficultés & ſes inconvéniens.

Là deſſus il indique une ſeconde voye de multiplication, dont il donne une deſcription aſſez exacte & raiſonnée, & qui remédie au déchet des ruches d'une maniere encore bien plus commode, plus prompte & qui s'exécute de meilleure heure, de ſorte qu'on n'a pas beſoin d'attendre la perfection & la ſéparation des jeunes eſſains qui ſe détachent de la ruche-mere. Mon deſſein n'eſt pas de balancer ici les avantages de ces deux eſpeces de multiplication, mais ſeulement d'expoſer ce que Columella dit de la derniere, qu'on a regardée en Luſace comme une invention toute nouvelle & particuliere. Il faut plutôt avouer que c'eſt l'ancienne invention, reproduite ſous une forme toute changée, & dont on a fait une très heureuſe application.

Columella *) renferme dans le paſſage ſuivant une deſcription très bienfaite de l'opération dont il s'agit. Voici ſes propres termes.

Poteſt autem minore moleſtia, *in iis domiciliis quæ aliqua peſte vexantur, apium paucitas emendari. Nam, ubi cognita eſt clades infrequentis alvei, quos habeat favos oportet conſiderare. Tum deinde* ceræ quæ ſemina pullonum continent, partem recidere in qua regii generis proles animatur.

Il décrit encore les vrais caracteres de l'endroit du rayon & de la cire, (*favus*,) qui contient les jeunes abeilles, ou plutôt les oeufs couvés des abeilles, requis pour procurer cette eſpece de multiplication.

Eſt autem facilis conſpectu, quoniam fere in ipſo fine cerarum velut papilla uberis apparet eminentior, & laxioris filtulæ quam ſunt reliqua foramina, quibus popularis notæ pulli detinentur.

Ce qui ſuit fait bien voir que l'une & l'autre maniere de multiplier les abeilles n'ont pas été inconnues aux Oeconomes Romains, & qu'elles remontent même à des tems encore beaucoup plus reculés.

Higinius quidem, (in eo libro quem de apibus ſcripſit,) Ariſtomachus, inquit, hoc modo ſuccurrendum laborantibus exiſtimat. Primum, ut omnes favi vitioſi tollantur, deinde ut fumigentur.

Il

*) Cap. XI. §. 9. *quomodo apium paucitas emendatur.*

Il continue ainſi.

Prodeſſe etiam putat apibus vetuſtate corruptis, examen novum contribuere, *quamvis periculum ſit, ne ſeditione conſumentur, verum tamen adjecta multitudine lætaturas. Sed ut concordes maneant, earum apum*, quæ ex alio domicilio transferuntur, quaſi peregrinæ plebis reges ſubmoveri debere.

Nec tamen dubium eſt, quin frequentiſſimorum examinum favi, qui jam maturos habent pullos, transferri, & ſubjici pauciori-bus debeant, *ut tanquam* novæ prolis adoptatione *domicilia confirmentur.*

Pour exécuter mon plan, je dois comparer ce rapport de Columella avec ceux que l'Allemagne fournit depuis quelques années au ſujet de la même maniere de multiplier les abeilles. D'après des mémoires dignes de foi, il y a déjà environ vint ans qu'on a découvert des traces de cette manoeuvre dans le Margraviat de Luſace; & dans le cours de l'année derniere tout ce qui concerne cet objet, & ſon application particuliere, a été déduit par M. *Schirach* dans quelques feuilles très inſtructives qu'il a publiées pour la ſatisfaction & l'utilité de ceux qui s'occupent des abeilles *). Les expériences rapportées dans ce nouvel Ecrit, & toutes les autres circonſtances qu'on y indique, ſont aſſurement très bien conſtatées; ſeulement on ne doit pas regarder le fond même de la choſe comme une invention de ces derniers tems, mais comme le renouvellement d'une ancienne invention un peu changée, comme l'application d'un art de multiplier les abeilles, au fait duquel les Romains ont déjà été.

Chez les anciens Romains on étoit ſoigneux de tirer des ruches les plus fortes les plaques ou tables qui contenoient trois ſortes de pontes, & de les introduire dans les ruches affoiblies, afin que par le développement de ces oeufs elles reçuſſent l'accroiſſement convenable. Mais il

*) Voici le titre de cet Ouvrage Allemand: *La multiplication des abeilles, conforme aux regles de la nature & de l'art, nouvellement découverte dans la Haute-Luſace, ou la maniere d'introduire dans leur domicile les jeunes eſſains au commencement du mois de Mai*

il falloit néceſſairement prendre ces meſures de meilleure heure, & dans une autre ſaiſon de l'année que celle où l'on effectue l'autre maniere de multiplier les abeilles par l'addition des jeunes eſſains. M. *Schirach*, qui poſſede de très bonnes connoiſſances pratiques, a ſu appliquer les plaques ſusdites à des vues un peu différentes; & il a donné là deſſus des détails très intelligibles & très intéreſſans. Le changement qu'il introduit dans les circonſtances conſiſte en ce qu'au lieu de fortifier les ruches foibles par une addition conſidérable de ces tables de cire, il en met de choiſies avec une bonne quantité d'abeilles ouvrieres dans des ruches neuves, au printems vers le tems de la fleur des arbres, avec toutes les proviſions convenables; ou bien il fait faire des caiſſes tout exprès qu'il tient pendant quelque tems dans ſon poële; au moyen de quoi toutes les eſpeces d'abeilles renfermées dans ces tables ſe développent ſucceſſivement, & parviennent à la perfection de leur état.

Le même M. *Schirach* rapporte encore qu'il y a en Luſace quelques perſonnes parmi celles qui élevent des abeilles, dont la méthode eſt de placer d'abord les plaques avec les abeilles qui y ſont attachées, dans les ruches où elles doivent demeurer: & il ne déſapprouve pas entierement ce procédé. Il donne pourtant la préférence à un autre qui en differe un peu, & qu'il s'attribue comme lui étant propre; il la fonde ſur la crainte de cauſer du dommage aux nouvelles ruches en y introduiſant des oeufs pourris, & de quelques autres inconvéniens qui peuvent ſurvenir dans la recherche d'un nouveau Roi, & dans certaines circonſtances particulieres. On ne ſauroit nier que ce qui concerne la recherche d'un nouveau Roi ne ſoit important; mais d'ailleurs toutes les expériences concourent à donner quelque préférence à la premiere des deux manieres, qui conduit au but tout en une fois avec bien moins de travail, & ſans qu'on ait lieu de craindre d'être arrêté par des difficultés conſidérables. En effet, en faiſant bien attention aux paroles ſuivantes de Columella, l'inquietude à l'égard des oeufs pourris ceſſera bientôt.

Sed id cum fiet, animadvertendum ut eos favos ſubjiciamus, quorum pulli ſedes ſuas adaperiunt, & velut opercula foraminum ob-

obductas ceras erodunt, exerentes capita *). *Nam ſi favos* immaturo foetu tranſtulerimus, emorientur pulli, cum foveri deſierint.

On ne ſauroit conteſter l'utilité des petites caiſſes d'un bois mince dont M. *Schirach* ſe ſert pour la premiere formation des nouvelles ruches dans ſon poële, juſqu'à ce que les nouveaux eſſains ſoyent éclos. On en tire des avantages conſidérables, & qui ſont confirmés par toutes les expériences phyſiques. Seulement leur uſage oeconomique dans toute l'étendue des opérations qui concernent les abeilles, demande quelques arrangemens particuliers, & donne lieu à des queſtions, pour la ſolution desquelles il faut recourir à ceux qui font une étude particuliere de cet objet. Il s'agit de même d'arriver à une plus grande préciſion ſur la maniere dont les jeunes eſſains peuvent être tirés de ſemblables corbeilles, & introduits dans les ruches, afin de ne point faire un double travail ſans néceſſité & ſans fruit. Sans compter que, quand on eſt au point de faire ainſi paſſer les jeunes abeilles d'un domicile dans l'autre, il faut s'y prendre avec autant de promptitude & de diligence qu'il eſt poſſible. Nous n'en dirons pas les raiſons; elles ſont connues de tous ceux qui vaquent aux travaux de la campagne, pour peu qu'ils ayent été témoins du maniement des abeilles.

*) J'ai éprouvé les mêmes circonſtances avec les bourdons, ou groſſes abeilles de terre noires & velues; car les ayant pris & introduits avec leur nid tout entier dans une ruche pour les apprivoiſer, les abeilles ouvrieres, ſous mes yeux, en firent bientôt éclorre les oeufs dans des ruches de verre.

MÉMOI-

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

* * *

RECHERCHES
SUR
LE MOUVEMENT DES RIVIERES.

PAR M. EULER.

§. 1.

C'eſt peu de choſe que ce que les Auteurs ont écrit juſqu'ici ſur le mouvement des rivieres; & tout ce qu'ils en ont dit, n'eſt fondé que ſur des hypotheſes arbitraires, & ſouvent même tout à fait fauſſes. Car, quoiqu'on ait déjà aſſez bien réuſſi à appliquer les principes de mécanique au mouvement des eaux; on s'eſt pourtant borné à ne conſiderer que les cas, où l'eau coule par des tuyaux d'une figure qui n'eſt pas irréguliere; & dans cette conſidération on a même ſuppoſé, que toutes les particules de l'eau, qui ſe trouvent dans la même ſection faite perpendiculairement au tuyau, ſe meuvent d'un mouvement égal; de ſorte que les viteſſes de l'eau en chaque ſection du canal ſoient réciproquement proportionelles aux amplitudes. Et c'eſt cette regle, qui ſert de baſe à toutes les recherches qui ont été faites juſqu'ici ſur le mouvement des eaux. Les profondes ſpéculations de Mrs. Bernoulli & d'Alembert, auxquels on eſt redevable de tout ce qui a été découvert juſqu'ici dans cette ſcience, ſont toutes établies ſur cette hypotheſe: & il faut avouer que, dans tous les cas, où ils ont appliqué leur théorie, cette hypotheſe ſe trouve fort bien d'accord avec la vérité.

§. 2. Mais, lorsque le mouvement de l'eau eſt tel, que ſes viteſſes ne ſe reglent pas uniquement ſur l'amplitude du canal, par le-

quel l'eau coule, de ſorte que les viteſſes dans la même ſection du canal ſont différentes entr'elles; alors il eſt impoſſible d'y appliquer les principes hydrodynamiques, dont on s'eſt ſervi avec un ſi bon ſuccès dans les recherches mentionnées. Cela arrive pour la plûpart, lorsque les canaux, par lesquels l'eau paſſe ſont fort larges; car alors on s'écarteroit trop conſidérablement de la vérité, ſi l'on ſuppoſoit que l'eau paſſât d'un mouvement égal par chaque ſection du canal. Or on comprend aiſément, qu'il faut rapporter ici le mouvement des rivieres; car, dans la même ſection qu'on conçoit faite perpendiculairement au lit de la riviere, l'eau peut avoir des viteſſes fort différentes; & il eſt évident, que les particules d'eau qui ſe trouvent vers le fond du lit, ſont pouſſées par des forces tout à fait différentes, que les particules ſupérieures: d'où il doit néceſſairement réſulter un mouvement très différent dans les particules qui ſe trouvent dans la même ſection du lit.

§. 3. Donc, pour chercher le mouvement de l'eau dans une riviere, il faut abandonner les hypotheſes auxquelles on a attaché juſqu'ici toutes les recherches hydrauliques, pour remonter aux premiers principes de Mécanique, par leſquels tous les mouvemens des corps tant ſolides que fluides ſont déterminés. Il faut conſidérer ſéparément chaque particule d'eau, & chercher toutes les forces auxquelles elle eſt aſſujettie, pour en déterminer les changemens cauſés dans ſon mouvement. Cette recherche étant extrémement difficile & envelopée en des calculs très embarraſſés, je me bornerai à commencer l'explication de cette théorie par un cas, qui ſervira de fondement à tous les autres, & qui ne laiſſera pas de nous fournir des éclairciſſemens fort importans dans cette matiere. Après le dévelopement de ce cas, il ne ſera pas même fort difficile de rendre la recherche plus générale, & de l'appliquer à tous les cas qui ſe peuvent rencontrer.

§. 4. Je conſidérerai donc une ſection verticale faite le long d'une riviere qui nous repréſentera une riviere infiniment étroite; & quand j'aurai déterminé le mouvement de l'eau dans cette ſection, quoique je n'aye pas eu égard à l'action de l'eau, qui ſe trouve à côté

de

de part & d'autre, on conviendra, que ce mouvement ne différera pas beaucoup du vrai, quelque large que ſoit la riviere, pourvu que la figure de ſon lit ne ſoit pas extrémement irréguliere. Car je ſuppoſe pour le commencement que les preſſions de l'eau à côté ſont égales de part & d'autre, de ſorte que toutes les particules d'eau qui ſe trouvent dans cette ſection, ſe meuvent toujours ſelon des directions ſituées dans cette même ſection. Néanmoins la méthode dont je me ſervirai, ſe pourra auſſi aiſément appliquer aux cas, où l'eau paſſe d'une telle ſection verticale dans une autre; & quand on aura trouvé moyen d'expédier le calcul pour le cas que je m'en vai traiter, on parviendra d'autant plus facilement à bout du calcul qui renferme la ſolution générale.

§. 5. Soit donc AC le lit d'une telle ſection de riviere, ou d'une riviere infiniment étroite, qui ait partout la même largeur infiniment petite. Que ce lit AC ſoit une ligne courbe quelconque, qui eſt ſuppoſée être connue; pour cet effet je conçois une ligne horizontale EF qui ſerve d'axe pour y rapporter la ligne AC par des coordonnées orthogonales EP & PQ. Que ABCD ſoit la riviere, qui ſe meut ſur ce lit AC, & BD ſa ſuperficie ſupreme; de plus je ſuppoſe, que la riviere ſe trouve déjà dans un état permanent ou d'équilibre, de ſorte que ſa ſuperficie BD demeure continuellement la même, & qu'aux mêmes points, comme M, les particules d'eau qui y paſſent ayent toujours les mêmes viteſſes, & qu'elles ſoient aſſujetties aux mêmes preſſions. Fig. 1.

§. 6. Toute l'eau qui forme la riviere doit avoir paſſée par la ſection AB, que je conſidere ici comme la principale, & par rapport à laquelle je déterminerai tant le lieu que le mouvement de chaque particule d'eau après un tems quelconque, depuis qu'elle eſt paſſée par la ſection AB. Soit la hauteur de cette ſection AB $= a$, dans laquelle je conſidere un point quelconque O, nommant AO $= z$, & que OMG ſoit le chemin que chaque particule d'eau, qui paſſe par le point O, décrit étant emportée par ſon mouvement. Ici il faut d'abord regarder le mouvement dont chaque particule d'eau paſſe

paſſe par le point O. Ce mouvement étant décompoſé ſelon la direction horizontale & verticale, ſoit m la viteſſe ſelon la direction horizontale, & n la viteſſe ſelon la direction verticale, que je ſuppoſe dirigée de haut en bas. Donc, nommant $EA = b$, de ſorte que $EO = b + z$, après un tems infiniment petit $= d\tau$, le point d'eau O avancera ſelon la direction horizontale par l'eſpace $= m d\tau$, & ſelon la direction verticale par l'eſpace $= n d\tau$. Par conſéquent après le tems $d\tau$, le point O parviendra en o, en ſorte qu'ayant tiré la verticale oe, il ſoit $Ee = m d\tau$, & $eo = b + z - n d\tau$. Or on voit bien que m & n ſont de certaines fonctions de z.

§. 7. Qu'après un tems quelconque $= t$, le point d'eau qui eſt paſſé par O ſoit parvenu en M, ayant décrit pendant ce tems t la ligne OM. Qu'on tire de M ſur EF la perpendiculaire MP, & nommant $EP = x$; $PM = y$; on voit que x & y ſeront des fonctions de deux variables t & z. Soit donc pour exprimer la dépendance de ces deux variables,

$$dx = P dt + Q dz, \qquad \& \quad dy = R dt + S dz,$$

où l'on voit que ces formules différentielles doivent être completes, ou que $\frac{dP}{dz} = \frac{dQ}{dt}$, & $\frac{dR}{dz} = \frac{dS}{dt}$, où $\frac{dP}{dz}$, marque le différentiel de P, en ne ſuppoſant que z variable, diviſé par dz, & $\frac{dQ}{dt}$, le différentiel de Q, en ne ſuppoſant que t variable, diviſé par dt, & ainſi des autres. On voit auſſi que ces valeurs de x & y, en poſant $z = o$, doivent exprimer la figure du lit AC: puiſque l'eau qui paſſe par le point A, doit gliſſer ſur le lit même. Or, ſi nous poſons $z = a$, ces mêmes formules de x & y exprimeront la figure de la ſuperficie d'eau BD, ou la ſurface de la riviere.

§. 8. Il eſt encore à remarquer, que, lorsqu'on met $t = o$, le point M doit retomber en O. Donc, les fonctions de t & z qui expriment les valeurs de x & y doivent être telles, que ſi l'on

met

met $t = 0$, il devienne $x = 0$, & $y = b + z = EO$. De plus, puisque $dx = P\,dt + Q\,dz$, & $dy = R\,dt + S\,dz$: ſi nous mettons $t = 0$, & que nous prenions z pour conſtante, ou $dz = 0$, faiſant $dt = d\tau$, ces différentiels donneront le lieu du point o, auquel parvient le point O dans le tems $d\tau$; il ſera donc, poſant $t = 0$, dans les quantités P & R, $Ee = P\,d\tau$, & $eo = b + z + R\,d\tau$. Comparant ces valeurs avec celles, que nous avons trouvées en haut, nous aurons $P = m$, & $R = -n$, de ſorte que les fonctions P & R, poſant $t = 0$, doivent donner les viteſſes horizontale & verticale du point O.

§. 9. Pour trouver la ligne OMG, que toutes les particules d'eau, qui paſſent par le point O, repréſentent dans la riviere, puiſqu'il faut regarder ce point O comme fixe dans la ſection AB, nous aurons $dz = 0$; donc la nature de la ligne OMG ſera contenue dans ces formules:

$$dx = P\,dt, \qquad \& \quad dy = R\,dt,$$

qui donnent à connoître que, dans l'élément de tems dt, le point M parvient en m, en ſorte que $Pp = P\,dt$, & $pm = y + R\,dt$. De là on connoît le mouvement du point M dont il eſt tranſporté en m pendant le tems dt. Car, ſi nous nommons la viteſſe horizontale du point $M = v$, & ſa viteſſe verticale $= u$ dirigée en bas, après le tems dt il doit être $Pp = v\,dt$, & $pm = y - u\,dt$, & partant nous aurons $v = P$, & $u = -R$. Ainſi connoiſſant les fonctions P, Q, R, S, dans les formules générales:

$$dx = P\,dt + Q\,dz, \quad \& \; dy = R\,dt + S\,dz,$$

les fonctions P & R expriment en même tems les viteſſes du point M, la horizontale v, & la verticale u.

§. 10. Donnons maintenant au point O une étendue infiniment petite $OO' = dz$, pour conſidérer tout le filet d'eau $OO'MM'GG'$, qui paſſe par cette ouverture $OO' = dz$: car il faut que ce filet demeure toujours continu, ſans qu'il s'y introduiſe aucun vuide.

Donc la viteſſe horizontale du point O' ſera $= m + dm$, & la verticale $= n + dn$, ces quantités m & n étant des fonctions de z. Dans le tems $d\tau$ donc le point O' parviendra en e', en ſorte que $Ee' = (m + dm)\,d\tau$, & $e'o' = b + z + dz - (n + dn)\,d\tau$. Par conſéquent, dans ce même tems $d\tau$, il paſſe par l'ouverture $OO' = dz$, la maſſe d'eau $OO'o'o$, dont le volume ſe trouvera en cette maniere

L'aire du trapeze $EO'o'e$ étant $= \frac{1}{2} Ee'(EO' + e'o')$,

- - du trapeze $EOoe$ - - $= \frac{1}{2} Ee\,(EO + eo)$,

- - du trapeze $eo\,o'e'$ - - $= \frac{1}{2}\, e\,e'\,(eo + e'o')$,

d'où l'on tire l'aire

$$OO'o'o = \tfrac{1}{2}Ee'(EO' + e'o') - \tfrac{1}{2}Ee(EO + eo) - \tfrac{1}{2}ee'(eo + e'o')$$
$$= \tfrac{1}{2}Ee(OO' + e'o' - eo) + \tfrac{1}{2}\,ee'(EO' - eo),$$

& partant elle ſera $= mdzd\tau + \frac{1}{2}dmdzd\tau - \frac{1}{2}mdmd\tau^2 + \frac{1}{2}ndmd\tau^2$.

§. 11. Après un tems t, le point O venant en M, de ſorte qne $EP = x$, $PM = y$, le point O' parviendra en M', de ſorte que $EP' = x + Qdz$, & $P'M' = y + Sdz$, & encore après un tems infiniment petit $d\tau$, ces points M & M' ſeront tranſportés en m & m', de ſorte qu'il ſera $Ep = x + Pd\tau$, $pm = y + Rd\tau$, & $Ep' = x + Pd\tau + Qdz$, $p'm' = y + Rd\tau + Sdz$. Donc la maſſe $OO'o'o = mdzd\tau$, ſera parvenue après le tems $= t$, en $MM'm'm$, ou elle remplira cet eſpace: c'eſt pourquoi il faut que l'aire $MM'm'm$ ſoit égale à $OO'o'o = mdzd\tau$. Or, pour trouver cette aire, on n'a qu'à chercher ces 4 trapezes.

$$PMmp = \tfrac{1}{2}Pp(PM + pm) = \tfrac{1}{2}Pd\tau(2y + Rd\tau),$$
$$P'M'm'p' = \tfrac{1}{2}P'p'(P'M' + p'm') = \tfrac{1}{2}Pd\tau(2y + Rd\tau + 2Sdz),$$
$$PMM'P' = \tfrac{1}{2}PP'(PM + P'M') = \tfrac{1}{2}Qdz(2y + Sdz),$$
$$pmm'p' = \tfrac{1}{2}pp'(pm + p'm') = \tfrac{1}{2}Qdz(2y + 2Rd\tau + Sdz),$$

&

& puisque $MM'm'm = P'M'm'p' + PMM'P' - pmm'p' - PMmp$, nous aurons $MM'm'm = PSdzd\tau - QRdzd\tau$. Donc il faut qu'il ſoit $PS - QR = m$; & c'eſt la premiere condition à laquelle il faut ſatisfaire.

§. 12. Cette condition que nous venons de trouver, renferme la continuité du fluide, en vertu de laquelle il faut donc que $PS - QR$, ſoit égale à m, c'eſt à dire à une fonction de z, où le tems t n'entre point. Or le premier état en AB, nous découvre encore d'autres propriétés, que les fonctions P, Q, R, S, doivent avoir. Car, faiſant varier au point O tant z, que le tems t, pour parvenir au point o', nous aurons $Ee' = mdz$, & $e'o' = b + z - ndt$, où $d\tau$ marque l'élément du tems t, qui lui-même eſt dans ce cas $= o$. Donc, ſi $t = o$, il faut qu'il ſoit $dx = mdz + odz$, & $dy = -ndz + dz$. Or, ayant ſuppoſé en général $dx = Pdt + Qdz$, & $dy = Rdt + Sdz$, il eſt requis que poſant $t = o$, il devienne:

$$P = m; \quad Q = o; \quad R = -n; \quad \& \; S = 1.$$

Ces conditions jointes à celle que $PS - QR = m$, & que les formules différentielles $Pd\tau + Qdz$, & $Rd\tau + Sdz$, doivent être complettes, ou intégrables, déterminent déjà en partie la nature de ces fonctions; & outre cela il faut que, poſant $z = o$, les coordonnées x & y expriment la nature de la ligne du lit AC.

§. 13. Maintenant, pour trouver l'acceleration de l'élément d'eau $MM'm'm$, dont la maſſe eſt $= mdzd\tau$, il faut avoir égard aux forces qui y agiſſent. Ces forces, ſont premierement le poids de cet élément, que j'exprimerai par ſon volume $mdzd\tau$, & par cette force cet élément eſt pouſſé en bas. Enſuite, ce même élément eſt aſſujetti aux preſſions des particules d'eau dont il eſt environné; & ces preſſions s'expriment le plus commodément par la hauteur d'une colonne d'eau, qui exerceroit la même preſſion. Soit donc p la hauteur qui exprime la preſſion au point M, & p ſera une certaine fonction des coordonnées x & y, ou bien des variables t & z; &

pour repréſenter cette dépendance, ſoit $dp = M dt + N dz$. De là on connoitra les preſſions aux points M', m, & m'; car on aura la preſſion en $M' = p + N dz$; en $m = p + M dt$, & en $m' = p + N dz + M d\tau$, poſant $d\tau$ pour dt; comme nous avons fait auparavant en conſidérant ces points.

§. 14. Donc, ſur la face MM' agira une force $= MM'(p + \frac{1}{2} N dz)$ ſur la face Mm une force $= Mm(p + \frac{1}{2} M d\tau)$, ſur la face $M'm'$ une force $= M'm'(p + N dz + \frac{1}{2} M d\tau)$, & ſur la face mm' une force $= mm'(p + M d\tau + \frac{1}{2} N dz)$. Décompoſons ces forces ſelon les direction de coordonnées EP, EA, car puisque ces forces agiſſent perpendiculairement ſur les faces, la réſolution donnera :

	donne les forces	
La force ſur	ſelon EP	ſelon EA
$MM' = MM'(p + \frac{1}{2} N dz)$;	$+ S dz(p + \frac{1}{2} N dz)$;	$- Q dz(p + \frac{1}{2} N dz)$,
$Mm = Mm(p + \frac{1}{2} M d\tau)$;	$- R d\tau(p + \frac{1}{2} M d\tau)$;	$+ P d\tau(p + \frac{1}{2} M d\tau)$,
$mm' = mm'(p + M d\tau + \frac{1}{2} N dz)$;	$- S dz(p + M d\tau + \frac{1}{2} N dz)$;	$+ Q dz(p + M d\tau + \frac{1}{2} N dz)$,
$M'm' = M'm'(p + N dz + \frac{1}{2} M d\tau)$;	$+ R d\tau(p + N dz + \frac{1}{2} M d\tau)$;	$- P d\tau(p + N dz + \frac{1}{2} M d\tau)$.

Donc, prenant toutes ces forces enſemble, l'élément $MM'm'm$, en ſera pouſſé ſelon la direction horizontale EP par la force $= - MS dz d\tau + NR dz d\tau$; & ſelon la direction verticale EA, ou en haut par la force $= MQ dz d\tau - NP dz d\tau$; de celle-ci il faut donc retrancher la force de la gravité de cet élément, qui eſt $= PS dz d\tau - QR dz d\tau = m dz d\tau$.

§. 15. La maſſe $MM'm'm = m dz d\tau$, étant ſollicitée par deux forces, l'une ſelon l'horizontale EP, qui eſt $= (NR - MS) dz d\tau$, & l'autre ſelon la verticale EA en haut, qui eſt $= (MQ - NP) dz d\tau - m dz d\tau$,

la force accélératrice ſelon la direction EP ſera $= \frac{NR - MS}{m}$, &

la force accélératrice ſelon la direction EA ſera $= \frac{MQ - NP}{m} - 1$.

Par

Par conſéquent, le point M ſera accéléré par ces deux forces accélératrices. Donc, prenant z conſtant, & l'élément du tems dt également conſtant, ſelon les principes de l'accélération, nous aurons:

$$\frac{NR - MS}{m} = \frac{2\,d\,lx}{dt^2}, \quad \& \quad \frac{MQ - NP}{m} - 1 = \frac{2\,ddy}{dt^2}.$$

Or, ayant $dx = P\,dt + Q\,dz$, & $dy = R\,dt + S\,dz$, ſi nous poſons $dP = \mathfrak{P}\,dt + \mathfrak{Q}\,dz$, & $dR = \mathfrak{R}\,dt + \mathfrak{S}\,dz$; il ſera $ddx = \mathfrak{P}\,dt^2$, & $ddy = \mathfrak{R}\,dt^2$, d'où nous tirons enfin ce deux équations

$$NR - MS = 2m\mathfrak{P}, \quad \& \quad MQ - NP - m = 2m\mathfrak{R}.$$

§. 16. Pour déterminer donc le mouvement de la riviere ABCD, qui eſt formée par l'eau qui decoule continuellement par la ſection $AB = a$, ſur le lit AC, dont la figure eſt donnée, ayant pris la ligne horizontale EF pour axe, & nommant $AE = b$, ſoit parvenu une particule d'eau, qui paſſe par O, poſant $AO = z$, après un tems écoulé $= t$ en M, & qu'on nomme les coordonnées $EP = x$, & $PM = y$, ces quantités x & y ſeront certaines fonctions des variables t & z. Soit donc

$$dx = P\,dt + Q\,dz, \quad \& \quad dy = R\,dt + S\,dz,$$

où P, Q, & R, S, ſont telles fonctions de t & z, que ces formules différentielles ſoient intégrables. Or, pour les fonctions P & R, ſoit de plus:

$$dP = \mathfrak{P}\,dt + \mathfrak{Q}\,dz, \quad \& \quad dR = \mathfrak{R}\,dt + \mathfrak{S}\,dz.$$

Enfin, ſoit la preſſion de l'eau au point M exprimée par la hauteur $= p$, qui étant pareillement une fonction des variables t & z, ſoit

$$dp = M\,dt + N\,dz.$$

§. 17. Il s'agit donc de trouver les fonctions P, Q, R, S, M, & N; & pour cela il faut ſatisfaire aux conditions ſuivantes.

1) Les coordonnées x & y doivent être telles fonctions de t & z, que lorsqu'on met $z = 0$, elles expriment la figure du lit AC; ainſi, poſant $z = 0$, on aura pour la figure du lit AC ces formules $dx = P\,dt$, & $dy = R\,dt$. Or, lorsqu'on met $t = 0$, il faut qu'il devienne $x = 0$, & $y = b + z$.

2) Le mouvement de l'eau, qui coule par le point O étant ſuppoſé tel, que ſa viteſſe ſelon la direction horizontale ſoit $= m$, & ſa viteſſe ſelon la direction verticale dirigée en bas $= n$, il faut qu'il ſoit poſant $t = 0$;

$$P = m; \quad Q = 0; \quad R = -n; \quad S = 1,$$

où m & n ſeront des fonctions de la ſeule variable z, ſans renfermer l'autre t.

3) La troiſieme condition exige, qu'il ſoit en général: $PS - QR = m$, où $PS - QR$ doit être une fonction de la ſeule variable z, ſans qu'il y entre l'autre variable t.

4) La conſidération de l'accélération nous a fourni ces équations, auxquelles il faut ſatisfaire:

$$NR - MS = 2m\mathfrak{P}, \text{ \& } MQ - NP = 2m\mathfrak{R} + m.$$

5) Enfin il eſt évident que la preſſion p doit être une telle fonction de t & z, que lorsqu'on met $z = a$, auquel cas la preſſion ſe rapportera à la ſuperficie BD, la valeur de p évanouiſſe. Donc il faut qu'il devienne $M = 0$, ſi l'on met $z = a$.

§. 18. Les formules de la quatrieme condition, puisqu'il eſt en vertu de la troiſieme $m = PS - QR$, donneront

$$M = -2P\mathfrak{P} - 2R\mathfrak{R} - R,$$
$$\text{\&} \quad N = -2Q\mathfrak{P} - 2S\mathfrak{R} - S,$$

& de là nous obtiendrons:

$$dp = \begin{matrix} -2P\mathfrak{P}\,dt - 2R\mathfrak{R}\,dt - R\,dt, \\ -2Q\mathfrak{P}\,dz - 2S\mathfrak{R}\,dz - S\,dz. \end{matrix}$$

Mais

Mais, ayant $P dt + Q dz = dx$, & $R dt + S dz = dy$, il ſera

$$dp = -2\mathfrak{P} dx - 2\mathfrak{R} dy - dy.$$

Donc, puiſque cette formule doit être intégrable, il faut que $\mathfrak{P} dx + \mathfrak{R} dy$, ſoit une formule différentielle complette.

§. 19. De là on peut encore tirer la condition ſuivante: Puiſque $\mathfrak{P} dt = dP - \mathfrak{Q} dz$, & $\mathfrak{R} dt = dR - \mathfrak{S} dz$, la ſubſtitution de ces formules donnera:

$$dp = \begin{matrix} -2P dP + 2P\mathfrak{Q} dz + 2R\mathfrak{S} dz \\ -2R dR - 2Q\mathfrak{P} dz - 2S\mathfrak{R} dz \end{matrix} - dy,$$

dont l'intégrale, entant qu'elle peut ſe prendre, ſera:

$$p = C - y - PP - RR + 2\int dz (P\mathfrak{Q} - Q\mathfrak{P} - R\mathfrak{S} - S\mathfrak{R}).$$

Donc il faut que la formule $P\mathfrak{Q} - Q\mathfrak{P} + R\mathfrak{S} - S\mathfrak{R}$, ſoit une fonction de la ſeule variable z, puiſque ſans cela l'intégration ne pourroit avoir lieu.

§. 20. Soit donc $P\mathfrak{Q} - Q\mathfrak{P} + R\mathfrak{S} - S\mathfrak{R} = w$, de ſorte que w marque une fonction de la ſeule variable z, & la preſſion en M ſera

$$p = C - y - PP - RR + 2\int w dz,$$

& $\int w dz$ ſera pareillement une fonction de z. Or, puiſque l'expreſſion de p doit évanouir, ſi l'on met $z = a$, il faut que cette poſition $z = a$, faſſe évanouïr tous les t dans la formule $y + PP + RR$, de ſorte qu'elle devienne une quantité conſtante. Et alors on n'aura qu'à déterminer C, en ſorte que p évanouïſſe dans ce cas $z = o$.

§. 21. Puiſque nous avons auſſi $PS - QR = m$, où m eſt pareillement une fonction de la ſeule z, ces deux équations:

$$PS - QR = m,$$
$$P\mathfrak{Q} + Q\mathfrak{P} + R\mathfrak{S} - S\mathfrak{R} = w,$$

pour-

pourront ſervir à éliminer Q & S: & on trouve

$$Q = \frac{PP\mathfrak{Q} + PR\mathfrak{S} - m\mathfrak{R} - wP}{P\mathfrak{P} + R\mathfrak{R}},$$

$$S = \frac{PR\mathfrak{Q} + RR\mathfrak{S} + m\mathfrak{P} - wR}{P\mathfrak{P} + R\mathfrak{R}},$$

& ces valeurs doivent rendre intégrables les formules

$$dx = P\,dt + Q\,dz, \quad \& \quad dy = R\,dt + S\,dz.$$

Or ſubſtituant ces valeurs trouvées en y introduiſant les formules $dP = \mathfrak{P}\,dt + \mathfrak{Q}\,dz$, & $dR = \mathfrak{R}\,dt + \mathfrak{S}\,dz$, nous aurons:

$$dx = \frac{PP\,dP + PR\,dR - m\mathfrak{R}\,dz - wP\,dz}{P\mathfrak{P} + R\mathfrak{R}},$$

$$dy = \frac{PR\,dP + RR\,dR + m\mathfrak{P}\,dz - wR\,dz}{P\mathfrak{P} + R\mathfrak{R}},$$

& l'une & l'autre de ces formules doit être intégrable.

§. 22. Toute la queſtion ſe réduit donc à la recherche de la nature de ces deux fonctions P & R, deſquelles dépendent les fonctions $\mathfrak{P}$ & $\mathfrak{R}$, afin que ces deux formules

$$dx = \frac{P(P\,dP + R\,dR) - m\mathfrak{R}\,dz - wP\,dz}{P\mathfrak{P} + R\mathfrak{R}},$$

$$dy = \frac{R(P\,dP + R\,dR) + m\mathfrak{P}\,dz - wR\,dz}{P\mathfrak{P} + R\mathfrak{R}},$$

deviennent intégrables. Et lorſqu'on aura trouvé moyen de réſoudre ce probleme en général, il ne ſera plus difficile de déterminer ces fonctions en ſorte qu'elles ſatisfaſſent aux autres conditions. Or ce probleme eſt ſi difficile, que, quoiqu'il ne dépende que de l'analyſe, nous ne pouvons preſque eſpérer de parvenir jamais à la ſolution générale, qui pourroit ſervir à déterminer le mouvement de toute ſorte de rivieres.

§. 23.

§. 23. Ces difficultés m'obligent à m'arrêter à des cas particuliers, dont l'évolution pourra en même tems ſervir à nous montrer comme il faut s'y prendre, pour chercher la ſolution générale. Puiſque donc, poſant $t = o$, il faut qu'il devienne $x = o$, & $y = b + z$, je ſuppoſerai

$$x = Vt + Att, \quad \& \; y = b + z + Zt + Btt,$$

où V & Z marquent des fonctions de la ſeule variable z. Nous aurons donc:

$$P = V + 2At; \qquad R = Z + 2Bt,$$

$$Q = \frac{t\,dV}{dz}; \qquad S = 1 + \frac{t\,dZ}{dz},$$

$$\mathfrak{P} = 2A; \qquad \mathfrak{R} = 2B,$$

$$\Omega = \frac{dV}{dz}; \qquad \mathfrak{S} = \frac{dZ}{dz}.$$

& par la ſeconde condition il ſera $m = V$; & $n = -Z$. Or la troiſieme condition donne

$$PS - QR = V + 2At + \frac{Vt\,dZ}{dz} + \frac{2Att\,dZ}{dz} - \frac{Zt\,dV}{dz} - \frac{2Btt\,dV}{dz},$$

& cette expreſſion doit être $= m = V$, d'où nous tirons ces deux équations:

$$2A\,dz + V\,dZ - Z\,dV = o, \quad \& \; A\,dZ = B\,dV,$$

dont la derniere donne $Z = \frac{BV}{A} + C$, qui étant remiſe dans la premiere produit $2A\,dz - C\,dV = o$, & partant $V = \frac{2Az}{C} + D$, donc $Z = \frac{2Bz}{C} + \frac{BD}{A} + C$.

§. 24. Changeons ces conſtantes, & ſoit $D = \frac{2Ac}{C}$; $A = \frac{1}{2}\alpha C$; $B = \frac{1}{2}\mathfrak{G}C$, pour avoir $V = \alpha(z+c)$; & $Z = C + \mathfrak{G}(z+c)$, & nos formules deviendront:

$$x = \alpha(z+c)t + \tfrac{1}{2}\alpha Ctt; \quad y = b + z + Ct + \mathfrak{G}(z+c)t + \tfrac{1}{2}\mathfrak{G}Ctt,$$
$$P = \alpha(z+c) + \alpha Ct; \quad R = C + \mathfrak{G}(z+c) + \mathfrak{G}Ct,$$
$$Q = \alpha t; \quad S = 1 + \mathfrak{G}t,$$
$$\mathfrak{P} = \alpha C; \quad \mathfrak{R} = \mathfrak{G}C,$$
$$\mathfrak{Q} = \alpha; \quad \mathfrak{S} = \mathfrak{G},$$

De là nous obtiendrons la fonction de z, qui a été nommée $w = P\mathfrak{Q} - Q\mathfrak{P} + R\mathfrak{S} - S\mathfrak{R}$, ce qui produit

$$w = \alpha\alpha(z+c) + \alpha\alpha Ct + \mathfrak{G}C + \mathfrak{G}\mathfrak{G}(z+c) + \mathfrak{G}\mathfrak{G}Ct,$$
$$- \alpha\alpha Ct - \mathfrak{G}C \qquad - \mathfrak{G}\mathfrak{S}Ct,$$

$$\text{ou} \quad w = (\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{S})(z+c).$$

Car, puiſque les termes qui contenoient t ſe ſont détruits eux-mêmes, on n'a pas beſoin de réduction ultérieure.

§. 25. De là nous aurons donc $2fwdz = (\alpha\alpha+\mathfrak{G}\mathfrak{G})(zz+2cz+cc)$, & la preſſion au point M deviendra

$$p = \text{Conſt.} - b - z - Ct - \mathfrak{G}(z+c)t - \tfrac{1}{2}\mathfrak{G}Ctt + \alpha\alpha(z+c)^2$$
$$- \alpha\alpha(z+c)^2 - 2\alpha\alpha Ct(z+c) - \alpha\alpha CCtt + \mathfrak{G}\mathfrak{G}(z+c)^2$$
$$- \mathfrak{S}\mathfrak{S}(z+c)^2 - 2\mathfrak{G}CCt \qquad - \mathfrak{G}\mathfrak{G}CCtt$$
$$- 2C\mathfrak{G}(z+c) - 2\mathfrak{G}\mathfrak{G}Ct(z+c)$$
$$- CC$$

ou

$$p = \text{Conſt.} - b - z - 2C\mathfrak{G}(z+c) - CC - (1 + 2\mathfrak{G}C)Ct$$
$$- (\mathfrak{G} + 2\alpha\alpha C + 2\mathfrak{G}\mathfrak{G}C)(z+c)t - C(\tfrac{1}{2}\mathfrak{G} + \alpha\alpha C + \mathfrak{G}\mathfrak{G}C)tt.$$

Or cette expreſſion devant évanouir, poſant $z = a$, quelque valeur qu'obtienne la variable t, nous en tirerons trois équations

Conſt.

$$\text{Conſt.} = b + a + 2C\mathfrak{G}(a + c) + CC.$$
$$(1 + 2\mathfrak{G}C)C + (\mathfrak{G} + 2\alpha\alpha C + 2\mathfrak{G}\mathfrak{G}C)(a + c) = 0.$$
$$C(\tfrac{1}{2}\mathfrak{G} + \alpha\alpha C + \mathfrak{G}\mathfrak{G}C) = 0,$$

dont la derniere nous fournit deux ſolutions, que je développerai ſéparément.

§. 26. Soit donc pour la premiere ſolution $C = 0$; & la ſeconde donne $c = -a$; & la premiere Conſt. $= b + a$. Donc nos équations pour le mouvement de l'eau ſeront:

$$x = \alpha(z - a)t, \quad \& \; y = b + z + \mathfrak{G}(z - a)t,$$

& la preſſion $p = a - z - \mathfrak{G}(z - a)t$.

Puiſque z ne peut pas devenir plus grand que a, on voit bien qu'il faut prendre α négatif, de ſorte qu'il ſoit

$$x = \alpha(a - z)t, \quad \& \; y = b + z - \mathfrak{G}(a - z)t,$$

& la preſſion $p = a - z + \mathfrak{G}(a - z)t$.

Poſant $z = 0$, la figure du lit AC dans ce cas ſera exprimée par ces formules $x = \alpha at$, & $y = b - \mathfrak{G}at$, d'où l'on connoit, que le lit AC ſera une ligne droite inclinée à l'horizon ſous un angle dont la tangente $= \frac{\mathfrak{G}}{\alpha}$.

§. 27. Pour le ſecond cas, nous aurons $C = \frac{-\mathfrak{G}}{2(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}$, d'où la ſeconde équation devient $(1 + 2\mathfrak{G}C)C = 0$, ou bien $\alpha\alpha\mathfrak{G} = 0$, il ſera donc ou α ou $\mathfrak{G} = 0$: s'il étoit $\mathfrak{G} = 0$, il ſeroit $C = 0$, comme dans le cas précédent, ſoit donc $\alpha = 0$; & il ſera $C = -\frac{1}{2\mathfrak{G}}$; & Conſt. $= b + a - a - c + \frac{1}{4\mathfrak{G}\mathfrak{G}} = b - c + \frac{1}{4\mathfrak{G}\mathfrak{G}}$: D'où nos équations pour le mouvement de l'eau ſeront:

$$x = \alpha(z + c)t, \quad \& \; y = b + z - \frac{t}{2\mathfrak{G}} + \mathfrak{G}(z + c)t - \tfrac{1}{4}\mathfrak{G}tt,$$

& $p = o$. Or α étant $= o$, puisque $x = o$, l'eau en coulant par AB ne ſortira jamais de la perpendiculaire BAE.

§. 28. Dans ce cas donc l'eau couleroit perpendiculairement de haut en bas. Mais, ſi nous prenons $c = \infty$, afin que αc obtienne une valeur finie $= f$, & que nous poſions également $\mathfrak{G} = o$, en ſorte que $\frac{1}{2\mathfrak{G}} - \mathfrak{G}c = g$, il en réſultera le cas ſuivant

$$x = ft, \qquad \& \quad y = b + z - gt - \tfrac{1}{4}tt,$$

& la preſſion ſera partant $= o$. Donc, le lit n'étant pas preſſé, ce cas renferme le mouvement où l'eau tombe librement & ſelon une direction oblique quelconque. Or il eſt clair auſſi que, par toute la hauteur AB, l'eau doit paſſer avec la même viteſſe & ſelon la même direction, de ſorte que chaque particule d'eau décrive une parabole, tout comme ſi elle étoit ſéparée du reſte; puiſqu'elle n'en ſouffre aucune preſſion. Auſſi voyons-nous de nos formules, que la figure du lit, ou le chemin des particules qui paſſent par A, eſt une parabole compriſe dans ces formules

$$x = ft, \qquad \& \quad y = b - gt - \tfrac{1}{4}tt.$$

§. 29. Dans le premier cas, ayant poſé $C = o$, pour ſatisfaire à la ſeconde équation, au lieu de mettre $c = -n$, on peut auſſi faire $\mathfrak{G} = o$; & la premiere ſera Conſt. $= b + n$. Dans ce cas nous aurons:

$$x = \alpha(z + c)t, \qquad \& \quad y = b + z,$$

& $p = n - z$, où au lieu de $x = \alpha(z + c)t$, nous pouvons mettre $x = (\alpha z + \mathfrak{G})t$. Ici nous voyons que le lit AC devient une ligne horizontale de même que la ſuperficie BD: car chaque particule d'eau ſe mouvra uniformément dans une direction horizontale; & $\alpha z + \mathfrak{G}$ marque la viteſſe dont l'eau paſſe par le point O. Auſſi les diverſes parties d'eau n'agiront l'une ſur l'autre

tre qu'en vertu de leur peſanteur, de là vient que la preſſion $p = a - z$ eſt partout la même comme ſi l'eau étoit en repos. Dans ce cas donc, la ſurface de la riviere ſera parfaitement horizontale, & le mouvement de toutes les parties ſe fera horizontalement & ſera uniforme.

§. 30. Ayant trouvé $x = (\alpha z + \mathfrak{G})t$, la viteſſe de l'eau au point O ſeroit $= \alpha z + \mathfrak{G}$; mais on comprend aiſément que ce même cas doit ſubſiſter, de quelque maniere que varient les viteſſes aux divers points O. Auſſi voyons-nous que ces valeurs

$$x = Zt, \qquad \& \quad y = b + z,$$

où Z marque une fonction quelconque de z, ſatisfont également à toutes les conditions requiſes. Car ayant

$$P = Z; \quad Q = \frac{t\,dZ}{dz}; \quad R = 0; \quad S = 1, \quad \& \text{ de là}$$

$$\mathfrak{P} = 0; \quad \mathfrak{Q} = \frac{dZ}{dz}; \quad \mathfrak{R} = 0; \quad \mathfrak{S} = 0, \quad \text{il ſera}$$

$$m = PS - QR = Z = \text{à une fonction de } z,$$

$$w = P\mathfrak{Q} - Q\mathfrak{P} + R\mathfrak{S} - S\mathfrak{R} = \frac{Z\,dZ}{dz} = \text{à une fonction de } z,$$

d'où nous tirons la preſſion à un point quelconque M,

$$p = \text{Conſt.} - b - z - ZZ + 2\int Z\,dZ = a - z.$$

Ainſi une riviere peut ſubſiſter ſur un lit horizontal, lorsque toutes les particules d'eau ſe meuvent uniformément ſelon des directions horizontales d'eau, & la ſurface ſupreme demeurera horizontale. De plus, la preſſion de l'eau ſera partout la même que ſi toute l'eau étoit en repos.

§. 31. Voici donc trois diverſes valeurs des coordonnées x & y, qui ſatisfont aux conditions requiſes pour repréſenter le mouvement d'une riviere.

I. $x = ft$; $\quad y = b + z - gt - \frac{1}{4}tt$,

II. $x = \alpha(a - z)t$; $\quad y = b + z + \mathfrak{G}(a - z)t$,

III. $x = Zt$; $\quad y = b + z$,

où Z marque une fonction quelconque de z.

Or le ſecond cas peut encore être rendu plus général, en poſant:

$$x = (a - z)Zt, \quad \& \; y = b + z + \mathfrak{G}(a - z)Zt;$$

& ce ſera de la conſidération de ces cas particuliers qu'on pourra eſpérer la ſolution générale.

RECHER-

RECHERCHES
SUR
LA COURBURE DES SURFACES.
PAR M. EULER.

Pour connoitre la courbure des lignes courbes, la détermination du rayon oſculateur en fournit la plus juſte meſure, en nous préſentant pour chaque point de la courbe un cercle, dont la courbure eſt préciſément la même. Mais, quand on demande la courbure d'une ſurface, la queſtion eſt fort équivoque, & point du tout ſuſceptible d'une reponſe abſolue, comme dans le cas précédent. Il n'y a que les ſurfaces ſphériques dont on puiſſe meſurer la courbure, attendu que la courbure d'une ſphere eſt la même que celle de ſes grands cercles, & que ſon rayon en peut être regardé comme la juſte meſure. Mais pour les autres ſurfaces on n'en ſauroit même comparer la courbure avec celle d'une ſphere, comme on peut toujours comparer la courbure d'une ligne courbe avec celle d'un cercle; la raiſon en eſt évidente puisque, dans chaque point d'une ſurface, il peut y avoir une infinité de courbures différentes. On n'a qu'à conſidérer la ſurface d'un cylindre, où ſelon les directions paralleles à l'axe il n'y a aucune courbure, pendant que dans les ſections perpendiculaires à l'axe, qui ſont des cercles, la courbure eſt la même, & que toute autre ſection faite obliquement à l'axe donne une courbure particuliere. Il en eſt de même de toutes les autres ſurfaces, où il peut même arriver que dans un ſens la courbure ſoit convexe, & dans un autre concave, comme dans celles qui reſſemblent à une ſelle.

Donc la queſtion ſur la courbure des ſurfaces n'eſt pas ſuſceptible d'une réponſe ſimple, mais elle exige à la fois une infinité de déter-

mi-

minations : car, puisqu'on peut tracer par chaque point d'une ſurface une infinité de directions, il faut connoitre la courbure ſelon chacune, avant qu'on puiſſe ſe former une juſte idée de la courbure de la ſurface. Or, par chaque point d'une ſurface, on peut faire paſſer une infinité de ſections, & cela non ſeulement par rapport à toutes les directions ſur la ſurface même, mais auſſi par rapport à leur inclinaiſon différente ſur la ſurface Mais, pour le ſujet préſent, il ſuffit de ne conſidérer de toutes ces infinies ſections que celles qui ſont perpendiculaires ſur la ſurface, dont le nombre eſt pourtant encore infini. Pour cet effet, on n'a qu'à tirer à la ſurface la ligne droite perpendiculaire, & toutes les ſections qui paſſent par cette ligne ſont en même tems perpendiculaires à la ſurface, alors pour chacune de ces ſections il faut chercher la courbure, ou le rayon oſculateur, & l'aſſemblage de tous ces rayons nous donnera la juſte meſure de la courbure de la ſurface au point donné, où il faut obſerver que chacun de ces rayons tombe ſur la même direction qui eſt perpendiculaire à la ſurface, & que les arcs élémentaires de toutes ces ſections appartiennent aux lignes les plus courbes qu'on peut tirer ſur la ſurface.

Or, pour rendre ces recherches plus générales, je commencerai par déterminer le rayon oſculateur pour une ſection quelconque plane, dont on coupe la ſurface ; enſuite j'appliquerai cette ſolution aux ſections qui ſont perpendiculaires à la ſurface, dans un point donné quelconque ; & enfin je comparerai entr'eux les rayons oſculateurs de toutes ces ſections, par rapport à leur inclinaiſon mutuelle, ce qui nous mettra en état d'établir une idée juſte de la courbure des ſurfaces. Toutes ces recherches ſe réduiſent donc aux problemes ſuivans.

PROBLEME I.

1. *Une ſurface dont la nature eſt connue étant coupée par un plan quelconque, déterminer la courbure de la ſection, qui en eſt formée.*

SOLUTION.

Planche III. fig. 1. Qu'on rapporte la ſurface à un plan fixe qui ſoit celui de la planche, & y ayant baiſſé d'un point quelconque Z de la ſurface la per-

perpendiculaire ZY, & du point Y à un axe fixe AC la perpendiculaire YX, ſoient les trois coordonnées $AX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$: & puisque la nature de la ſurface eſt connue, la quantité z ſera égale à une certaine fonction des deux autres x & y. Suppoſons donc qu'on en tire par la différentiation $dz = pdx + qdy$, de ſorte que $p = \left(\frac{dz}{dx}\right)$, & $q = \left(\frac{dz}{dy}\right)$. Que la ſection dont on coupe la ſurface paſſe par le point Z, & que l'interſection de ſon plan avec notre plan fixe ſoit la ligne EF. Soit $z = \alpha y - \mathfrak{E}x + \gamma$, équation qui détermine ce plan, & poſant $z = o$, l'équation $y = \frac{\mathfrak{E}x - \gamma}{\alpha}$, donnera l'interſection EF, d'où nous tirons: $AE = \frac{\gamma}{\mathfrak{E}}$: & la tangente de l'angle $CEF = \frac{\mathfrak{E}}{\alpha}$, donc le ſinus $= \frac{\mathfrak{E}}{\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}}$, & le coſinus $= \frac{\alpha}{\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}}$. De là, en égalant les deux valeurs de z, nous aurons une équation pour la ſection $\alpha ly - \mathfrak{E}dx = pdx + qdy$, ou bien $\frac{dy}{dx} = \frac{\mathfrak{E} + p}{\alpha - q}$. Mais, pour réduire cette équation à des coordonnées rectangulaires, tirons de Y à l'interſection EF la perpendiculaire YT, & la droite ZT y ſera auſſi perpendiculaire. Maintenant, puisque $EX = x - \frac{\gamma}{\mathfrak{E}}$, nous aurons

$$ET = \frac{\alpha x + \mathfrak{E} y}{\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}} - \frac{\alpha\gamma}{\mathfrak{E}\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}}, \quad \&$$

$$TY = \frac{\alpha y - \mathfrak{E}x}{\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}} + \frac{\gamma}{\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}} = \frac{z}{\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}},$$

& partant $TZ = \frac{z\sqrt{(1 + \alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}}{\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}} = \frac{(\alpha y - \mathfrak{E}x + \gamma)\sqrt{(1 + \alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}}{\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}}$.

Poſant donc

$$\mathrm{ET} = \frac{\alpha x + \varepsilon y}{\sqrt{(\alpha\alpha + \varepsilon\varepsilon)}} - \frac{\alpha\gamma}{\varepsilon\sqrt{(\alpha\alpha + \varepsilon\varepsilon)}} = t, \quad \&$$

$$\mathrm{TZ} = \frac{(\alpha y - \varepsilon x + \gamma)\sqrt{(\alpha\alpha + \varepsilon\varepsilon + 1)}}{\sqrt{(\alpha\alpha + \varepsilon\varepsilon)}} = u,$$

nous pourrons regarder ces lignes t & u comme des coordonnées orthogonales de la ſection en queſtion. Donc, ſi nous poſons $du = s\,dt$, le rayon oſculateur de la ſection au point M ſera $= -\frac{dt(1+ss)^{\frac{3}{2}}}{ds}$ entant qu'il eſt tourné vers la baſe EF. Il ne s'agit donc à préſent qu'à réduire cette expreſſion aux coordonnées x & y. Pour cet effet, puiſque

$$dt = \frac{\alpha\,dx + \varepsilon\,dy}{\sqrt{(\alpha\alpha+\varepsilon\varepsilon)}}, \quad \& \; du = \frac{\alpha\,dy - \varepsilon\,dx}{\sqrt{(\alpha\alpha+\varepsilon\varepsilon)}}\sqrt{(1+\alpha\alpha+\varepsilon\varepsilon)},$$

à cauſe de $\frac{dy}{dx} = \frac{\varepsilon + p}{\alpha - q}$ nous en tirons

$$s = \frac{du}{dt} = \frac{\alpha p + \varepsilon q}{\alpha\alpha + \varepsilon\varepsilon - \alpha q + \varepsilon p}\sqrt{(1 + \alpha\alpha + \varepsilon\varepsilon)},$$

donc $1 + ss = \frac{(\alpha\alpha+\varepsilon\varepsilon)(\alpha\alpha+\varepsilon\varepsilon - 2\alpha q + 2\varepsilon p + (\alpha p+\varepsilon q)^2 + pp + qq)}{(\alpha\alpha + \varepsilon\varepsilon - \alpha q + \varepsilon p)^2}$.

Enſuite, pour le différentiel de s, nous aurons

$$ds = \frac{(\alpha\alpha+\varepsilon\varepsilon)(\alpha\,dp + \varepsilon\,dq - q\,dp + p\,dq)\sqrt{(1+\alpha\alpha+\varepsilon\varepsilon)}}{(\alpha\alpha+\varepsilon\varepsilon - \alpha q + \varepsilon p)^2}.$$

Remarquons à préſent que

$$dp = dx\left(\frac{dp}{dx}\right) + dy\left(\frac{dp}{dy}\right), \quad \& \; dq = dx\left(\frac{dq}{dx}\right) + dy\left(\frac{dq}{dy}\right),$$

d'où

d'où nous concluons:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{(\alpha - q)\left(\frac{dp}{dx}\right) + (\mathfrak{G} + p)\left(\frac{dp}{dy}\right)}{\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G} - \alpha q + \mathfrak{G}p} V(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G}), \quad \&$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{(\alpha - q)\left(\frac{dq}{dx}\right) + (\mathfrak{G} + p)\left(\frac{dq}{dy}\right)}{\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G} - \alpha q + \mathfrak{G}p} V(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G}),$$

& partant:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{(\alpha\alpha+\mathfrak{G}\mathfrak{G})^{\frac{1}{2}}\left((\alpha-q)^2\left(\frac{dp}{dx}\right)+(\mathfrak{G}+p)^2\left(\frac{dq}{dy}\right)+2(\alpha-q)(\mathfrak{G}+p)\left(\frac{dp}{dy}\right)\right)V(1+\alpha\alpha+\mathfrak{G}\mathfrak{G})}{(\alpha\alpha+\mathfrak{G}\mathfrak{G}-\alpha q+\mathfrak{G}p)^3},$$

à cause de $\left(\frac{dq}{dx}\right) = \left(\frac{dp}{dy}\right)$, comme il eſt connu d'ailleurs. Par conſéquent, le rayon oſculateur de la ſection au point Z ſera exprimé en ſorte:

$$r = \frac{(\alpha\alpha+\mathfrak{G}\mathfrak{G}-2\alpha q+2\mathfrak{G}p+(\alpha p+\mathfrak{G}q)^2+pp+qq)^{\frac{3}{2}}}{\left((\alpha-q)^2\left(\frac{dp}{dx}\right)+(\mathfrak{G}+p)^2\left(\frac{dq}{dy}\right)+2(\alpha-q)(\mathfrak{G}+p)\left(\frac{dp}{dy}\right)\right)V(1+\alpha\alpha+\mathfrak{G}\mathfrak{G})}.$$

Voilà donc la véritable expreſſion du rayon oſculateur pour une ſection quelconque, dont on coupe la ſurface propoſée.

Corollaire I.

2. L'inclinaiſon de cette ſection au plan fixe eſt meſurée par l'angle YTZ, dont la tangente eſt $\frac{YZ}{YT} = V(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G})$, & partant le ſinus $= \frac{V(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}{V(1 + \alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}$, & le coſinus $= \frac{1}{V(1 + \alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}$, pendant que de l'angle CEF la tangente

 eſt

eſt $= \frac{\mathfrak{E}}{a}$; donc le ſinus $= \frac{\mathfrak{E}}{\sqrt{(aa + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}}$, & le coſinus $= \frac{a}{\sqrt{(aa + \mathfrak{E}\mathfrak{E})}}$.

Corollaire II.

3. Par rapport à la ſection, il n'y a que les deux lettres a & $\mathfrak{E}$, qui entrent dans la détermination du rayon oſculateur, la troiſieme lettre γ étant compriſe dans la condition que la ſection paſſe par le point Z. Or ces deux lettres ſe réduiſent aux deux angles CEF, & YTZ.

Corollaire III.

4. Si nous poſons ces angles $CEF = \zeta$, & $YTZ = \theta$, nous aurons $\mathfrak{E} = a \operatorname{tang} \zeta$, & $\sqrt{(aa + \mathfrak{E}\mathfrak{E})} = \operatorname{tang} \mathfrak{C}$, d'où il s'enſuit $a = \operatorname{cof} \zeta \operatorname{tang} \theta$, & $\mathfrak{E} = \operatorname{ſin} \zeta \operatorname{tang} \mathfrak{C}$; & de plus $\sqrt{(1 + aa + \mathfrak{E}\mathfrak{E})} \frac{1}{\operatorname{cof} \theta}$. Mais cette ſubſtitution ne rend pas plus ſimple l'expreſſion que nous venons de trouver pour le rayon oſculateur.

PROBLEME II.

Fig. 2. 5. *Si le plan de la ſection eſt perpendiculaire à la ſurface au point* Z, *déterminer le rayon oſculateur de cette ſection au même point* Z.

SOLUTION.

Pour cet effet on n'a qu'à tirer du point Z la ligne ZP, qui ſoit perpendiculaire à la ſurface, & faire en ſorte que le plan de la ſection paſſe par cette ligne ZP. Qu'on conſidere deux autres ſections faites par le point Z, l'une & l'autre perpendiculaire au plan de la planche, l'interſection de l'une étant la ligne YM parallele à l'axe AL, & celle de l'autre YN y ſoit perpendiculaire. Pour la premiere de ces deux ſections, la quantité $XY = y$ doit être priſe conſtante, & l'équation $dz = pdx$ donnera pour la ſousnormale YM

$YM = \frac{z\,dz}{dy} = pz$. Or, pour l'autre ſection, prenant x conſtante, l'équation $dx = q\,dy$ donne la ſousnormale $YN = \frac{z\,dz}{dy} = qz$. Tirant maintenant par les points M & N les lignes MP & NP paralleles aux coordonnées XY & AX qui s'entrecoupent au point P, la droite ZP ſera perpendiculaire à l'une & l'autre de nos deux ſections, & partant elle ſera auſſi perpendiculaire à la ſurface au point Z. Il faut donc que les ſections dont il eſt queſtion dans le probleme paſſent par cette ligne ZP, qui donnera en même tems la poſition du rayon oſculateur, que nous cherchons. Nous n'avons donc qu'à faire paſſer l'interſection EF par le point P. Soit ζ l'angle PEL, que fait cette interſection avec l'axe AL, de ſorte que $\mathfrak{E} = \alpha \operatorname{tang}\zeta$; & puiſque la perpendiculaire tirée de N ſur EP ſeroit $= NP \sin\zeta = pz \sin\zeta$, nous en concluons la perpendiculaire $YT = z(p\sin\zeta - q\cos\zeta)$, & partant la tangente de l'angle $YTZ = \frac{1}{p\sin\zeta - q\cos\zeta}$, qui ſera la valeur de tang θ, & de là nous tirons $\alpha = \frac{\cos\zeta}{p\sin\zeta - q\cos\zeta}$, & $\mathfrak{E} = \frac{\sin\zeta}{p\sin\zeta - q\cos\zeta}$: donc, puiſque $\mathfrak{E} : \alpha = \sin\zeta : \cos\zeta$, l'une & l'autre donne $dp - \alpha q = 1$. Or, ſubſtituant ces valeurs pour α & $\mathfrak{E}$ dans l'expreſſion trouvée pour le rayon oſculateur, le numérateur deviendra

$$\frac{(1 + pp + qq)^{\frac{3}{2}}\,(1 + (p\sin\zeta - q\cos\zeta)^2)^{\frac{3}{2}}}{(p\sin\zeta - q\cos\zeta)^3},$$

& pour le dénominateur

$$\sqrt{(1 + \alpha\alpha + \mathfrak{E}\mathfrak{E})} = \frac{\sqrt{(1 + (p\sin\zeta - q\cos\zeta)^2)}}{p\sin\zeta - q\cos\zeta},$$

& l'autre facteur:

$$\frac{(1+qq)\cos\zeta\cdot pq\sin\zeta)^2\left(\frac{dp}{dx}\right)+((1+pp)\sin\zeta\cdot pq\cos\zeta)^2\left(\frac{dq}{dy}\right)+2((1+qq)\cos\zeta\cdot pq\sin\zeta)((1+pp)\sin\zeta\cdot pq\cos\zeta)\left(\frac{dp}{dy}\right)}{(p\sin\zeta-q\cos\zeta)^3}$$

& partant le rayon oſculateur au point Z ſera

$$\frac{-(1+(p\sin\zeta-q\cos\zeta)^2)(1+pp+qq)^{\frac{3}{2}}}{((1+qq)\cos\zeta\cdot pq\sin\zeta)^2\left(\frac{dp}{dx}\right)+((1+pp)\sin\zeta\cdot pq\cos\zeta)^2\left(\frac{dq}{dy}\right)+2((1+qq)\cos\zeta\cdot pq\sin\zeta)((1+pp)\sin\zeta\cdot pq\cos\zeta)\left(\frac{dp}{dy}\right)}$$

Corollaire I.

6. Voilà donc la grandeur du rayon oſculateur, tant pour tous les points de la ſurface que pour toutes les ſections faites perpendiculairement à la ſurface dans chacun de ſes points, le point Z de la ſurface étant déterminé par les quantités p & q, & la diverſité des ſections par l'angle ζ.

Corollaire II.

7. Le point Z de la ſurface étant donné avec la poſition de la droite ZP, qui y eſt perpendiculaire à la ſurface, chaque ligne droite EF tirée par le point P fournit une telle ſection faite ſelon le plan EPZ.

Remarque.

8. Parmi toutes ces ſections nous pourrons regarder comme la principale celle dont la ligne EF paſſe par le point Y de la baſe, & partant dont le plan même eſt perpendiculaire ſur la baſe. Alors, puiſque l'intervalle YT évanouït, pour l'angle FLL $= \zeta$, nous avons cette détermination $p \sin\zeta - q \cos\zeta = 0$, & partant $\sin\zeta = \frac{q}{\sqrt{(pp+qq)}}$, & $\cos\zeta = \frac{p}{\sqrt{(pp+qq)}}$: ſubſtituant ces valeurs, nous aurons pour le rayon oſculateur de cette ſection

ſection principale

$$\frac{-(pp+qq)(1+pp+qq)^{\frac{3}{2}}}{rr\left(\frac{dp}{dx}\right)+qq\left(\frac{dq}{dy}\right)+2pq\left(\frac{dp}{dy}\right)},$$

laquelle expreſſion eſt d'autant plus remarquable, qu'elle paroit la plus ſimple de toutes les ſections faites par le point Z. Cependant cette autre ſection, où l'intervalle $PT = p\,\mathrm{cof}\,\zeta + q\,\mathrm{ſin}\,\zeta$ évanouit, & l'interſection EF eſt perpendiculaire à la ligne PY, ſemble encore ſurpaſſer en ſimplicité celle-là. Car, puisque $\mathrm{ſin}\,\zeta = \frac{p}{\sqrt{(pp+qq)}}$, & $\mathrm{cof}\,\zeta = \frac{-q}{\sqrt{(pp+qq)}}$, le rayon oſculateur eſt exprimé par cette formule

$$\frac{-(pp+qq)(1+pp+qq)^{\frac{3}{2}}}{qq\left(\frac{dp}{dx}\right)+pp\left(\frac{dq}{dy}\right)-2pq\left(\frac{dp}{dy}\right)},$$

où il eſt bon d'obſerver que cette ſection eſt perpendiculaire à la précédente.

PROBLEME III.

2. *Une ſurface quelconque étant propoſée, trouver le rayon oſculateur pour une ſection* EPZ, *qui fait avec la ſection principale* YPZ *un angle donné* $= \Phi$. Planche I Fig. 3

SOLUTION.

Pour la poſition de la ſection principale YPZ, nous venons de trouver $YM = pz$, & $MP = qz$, donc $YP = z\sqrt{(pp+qq)}$, & partant

$$\mathrm{ſin}\,YPM = \frac{p}{\sqrt{(pp+qq)}}, \quad \& \quad \mathrm{cof}\,YPM = \frac{q}{\sqrt{(pp+qq)}}.$$

En-

Enſuite, à cauſe de $ZP = 2\sqrt{(1 + pp + qq)}$, nous aurons

$$\text{ſin YPZ} = \frac{1}{\sqrt{(1+pp+qq)}}, \quad \& \quad \text{cof YPZ} = \frac{\sqrt{(pp+qq)}}{\sqrt{(1+pp+qq)}}.$$

Soit à préſent Φ l'angle que fait la nouvelle ſection EPZ avec la principale YPZ, que nous ſuppoſons être tournée vers l'axe AL, de ſorte que, ſi l'angle Φ tendoit à l'autre côté on le devroit prendre négatif. Or, pour introduire dans le calcul cette inclinaiſon Φ, puiſque le plan YPZ eſt perpendiculaire à la baſe, tirons YS en ſorte, que l'angle PYS ſoit droit, afin que cette ligne YS ſoit perpendiculaire au plan YPZ: qu'on tire de plus dans ce plan la ligne YR perpendiculaire: ſoit PZ, & nous aurons

$$YR = \frac{2\sqrt{(pp+qq)}}{\sqrt{(1+pp+qq)}}, \quad \& \quad PR = \frac{2(pp+qq)}{\sqrt{(1+pp+qq)}},$$

& parce que la ligne SR ſera auſſi perpendiculaire à la ligne PZ, qui eſt l'interſection de nos deux plans, l'angle YRS en meſure l'inclinaiſon, de ſorte que $YRS = \Phi$. De là on tire

$$YS = YR \operatorname{tang}\Phi = \frac{2\operatorname{tang}\Phi\sqrt{(pp+qq)}}{\sqrt{(1+pp+qq)}},$$

& partant

$$PS = 2\sqrt{\left(pp+qq+\frac{\operatorname{tang}\Phi^2(pp+qq)}{1+pp+qq}\right)} = \frac{2\sqrt{((pp+qq)(1+pp+qq)+\operatorname{tang}\Phi^2)}}{\sqrt{(1+pp+qq)}},$$

d'où nous concluons l'angle EPY, en ſorte que

$$\operatorname{tang} EPY = \frac{\operatorname{tang}\Phi}{\sqrt{(1+pp+qq)}}.$$

Donc, puiſque $\operatorname{tang} YPM = \frac{p}{q}$, nous aurons

$$\operatorname{tang} EPM = \frac{p\sqrt{(1+pp+qq)} - q\operatorname{tang}\Phi}{q\sqrt{(1+pp+qq)} + p\operatorname{tang}\Phi} = \cot PEL = \frac{\text{cof}\,\zeta}{\text{ſin}\,\zeta},$$

en poſant comme ci-deſſus l'angle $LEP = \zeta$.

Poſons

Posons pour abréger

$$V(pp+qq)\,(1+pp+qq+\text{tang}\,\Phi^2)=r,$$

& nous trouvons:

$$p\sin\zeta-q\cos\zeta=\frac{(pp+qq)\,\text{tang}\,\Phi}{r}=\frac{\text{tang}\,\Phi\,V(pp+qq)}{V(1+pp+qq+\text{tang}\,\Phi^2)},$$

donc

$$1+(p\sin\zeta-q\cos\zeta)^2=\frac{\sec\Phi^2\,(1+pp+qq)}{1+pp+qq+\text{tang}\,\Phi^2}.$$

Enſuite

$$(1+qq)\cos\zeta-pq\sin\zeta=\frac{p-q\,\text{tang}\,\Phi\,V(1+pp+qq)}{r}.\,V(1+pp+qq),$$

& $$(1+pp)\sin\zeta-pq\cos\zeta=\frac{q+p\,\text{tang}\,\Phi.V(1+pp+qq)}{r}.\,V(1+pp+qq),$$

à cauſe de

$$\sin\zeta=\frac{qV(1+pp+qq)+p\,\text{tang}\,\Phi}{r},\ \&\ \cos\zeta=\frac{pV(1+pp+qq)-q\,\text{tang}\,\Phi}{r},$$

Subſtituons maintenant ces valeurs dans l'expreſſion précédente, & le rayon oſculateur de la ſection EPZ ſera:

$$\frac{-(pp+qq)(1+pp+qq)^{\frac{3}{2}}\sec.\Phi^2}{\left(\frac{dp}{dx}\right)(p-q\,\text{tang}\,\Phi.V(1+pp+qq))^2+\left(\frac{dq}{dy}\right)(q+p\,\text{tang}\,\Phi.V(1+pp+qq))^2+2\left(\frac{dp}{dy}\right)(p-q\,\text{tang}\,\Phi.V(1+pp+qq))(q+p\,\text{tang}\,\Phi.V(1+pp+qq))}$$

Corollaire I.

10. Pour abréger cette formule, posons $V(1+pp+qq)=u$, & l'expreſſion pour notre rayon oſculateur deviendra:

$$\frac{-u^3\,(pp+qq)\sec.\Phi^2}{(p-qu\,\text{tang}\,\Phi)^2\left(\frac{dp}{dx}\right)+(q+pu\,\text{tang}\,\Phi)^2\left(\frac{dq}{dy}\right)+2(p-qu\,\text{tang}\,\Phi)(q+pu\,\text{tang}\,\Phi)\left(\frac{dp}{dy}\right)},$$

qui ſe réduit à celle-ci :

$$\frac{-u^3(pp+qq)}{(p\cos\Phi - qu\sin\Phi)^2\left(\frac{dp}{dx}\right)+(q\cos\Phi+pu\sin\Phi)^2\left(\frac{dq}{dy}\right)+2(p\cos\Phi-qu\sin\Phi)(q\cos\Phi+pu\sin\Phi)\left(\frac{dp}{dy}\right)}$$

Corollaire II.

11. Si nous poſons enſuite

$$p\cos\Phi - qu\sin\Phi = s(q\cos\Phi + pu\sin\Phi),$$

notre expreſſion pour le rayon oſculateur deviendra encore plus ſimple, & ſe réduit à celle-ci :

$$\frac{-u^3(pp+qq)}{(q\cos\Phi+pu\sin\Phi)^2\left(ss\left(\frac{dp}{dx}\right)+\left(\frac{dq}{dy}\right)+2s\left(\frac{dp}{dy}\right)\right)},$$

où l'on a $\frac{\sin\Phi}{\cos\Phi} = \frac{p-sq}{u(q+sp)}$, & de là cette expreſſion devient

$$\frac{-u(1+qq+2spq+ss(1+pp)}{ss\left(\frac{dp}{dx}\right)+\left(\frac{dq}{dy}\right)+2s\left(\frac{dp}{dy}\right)},$$

où, prenant s à volonté, on en connoitra aiſément l'inclinaiſon Φ, que la ſection fait avec la ſection principale.

Corollaire III.

12. Ici il ſe préſente d'abord deux ſections fort remarquables, l'une ou $s = 0$, ou bien $\text{tang}\,\Phi = \frac{p}{qu}$, donc

$$\sin\Phi = \frac{p}{\sqrt{(pp+qq)(1+qq)}}, \quad \& \quad \cos\Phi = \frac{q\sqrt{(1+pp+qq)}}{\sqrt{(pp+qq)(1+qq)}},$$

pour laquelle le rayon oſculateur eſt $= \frac{-u(1+qq)}{\left(\frac{dq}{dy}\right)}$.

L'autre

L'autre ſection eſt où $s = \infty$, & tang $\varphi = \frac{-q}{pu}$, donc

$$\text{ſin}\,\varphi = \frac{p}{V(pp+qq)(1+pp)}, \text{ \& cof}\,\varphi = -\frac{pV(1+pp+qq)}{V(pp+qq)(1+pp)},$$

pour laquelle le rayon oſculateur eſt $= -\frac{u(1+pp)}{\left(\frac{dp}{dx}\right)}$. Or la tangente de l'inclinaiſon mutuelle de ces deux ſections eſt $= -\frac{1}{pq}$, en ſuppoſant celle de la derniere avec la principale plus grande.

Corollaire IV.

13. Pour le même point Z de la ſurface, tous les rayons oſculateurs des diverſes ſections ne ſauroient être égaux entr'eux, à moins que ces trois formules $\left(\frac{dp}{dx}\right)$, $\left(\frac{dq}{dy}\right)$, $\left(\frac{dp}{dy}\right)$, ne ſoient proportionelles à ces trois expreſſions $1+pp$, $1+qq$, pq: ou bien à moins que ces trois équations n'ayent lieu.

$$\left(\frac{dp}{dx}\right) = R(1+pp);\ \left(\frac{dq}{dy}\right) = R(1+qq),\ \&\ \left(\frac{dp}{dy}\right) = \left(\frac{dq}{dx}\right) = Rpq,$$

ou $pq\left(\frac{dp}{dx}\right) = (1+pp)\left(\frac{dq}{dx}\right)$, & $pq\left(\frac{dq}{dy}\right) = (1+qq)\left(\frac{dp}{dy}\right)$.

Remarque.

14. La derniere formule eſt la plus commode pour en faire l'application à des cas propoſés quelconques. L'équation pour la ſurface étant réduite par la différentiation à cette forme $dz = pdx + qdy$, on aura pour le rayon oſculateur d'une ſection quelconque faite perpendiculairement à la ſurface au point Z ſera exprimé par cette formule

$$\frac{-(1+qq+2spq+ss(1+pp))\sqrt{(1+pp+qq)}}{\left(\frac{dq}{dy}\right)+2s\left(\frac{dp}{dy}\right)+ss\left(\frac{dp}{dx}\right)},$$

où la lettre s marque toutes les valeurs poſſibles, chaque valeur appartenant à une ſection déterminée : ſavoir, ayant fixé la ſection principale, qui eſt en même tems perpendiculaire à la baſe, la ſection qui répond à la lettre s eſt inclinée à celle-là d'un angle Φ, en ſorte que

$$\text{tang } \Phi = \frac{p - sq}{(q+sp)\sqrt{(1+pp+qq)}},$$

en ſuppoſant cet angle tourné vers l'axe AL. Ou bien cet angle Φ étant donné, il faut prendre s en ſorte qu'il ſoit

$$s = \frac{p \cos\Phi - q \sin\Phi . \sqrt{(1+pp+qq)}}{q\cos\Phi + p\sin\Phi . \sqrt{(1+pp+pp)}}.$$

Quelques exemples ſerviront à nous mieux éclaircir ſur cette recherche.

Exemple I.

15. Soit le ſolide propoſé un cylindre couché par ſon axe ſur le plan fixe de la baſe, & poſant le rayon de ſa baſe $= a$, on aura cette équation $z = \sqrt{(aa - yy)}$, d'où l'on tire par la différentiation $dz = \frac{-ydy}{\sqrt{(aa-yy)}}$, de ſorte que $p = 0$, & $q = \frac{-y}{\sqrt{(aa-yy)}}$, donc

$$\sqrt{(1+pp+qq)} = \frac{a}{\sqrt{(aa-yy)}},$$

& les formules différentielles

$$\left(\frac{dp}{dx}\right) = 0; \quad \left(\frac{dp}{dy}\right) = 0; \quad \left(\frac{dq}{dy}\right) = \frac{-aa}{(aa-yy)^{\frac{3}{2}}}.$$

La ſection principale étant perpendiculaire à l'axe du cylindre pour une

une autre ſection quelconque, qui eſt inclinée à la principale de l'angle $= \Phi$, il faut prendre $s = \frac{-a \operatorname{tang} \Phi}{\sqrt{(aa - yy)}}$: & alors le rayon oſculateur ſera :

$$- \frac{(1 + qq + ss)}{-aa : (aa - yy)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a}{\sqrt{(aa - yy)}} = \frac{1 + qq + ss}{a} (aa - y^2),$$

qui ſe réduit à cette forme : $a(1 + \operatorname{tang} \Phi^2) = \frac{a}{\operatorname{cof} \Phi^2}$; d'où l'on voit que pour la ſection principale le rayon oſculateur eſt $= a$, à cauſe de $\Phi = 0$, & pour la ſection qui y eſt perpendiculaire & paſſe par l'axe du cylindre, il devient infini : ce qui marque que la ſection eſt une ligne droite.

Remarque.

16. Si, au lieu d'une baſe circulaire, on donne au cylindre une baſe quelconque, l'abſciſſe x, avec la lettre p, n'entre pas non plus en compte ; & puiſque l'équation pour ce corps eſt la même que celle pour ſa baſe $dz = q\,dy$, où q eſt une fonction de y, on trouve pour tous les rayons oſculateurs à chaque point cette expreſſion

$$- \frac{dy(1 + qq)\sqrt{(1 + qq)}}{dq \operatorname{cof} \Phi^2},$$

d'où l'on voit comment la courbure decroit à meſure que les ſections s'écartent de la principale qui eſt perpendiculaire à l'axe, & où le rayon oſculateur eſt le plus petit $= - \frac{dy}{dq} (1 + qq)^{\frac{1}{2}}$.

EXEMPLE II.

17. Soit le ſolide propoſé un cone, dont l'axe eſt couché ſur le plan fixe ſelon la direction AL, le ſommet étant en A, & l'équation ſera $z = \sqrt{(nnxx - yy)}$, poſant nx pour le rayon de la ſection perpendiculaire à l'axe du cone au point X. Donc, puiſque $dz = \frac{nnx\,dx - y\,dy}{\sqrt{(nnxx - yy)}}$, nous aurons

$$p = \frac{nnx}{V(nnxx - yy)}; \quad \& \; q = \frac{-y}{V(nnxx - yy)},$$

& partant $V(1 + pp + qq) = \frac{nxV(1+nn)}{V(nnxx - yy)}$. Enſuite les formules différentielles

$$\left(\frac{dq}{dy}\right) = \frac{-nnxx}{(nnxx-yy)^{\frac{3}{2}}}; \; \left(\frac{dp}{dy}\right) = \frac{nnxy}{(nnxx-yy)^{\frac{3}{2}}}, \; \left(\frac{dp}{dx}\right) = \frac{-nnyy}{(nnxx-yy)^{\frac{3}{2}}},$$

d'où l'expreſſion générale pour le rayon oſculateur réſulte

$$\frac{nnxx - 2nnsxy + nn(1+nn)ssxx - ssyy}{ax - 2sxy + ssyy} \cdot \frac{xV(1+nn)}{n}.$$

Or, pour la ſection principale, le point P où tombe la perpendiculaire ZP on a AL $= (1 + nn)x$, & LP $= o$, de ſorte que la ſection principale ſe trouve dans le plan ZYL. Donc, pour toute autre ſection qui y eſt inclinée de l'angle Φ, il faut prendre

$$s = \frac{nxy \sin\Phi V(1+nn) + nnx \cos\Phi . V(nnxx - yy)}{n^3 xx \sin\Phi V(1+nn) - y \cos\Phi . V(nnxx - yy)},$$

& ſi l'on ſubſtitue cette valeur dans l'expreſſion trouvée pour le rayon oſculateur, on aura

$$\frac{yy + n^4 xx}{(n \sin\Phi . V(nnxx - yy) - y \cos\Phi . V(1+nn))^2} nxV(1+nn).$$

Sans reſtraindre la ſolution on peut ſuppoſer $y = o$, où la ſection principale paſſe par l'axe du cone, & pour toute autre ſection perpendiculaire à la ſurface du cone, le rayon oſculateur ſera

$$= \frac{nxV(1+nn)}{\sin\Phi^2}.$$

Exemple III.

18. Soit le ſolide propoſé un ellipſoïde quelconque exprimé par l'équation $zz = aa - mxx - nyy$, dont le centre étant en

en A, les trois demi-axes principaux ſont $AB = \frac{a}{\sqrt{m}}$, $AC = \frac{a}{\sqrt{n}}$, Fig. 4.
& $AD = a$, perpendiculaires entr'eux: où les quarts elliptiques BAC, BAD, & CAD repréſentent les trois ſections principales faites par le centre A. Maintenant, pour un point quelconque Z de la ſurface, l'équation $z = \sqrt{(aa - mxx - nyy)}$, entre les coordonnées $AX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, donne

$$p = \frac{-mx}{\sqrt{(aa-mxx-nyy)}} = \frac{-mx}{z}; \quad q = \frac{-ny}{\sqrt{(aa-mxx-nyy)}} = \frac{-ny}{z}.$$

Donc, tirant par Z la droite ZP perpendiculaire à la ſurface elliptique, on aura

$$AL = x + pz = (1-m)x, \quad \& \quad PL = y + qz = (1-n)y,$$

& la ſection principale en Z ſe faiſant ſelon le plan PYZ, ſon interſection avec la baſe BAC, ou bien la ligne PY, fera avec l'axe AB un angle dont la tangente eſt $= \frac{XY - LP}{LX} = \frac{ny}{mx}$. Or toutes les autres ſections faites par le point Z doivent paſſer par la ligne ZP; poſant donc Φ l'inclinaiſon d'une telle ſection quelconque à la principale PZY, le rayon oſculateur de cette ſection en Z ſera déterminé de la maniere ſuivante.

$$\sqrt{(1+pp+qq)} = \frac{\sqrt{(aa-m(1-m)xx-n(1-n)yy)}}{\sqrt{(aa-mxx-nyy)}} = u.$$

Poſant donc pour abréger

$$\sqrt{(aa - m(1-m)xx - n(1-n)yy)} = v,$$

on a $u = \frac{v}{z}$. Enſuite nous avons:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right) = \frac{-m(aa-nyy)}{z^3}; \quad \left(\frac{dp}{dy}\right) = \frac{-mnxy}{z^3}; \quad \left(\frac{dq}{dy}\right) = \frac{-n(aa-mxx)}{z^3},$$

$$\& \; pp + qq = \frac{mmxx - nnyy}{zz}.$$

Ser-

Servons nous plutôt de la formule trouvée dans le §. 10. que de celle, qui en a été derivée, & ayant

$$p\cos\Phi - q\sin\Phi = \frac{-mx}{z}\cos\Phi + \frac{nvy}{zz}\sin\Phi = \frac{-mxz\cos\Phi + nyv\sin\Phi}{zz},$$

$$q\cos\Phi + p\sin\Phi = \frac{-ny}{z}\cos\Phi - \frac{mvx}{zz}\sin\Phi = \frac{-nyz\cos\Phi - mxv\sin\Phi}{zz},$$

le rayon oſculateur ſera exprimé par une fraction, dont le numérateur eſt $= v^3 zz\,(nmxx + nnyy)$, & le dénominateur

$$+m(aa-nyy)(mmxxzz\cos\Phi^2 - 2mnxyvz\sin\Phi\cos\Phi + nnyyvv\sin\Phi^2)$$
$$+n(aa-mxx)(nnyyzz\cos\Phi^2 + 2mnxyvz\sin\Phi\cos\Phi + mmxxvv\sin\Phi^2)$$
$$+2mnxy(mnxyzz\cos\Phi^2 + (mmxx-nnyy)vz\sin\Phi\cos\Phi - mnxyvv\sin\Phi^2)$$

qui ſe réduit à cette forme:

$$+ zz\cos\Phi^2\,(aa\,(m^3xx + n^3yy) - mn\,(m-n)^2\,xxyy)$$
$$- 2mn\,(m-n)\,xyvz^3\sin\Phi\cos\Phi$$
$$+ mnvvzz\sin\Phi^2\,(mxx + nyy),$$

Donc, diviſant le numérateur & le dénominateur par zz, nous aurons le rayon oſculateur:

$$\frac{v^3(mmxx+nnyy)}{aa(m^3xx+n^3yy)\cos\Phi^2 - mn(m-n)^2xxyy\cos\Phi^2 - 2mn(m-n)xyvz\sin\Phi\cos\Phi + mnvv(mxx+nyy)\sin\Phi^2}$$

Ou bien, ſi nous poſons ce rayon oſculateur $= R$, nous aurons

$$\frac{1}{R} = \frac{aa(m^3xx+n^3yy) - mn(m-n)^2xxyy}{v^3(mmxx+nnyy)}\cos\Phi^2 - \frac{2mn(m-n)xyz}{vv(mmxx+nnyy)}\sin\Phi\cos\Phi + \frac{mn(mxx+nyy)}{v(mmxx+nnyy)}\sin\Phi^2$$

Corollaire I.

19. Si nous poſons $m = 1$, & $n = 1$, nous aurons le cas d'un globe dont le rayon $= a$, & puiſque $v = a$, le rayon oſculateur ſera $\frac{a^3(xx+yy)}{aa(xx+yy)\cos\Phi^2 + aa(xx+yy)\sin\Phi^2} = a$, tout comme la nature de ce ſolide l'exige.

Co-

COROLLAIRE II.

20. Si $m = n$, & partant $AB = AC = \frac{a}{\sqrt{n}}$, donc notre ſolide ſera un ſphéroïde allongé ou applati, formé par la revolution de l'ellipſe ABD autour de l'axe AD, la baſe ABC devenant un cercle. Dans ce cas le rayon oſculateur ſera

$$R = \frac{v^3}{na\cos\Phi^2 + nv\sin\Phi^2} = \frac{(naa+(1-n)zz)^{\frac{3}{2}}}{naa\cos\Phi^2 + znaa\sin\Phi^2 + n(1-n)zz\sin\Phi^2}.$$

Donc, pour le point D, où $x = 0$, $y = 0$, $z = a$, & $v = a$, on aura $R = \frac{a}{n}$; mais, pour tous les points pris dans le cercle BC, ou l'équateur où $z = 0$, il y aura

$$R = \frac{a\sqrt{n}}{\cos\Phi^2 + n\sin\Phi^2}.$$

COROLLAIRE III.

21. Mais en général, quelle que ſoit la forme de l'ellipſoïde pour un point quelconque M de la baſe BMC, où $z = 0$, & $aa = mxx + nyy$, donc $vv = mmxx + nnyy$, l'expreſſion pour le rayon oſculateur y ſera

$$R = \frac{v^3}{vv\cos\Phi^2 + nnaa\sin\Phi^2},$$

& partant, pour la ſection principale qui eſt perpendiculaire à la baſe où $\Phi = 0$, l'on a $R = v$, & pour la ſection faite par la baſe même $R = \frac{v^3}{nnaa}$, qui eſt le rayon oſculateur de la courbe BMC au point M.

Remarque.

22. Dans ce cas il eſt remarquable que les rayons oſculateurs ne ſauroient être immédiatement tirés pour le ſommet D. Il y fau-

droit mettre $x = o$, & $y = o$, donc $z = a$, & $v = a$. Or, faiſant ces ſubſtitutions, tant le numérateur que le dénominateur de notre formule évanouïr, & on n'en ſauroit tirer aucune concluſion. La raiſon en eſt que dans ce cas la ſection principale à laquelle ſe rapportent les autres par l'angle Φ, devient indéterminée, puisque toutes les ſections faites par le ſommet D ſont également perpendiculaires à la baſe BAC. Donc, pour en fixer une qui ſoit la principale ne poſons d'abord que $y = o$, & conſidérons le point N où

$$z = V(aa - mxx), \quad \& \quad v = V(aa - m(1 - n)xx).$$

Maintenant il n'eſt pas douteux, que la ſection principale ne ſe trouve dans le plan BNDA, & que pour toute autre ſection inclinée à celle-ci de l'angle Φ, le rayon oſculateur ne ſoit:

$$\frac{mnv^3}{m^3aa\cos\Phi^2 + mmnvv\sin\Phi^2} = \frac{v^3}{maa\cos\Phi^2 + nvv\sin\Phi^2}.$$

A préſent poſons auſſi $x = o$, pour avoir le ſommet D, dont on conſidere la ſection principale dans le plan DAB, & puisque $v = a$, nous aurons $R = \frac{a}{m\cos\Phi^2 + n\sin\Phi^2}$.

Donc, pour la ſection faite dans le plan DAB, le rayon oſculateur ſera $= \frac{a}{m}$, le même que de la courbe BD au point D; & pour la ſection faite dans le plan DCA, il ſera $= \frac{a}{n}$, le même que de la courbe CD au point D.

Conclusion.

23. Après ces exemples rapportés pour éclaircir les recherches précédentes, on peut tirer la concluſion ſuivante pour juger de la courbure de toutes les ſurfaces en général. Qu'on conſidere le plan qui touche la ſurface au point où l'on veut connoitre la courbure. Soit le plan de la planche ce plan, qui touche la ſurface au point Z, & toutes les ſections

Fig. 5.

ſections pour lesquelles je viens de définir les rayons oſculateurs, ſeront perpendiculaires à ce plan, & le couperont par quelque ligne droite EF, ou MN, qui paſſe par le point Z; de ſorte que toutes les ſections poſſibles ſoient repréſentées par quelque ligne droite tirée par le point Z, ſur le plan touchant. Soit EF la ſection, que j'ai nommée ci-deſſus la principale, & conſidérant une autre ſection quelconque MN, qui faſſe avec celle-là un angle $EZM = \Phi$, & puisque le rayon oſculateur de cette ſection MN a été trouvé au §. 10.

$$\frac{-u^3(pp+qq)}{(p\cos\Phi - q u \sin\Phi)^2\left(\frac{dp}{dx}\right) + (q\cos\Phi + pu\sin\Phi)^2\left(\frac{dq}{dy}\right) + 2(p\cos\Phi - qu\sin\Phi)(q\cos\Phi + pu\sin\Phi)\left(\frac{dp}{dy}\right)}$$

le dénominateur de cette expreſſion ſe dévelope en cette forme:

$$+ \cos\Phi^2 . \left(pp\left(\frac{dp}{dx}\right) + qq\left(\frac{dq}{dy}\right) + 2pq\left(\frac{dp}{dy}\right)\right)$$

$$+ 2u\sin\Phi\cos\Phi\left(-pq\left(\frac{dp}{dx}\right) + pq\left(\frac{dq}{dy}\right) + (pp - qq)\left(\frac{dp}{dy}\right)\right)$$

$$+ uu\sin\Phi^2 . \left(qq\left(\frac{dp}{dx}\right) + pp\left(\frac{dq}{dy}\right) - 2pq\left(\frac{dp}{dy}\right)\right)$$

où il faut remarquer que les quantités u, p, q, avec les formules $\left(\frac{dp}{dx}\right)$, $\left(\frac{dq}{dy}\right)$, & $\left(\frac{dp}{dy}\right)$, appartiennent uniquement à la détermination du point Z, & ſont par conſéquent communes à toutes les ſections, dont la variété eſt renfermée dans le ſeul angle Φ. Donc en général, l'expreſſion de tous les rayons oſculateurs pour quelque ſurface que ce ſoit, doit toujours avoir cette forme

$$\frac{V}{P\cos\Phi^2 + Q\sin\Phi^2 + 2R\sin\Phi\cos\Phi}$$

qui, à cauſe de $\text{cof}\,\Phi^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\text{cof}\,2\Phi$, $\text{ſin}\,\Phi^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,\text{cof}\,2\Phi$, & $\text{ſin}\,\Phi\ \text{cof}\,\Phi = \frac{1}{2}\,\text{ſin}\,2\Phi$, ſe réduit à celle-ci

$$\frac{1}{L + M\,\text{cof}\,2\Phi + N\,\text{ſin}\,2\Phi},$$

qui me fournit les réflexions ſuivantes.

I Réflexion.

24. C'eſt donc cette formule qui renferme la nature de la courbure des ſurfaces à chacun de leurs points. Il eſt évident que cette formule peut varier à l'infini, à cauſe de l'infiniré des valeurs dont chacune de ces trois lettres L, M, & N, eſt ſuſceptible, & deux élémens d'une même ou de différentes ſurfaces ne ſauroient être eſtimés avoir la même courbure, à moins que ces trois lettres n'aient les mêmes valeurs de part & d'autre ou qu'elles n'y ſoient réductibles en augmentant ou diminuant l'angle Φ d'une quantité conſtante. Car, puiſque la ſection EF eſt arbitraire, l'identité de courbure en deux élémens ſubſiſte également, quoique les angles Φ de l'un & de l'autre ne commencent point de la même ſection, pourvu que la loi ſuivant laquelle les rayons oſculateurs augmentent ou diminuent ſoit la même dans tous les deux.

II Réflexion.

25. Mais il faut ici principalement obſerver, que, dès qu'on connoit les rayons oſculateurs pour trois ſections différentes, ceux pour toutes les autres en ſont parfaitement déterminés. Soient a, b, c, les rayons oſculateurs pour les trois ſections, qui répondent aux angles α, β, γ, pris pour Φ, & ces trois équations:

$$\frac{1}{a} = L + M\,\text{cof}\,2\alpha + N\,\text{ſin}\,2\alpha;$$

$$\frac{1}{b} = L + M\,\text{cof}\,2\beta + N\,\text{ſin}\,2\beta, \qquad \&$$

$$\frac{1}{c} = L + M\,\text{cof}\,2\gamma + N\,\text{ſin}\,2\gamma,$$

nous

nous découvriront les valeurs des trois lettres L, M, & N, lesquelles étant ſubſtituées dans notre formule déterminent les rayons oſculateurs pour toutes les autres ſections. Par conſéquent dès que deux élémens ſe reſſemblent par rapport aux trois rayons oſculateurs, qui repondent à des ſections également inclinées entr'elles de part & d'autre, toute la courbure de ces deux élémens eſt parfaitement la même.

III Réflexion.

26. De notre formule générale nous pourrons aſſigner les ſections auxquelles répondent le plus grand & le plus petit rayon oſculateur. La méthode des plus grands & plus petits nous fourniſſant cette égalité

$$-2M \sin 2\Phi + 2N \cos 2\Phi = 0,$$

nous en tirons $\text{tang } 2\Phi = \frac{N}{M}$. Donc, ſi ζ eſt l'angle dont la tangente eſt $= \frac{N}{M}$, l'angle $180° + \zeta$, convient également, & de là nous trouvons ces deux valeurs pour l'angle Φ.

I. $\Phi = \frac{1}{2}\zeta$, & II. $\Phi = 90° + \frac{1}{2}\zeta$,

dont l'un répond au plus grand rayon oſculateur & l'autre au plus petit: d'où l'on tire cette conſéquence bien importante, que, quelle que ſoit la courbure d'un élément, les deux ſections, dont l'une contient la plus grande courbure & l'autre la plus petite, ſont toujours normales entr'elles.

IV Réflexion.

27. Donc, ſi le plus grand rayon oſculateur convient à la ſection EF, le plus petit ſe trouvera certainement dans la ſection GH, qui y eſt perpendiculaire, & réciproquement. Suppoſons donc que EF ſoit une de ces ſections, où le rayon oſculateur eſt le plus grand ou le plus petit; & pour toute autre ſection MN, qui y eſt inclinée de

l'angle EZM $= \Phi$, le rayon oſculateur ſera néceſſairement $= \frac{1}{L + M \cos 2\Phi}$, la quantité N devant évanouïr pour cette ſituation, puisque d'ailleurs les plus grand & plus petit ne répondroient point aux valeurs $\Phi = 0$, & $\Phi = 90°$, comme nous le ſuppoſons.

V Réflexion.

28. Pour comparer donc les courbures de deux élémens entr'elles, on n'à qu'à chercher pour chacun les ſections qui donnent le plus grand & le plus petit rayon oſculateur, & ſi l'on trouve ces deux rayons les mêmes dans l'une & l'autre, on peut prononcer hardiment, que ces deux élémens ſont doués de la même courbure. Et partant, pour connoitre la véritable courbure d'un élément quelconque de ſurface, il ſuffit d'en chercher le plus grand & le plus petit rayon oſculateur: puisque ceux de toutes les autres ſections en ſont déterminés parfaitement, en ſorte qu'aucune variété n'y ſauroit plus avoir lieu.

VI Réflexion.

30. Soit le plus grand rayon oſculateur $= f$, qui convienne à la ſection EF, & le plus petit $= g$, pour la ſection GH perpendiculaire à la précédente. Cela poſé, pour toute autre ſection MN inclinée à la premiere EF de l'angle EZM $= \Phi$, le rayon oſculateur qui ſoit $= r$, ſera déterminé uniquement des deux précédens, & l'angle Φ de la maniere ſuivante. La formule générale

$$r = \frac{1}{L + M \cos 2\Phi},$$

poſant $\Phi = 0$, donne $L + M = \frac{1}{f}$, or poſant $\Phi = 90°$, il en réſulte $L - M = \frac{1}{g}$, d'où l'on tire $L = \frac{f+g}{2fg}$, & $M = \frac{-(f-g)}{2fg}$, & partant nous aurons: $r = \frac{2fg}{f + g - (f - g)\cos 2\Phi}$.

Pour

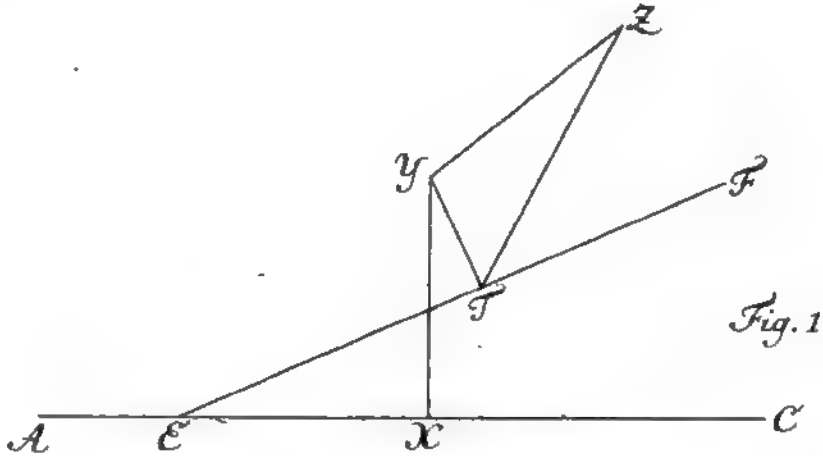


Fig. 1.

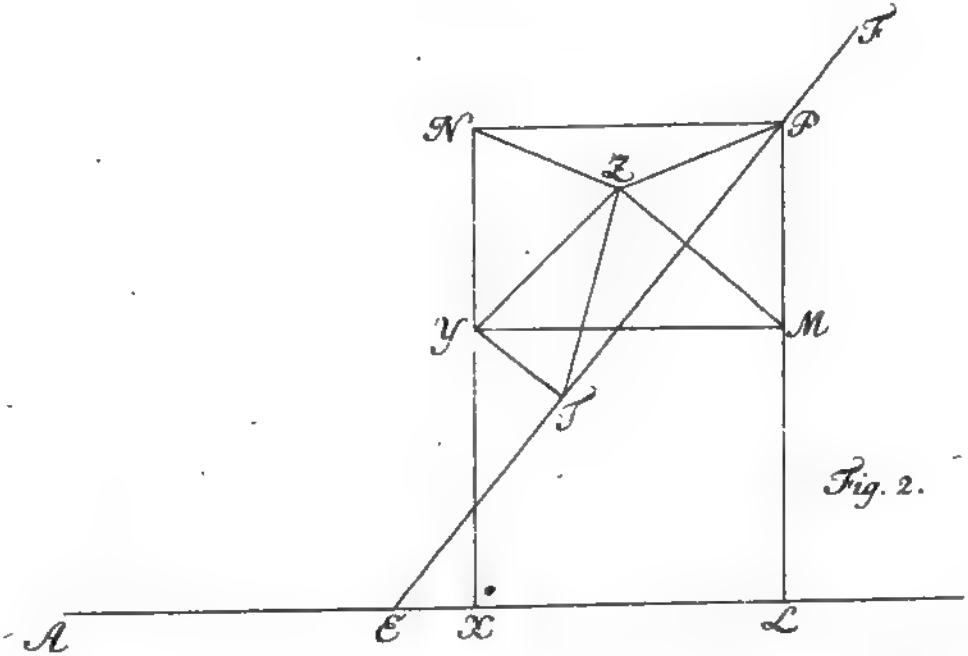


Fig. 2.

Mem. de l'Acad. 1760. Pl. 3. p. 143.

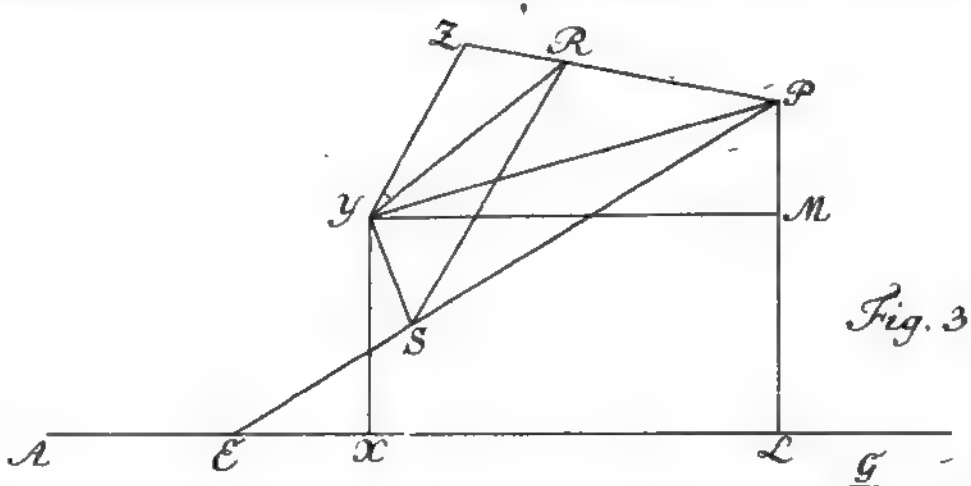


Fig. 3.

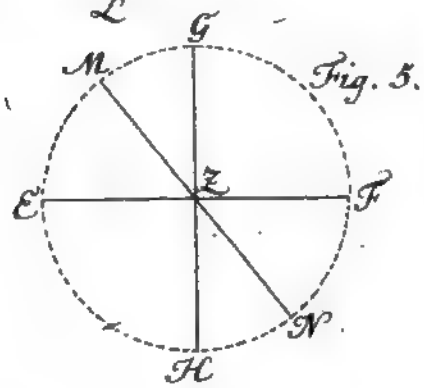
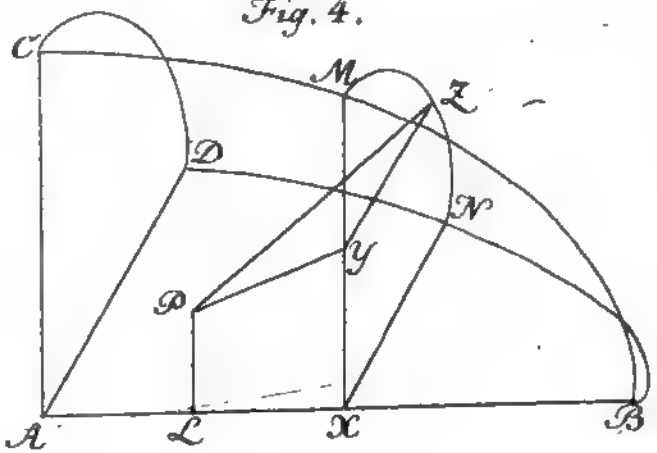


Fig. 5.

Fig. 4.



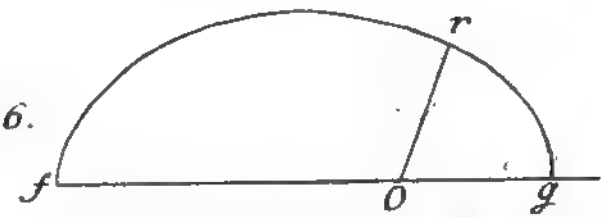


Fig. 6.

Mem. de l'acad. 1760. Pl. 4. pag. 143.

Pour donner une conſtruction aiſée de cette formule, qu'on joigne enſemble le plus grand rayon oſculateur & le plus petit en prenant $Of = f$, & $Og = g$, & qu'on décrive ſur la ligne fg, une demi-ellipſe dont un foyer ſoit au point O: alors, pour la ſection MN on n'a qu'à prendre l'angle fOr, le double de l'angle EZM, & la ligne Or ſera égale au rayon oſculateur pour la ſection MN. Ainſi le jugement ſur la courbure des ſurfaces, quelque compliqué qu'il ait paru au commencement, ſe réduit pour chaque élément à la connoiſſance de deux rayons oſculateurs, dont l'un eſt le plus grand & l'autre le plus petit dans cet élément; ces deux choſes déterminent entierement la nature de la courbure en nous découvrant la courbure de toutes les ſections poſſibles, qui ſont perpendiculaires ſur l'élément propoſé. Fig. 5. & 6.

Mais, pour juger du plus grand ou plus petit rayon oſculateur, il faut avertir, que ce jugement doit être reglé ſur le réciproque du rayon oſculateur $\frac{1}{R}$, en ſorte que, ſi R eſt tantôt poſitif tantôt négatif, la valeur $R = \infty$, ou $\frac{1}{R} = 0$, n'eſt ni un plus grand ni un plus petit.

Enfin on comprend aiſément, que, comme dans les lignes courbes il y a certaines irrégularités par rapport aux points doubles & multiples, il en faut reconnoitre de ſemblables dans les ſurfaces, qui ne ſont pas aſſujetties à notre regle d'ailleurs générale.

RECHER-

RECHERCHES GÉNÉRALES
SUR
LA MORTALITE' ET LA MULTIPLICATION
DU GENRE HUMAIN.

PAR M. EULER.

I.

Les régiſtres des naiſſances & des morts à chaque âge, qu'on publie en pluſieurs endroits tous les ans, fourniſſent tant de queſtions différentes ſur la mortalité & la multiplication du genre humain, qu'il ſeroit trop long de les rapporter toutes. Or les unes dépendent pour la plûpart en ſorte des autres, qu'en ayant développé une ou deux, toutes les autres ſe trouvent pareillement déterminées. Comme les ſolutions doivent être tirées des régiſtres mentionnés, il eſt à remarquer, que ces régiſtres différent beaucoup ſelon la diverſité des villes, villages & provinces, où ils ont été dreſſés: & par la même raiſon les ſolutions de toutes ces queſtions ſe trouvent fort différentes ſelon les régiſtres ſur leſquels elles ſont fondées. C'eſt pourquoi je me propoſe de traiter ici en général la plupart de ces queſtions ſans me borner aux réſultats que les régiſtres d'un certain endroit fourniſſent: & enſuite il ſera aiſé de faire l'application à chaque endroit qu'on voudra.

2. Or j'obſerve d'abord, que toutes ces queſtions priſes en général dépendent de deux hypotheſes; leſquelles étant bien fixées il eſt aiſé d'en tirer la ſolution de toutes. Je nommerai la premiere l'hypotheſe de la mortalité par laquelle on détermine, combien d'un certain nombre d'hommes, qui ſont nés à la fois, ſeront encore en vie après chaque nombre d'années écoulées. Ici la conſidération de la multiplication n'entre point du tout en compte, & partant il faut conſti-

conſtituer la ſeconde hypotheſe, que je nommerai celle de la multiplication; & par laquelle je marque de combien le nombre de tous les hommes eſt augmenté ou diminué pendant le cours d'un an. Cette hypotheſe dépend donc de la quantité des mariages & de la fécondité, pendant que la premiere eſt fondée ſur la vitalité ou le pouvoir de vivre, qui eſt propre aux hommes.

I. HYPOTHESE

DE LA MORTALITÉ.

3. Pour la premiere hypotheſe, concevons un nombre quelconque N d'enfans, qui ſoient nés en même tems; & je marquerai le nombre de ceux qui ſeront encore en vie au bout d'un an par (1) N, de ceux qui y ſeront encore au bout de deux ans par (2) N, de trois ans par (3) N, de quatre ans par (4) N, & ainſi de ſuite. Ce ſont des ſignes généraux que j'emploie pour marquer, comment les nombre des hommes nés en même tems décroit ſucceſſivement; qui auront pour chaque climat & chaque maniere de vivre des valeurs particulieres. Cependant on peut remarquer que les nombres indiqués par (1), (2), (3), (4), (5), &c. conſtituent une progreſſion décroiſſante de fractions, dont la plus grande (1) eſt moindre que l'unité; & quand on continue ces termes au de là de 100, ils décroitront ſi fort, qu'ils évanouiſſent presque entierement. Car, ſi de 100 millions d'hommes aucun n'atteint l'age de 125 ans, il faut que le terme (125) ſoit moindre que $\frac{1}{100000000}$.

4. Ayant établi pour un certain lieu par un aſſez grand nombre d'obſervations les valeurs des fractions (1), (2), (3), (4), &c. on peut réſoudre quantité de queſtions qu'on propoſe ordinairement ſur la probabilité de la vie humaine. D'abord il eſt évident, ſi le nombre des enfans nés en même tems eſt $=$ N, que ſelon la probabilité il en mourra tous les ans autant que cette table en marque:

depuis	à	il en mourra
0 ans	1	N — (1)N,
1 —	2	(1)N — (2)N,
2 —	3	(2)N — (3)N,
3 —	4	(3)N — (4)N,
4 —	5	(4)N — (5)N,

&c.

Et comme de ce nombre N il y aura encore probablement en vie (n)N au bout de n ans, il faut que le nombre des morts avant ce terme de n ans ſoit $=$ N — (n)N. Après cette remarque je donnerai la ſolution des queſtions ſuivantes.

I. Question.

5. *Un certain nombre d'hommes dont tous ſoient du même âge, étant donné, trouver combien en ſeront probablement encore en vie après un certain nombre d'années.*

Suppoſons qu'il y ait M hommes, qui ayent le même âge de m ans, & qu'on demande, combien en vivront probablement encore après n ans? Qu'on poſe $M = (m)N$, pour avoir $N = \frac{M}{(m)}$, où N marque le nombre de tous les enfans nés en même tems, dont il reſte encore en vie M après m ans. Or de ce même nombre ſeront probablement encore en vie $(m + n)$ N après $m + n$ ans depuis leur naiſſance, & partant après n ans depuis le tems propoſé. Donc le nombre cherché dans la queſtion eſt $= \frac{(m + n)}{(m)}$ M; ou après n ans il y aura probablement encore autant de vivans de M hommes, qui ont tous à préſent m ans.

Donc

Donc il eſt probable que du nombre d'hommes M âgés tous de m ans, il en mourra $1 - \frac{(m+n)}{(m)}$, avant qu'il s'en écoulent n ans.

II. Question.

6. *Trouver la probabilité qu'un homme d'un certain age ſoit encore en vie après un certain nombre d'années.*

Que l'homme en queſtion ſoit agé de m ans, & qu'on cherche la probabilité que cet homme ſoit encore en vie au bout de n ans. Concevons M homme du même âge, & puisque, après n ans, il y en aura probablement encore vivans $\frac{(m+n)}{(m)}$ M, la probabilité que l'homme propoſé ſe trouve dans ce nombre ſera $= \frac{(m+n)}{(m)}$.

Donc la probabilité que cet homme vienne à mourir avant le bout de ces n ans, eſt $1 - \frac{(m+n)}{(m)}$. Et partant l'eſpérance, que cet homme peut avoir de ne pas mourir dans l'intervalle des $(m+n)$ années prochaines, eſt à la crainte de mourir dans ce même intervalle comme $(m+n)$ à $(m) - (m+n)$. Donc l'eſpérance ſurpaſſera la crainte ſi $(m+n) > \frac{1}{2}(m)$; & la crainte ſera plus fondée ſi $(m+n) < \frac{1}{2}(m)$. Or la crainte égalera l'eſpérance, ſi $(m+n) = \frac{1}{2}(m)$.

III. Question.

7. *On demande la probabilité, qu'un homme d'un certain âge mourra dans le cours d'une année donnée.*

Que l'homme en queſtion ſoit âgé de m ans, mais qu'il meure avant qu'il parvienne à l'âge de $n+1$ ans. Pour trouver cette probabilité, concevons un grand nombre d'hommes M du même âge,

& ayant $M = (m)N$, & $N = \frac{M}{(m)}$, il y aura $\frac{(n)}{(m)}$ M hommes, qui atteignent l'âge de n ans, & $\frac{(n+1)}{(m)}$ M, qui atteignent celui de $n+1$ ans: il en mourra donc probablement dans le cours de cette année $\frac{(n)-(n+1)}{(m)}$ M; & partant la probabilité que l'homme propoſé ſe trouve dans ce nombre ſera $= \frac{(n)-(n+1)}{(m)}$.

De là il eſt évident, pour que ce même homme meure entre l'année $n+v$ de ſon âge, la probabilité ſera $= \frac{(n)-(n+v)}{(m)}$.

Or, pour que cet homme meure un jour marqué de l'année propoſée, la probabilité ſera $= \frac{(n)-(n+1)}{365(m)}$.

Si la queſtion eſt d'un enfant nouvellement né, on n'a qu'à écrire 1 au lieu de la fraction (m).

IV. Question.

8. *Trouver le terme, auquel un homme d'un âge donné peut eſpérer de parvenir, de ſorte qu'il eſt également probable qu'il meure avant ce terme qu'après.*

Soit l'âge de l'homme en queſtion de m ans, & celui qu'il peut eſpérer d'attendre de z ans, qu'il s'agit de trouver. Or la probabilité qu'il parvienne à cet âge étant $= \frac{(z)}{(m)}$, la probabilité qu'il meure avant ce terme ſera $= 1 - \frac{(z)}{(m)}$. Donc, puiſque l'une & l'autre probabilité doit être la même, nous aurons cette équation $\frac{(z)}{(m)} = 1 - \frac{(z)}{(m)}$, & partant $(z) = \frac{1}{2}(m)$, dont il eſt aiſé de

trouver

trouver le nombre z, dès qu'on a déterminé par les obſervations les valeurs de toutes ces fractions:

$$(1),\ (2),\ (3),\ (4),\ (5),\ (6),\ \text{&c.}$$

car on verra d'abord laquelle (z) ſera la moitié de la propoſée (m).

Ayant trouvé ce nombre z, on nomme l'intervalle $z - m$ la force de la vie d'un homme de m ans.

V. QUESTION.

9. *Déterminer les rentes viageres, qu'il eſt juſte de payer à des hommes d'un âge quelconque tous les ans, juſqu'à leur mort, pour une ſomme qu'ils auront avancée d'abord.*

Concevons M hommes, qui ayent tous le même âge de m ans, & que chacun paye d'abord la ſomme a; ce qui fournira un fond $= Ma$. Soit x la ſomme qu'on doit payer à chacun tous les ans, tant qu'il eſt en vie, & après un an le fond doit payer $\frac{(m+1)}{(m)} Mx$, après deux ans $\frac{(m+2)}{(m)} Mx$, après trois $\frac{(m+3)}{(m)} Mx$, & ainſi de ſuite. Or, comptant que le fond ſoit placé à 5 pour cent, une ſomme S payable après n ans ne vaut à préſent que $\left[\frac{20}{21}\right]^n S$: mais, pour rendre notre détermination plus générale, ſuppoſons qu'une ſomme S croiſſe par les intérêts dans un an à λS, & $\frac{1}{\lambda}$ ſera ce que nous avons marqué par $\frac{20}{21}$, & une ſomme S payable au bout de n ans ne vaudra à préſent que $S : \lambda^n$. De là on dreſſera le calcul ſuivant:

	on doit payer	ce qui fait à préſent
après 1 an - -	$\frac{(m+1)}{(m)}\,Mx$ - -	$\frac{(m+1)}{(m)}\cdot\frac{Mx}{\lambda}$,
après 2 ans - -	$\frac{(m+2)}{(m)}\,Mx$ - -	$\frac{(m+2)}{(m)}\cdot\frac{Mx}{\lambda^2}$,
après 3 ans - -	$\frac{(m+3)}{(m)}\,Mx$ - -	$\frac{(m+3)}{(m)}\cdot\frac{Mx}{\lambda^3}$,

&c.

Or l'équité exige que toutes ces ſommes réduites au tems préſent ſoient égales au fond entier Ma, d'où l'on tire cette équation:

$$a = \frac{x}{(m)}\left[\frac{(m+1)}{\lambda} + \frac{(m+2)}{\lambda^2} + \frac{(m+3)}{\lambda^3} + \frac{(m+4)}{\lambda^4} + \&c.\right],$$

& partant ce que le fond doit payer par an à chacun des intéreſſans eſt

$$x = \frac{(m)\,a}{\frac{(m+1)}{\lambda} + \frac{(m+2)}{\lambda^2} + \frac{(m+3)}{\lambda^3} + \frac{(m+4)}{\lambda^4} + \&c.}.$$

Sachant donc les valeurs de toutes ces fractions (1), (2), (3), &c. il eſt aiſé de trouver la ſomme x, qui convient à chaque âge de m ans rapportée à un intérêt donné.

VI. Question.

10. *Quand les intéreſſans ſont des enfans nouvellement nés, & que le payement des rentes viageres ne doit commencer, que lorsqu'ils auront atteint un certain age, déterminer la quantité de ces rentes.*

Suppoſons qu'on paye la ſomme a pour chaque enfant nouvellement né, & qu'il ne doive recevoir des rentes, que lorsqu'il aura atteint l'age de n ans, que depuis ce tems on lui paye tous les ans la ſomme

ſomme x, qu'il faut déterminer. Comptant donc les intérêts comme auparavant, on parviendra à cette équation:

$$a = x\left(\frac{(n)}{\lambda^n} + \frac{(n+1)}{\lambda^{n+1}} + \frac{(n+2)}{\lambda^{n+2}} + \frac{(n+3)}{\lambda^{n+3}} + \&c.\right),$$

qui fournit

$$x = \frac{a}{\frac{(n)}{\lambda^n} + \frac{(n+1)}{\lambda^{n+1}} + \frac{(n+2)}{\lambda^{n+2}} + \frac{(n+3)}{\lambda^{n+3}} + \&c.}.$$

D'où il eſt évident qu'une telle rente peut devenir fort avantageuſe, & qu'un homme, lorsqu'il aura atteint un certain âge, peut jouir de rentes conſidérables à peu de fraix pendant toute ſa vie.

11. Toutes ces queſtions ſe réſoudront donc facilement dès qu'on connoitra les valeurs des fractions (1), (2), (3), (4), &c. qui dépendent tant du climat que de la maniere de vivre: auſſi a-t-on remarqué que ces valeurs ſont différentes pour les deux ſexes, de ſorte qu'on ne ſauroit rien déterminer en général. Or, pour les conclure des obſervations, on comprend aiſément, qu'il en faut employer un grand nombre, qui s'étend même ſur toutes ſortes de perſonnes: & à cet égard on ne ſauroit ſe ſervir des régiſtres des rentes viageres, qui commencent par des enfans au deſſous d'un an. Car d'abord, on ne peut pas regarder ces enfans comme nouvellement nés, & la plupart eſt ſans doute déjà échappée aux dangers des premiers mois: & enſuite, on ne s'engagera gueres ſouvent pour des enfans d'une complexion foible, de ſorte qu'on doit regarder comme choiſis les enfans pour leſquels on prend des rentes viageres. Ainſi les valeurs de nos fractions (1), (2), (3), &c. qu'on conclura des régiſtres des rentes viageres ſeront infailliblement trop grandes, ſurtout à l'égard des premiers ans. Cependant, puisqu'il faut regler les rentes ſur de tels régiſtres plutôt que ſur la véritable mortalité, j'ajoûterai les valeurs de nos fractions telles qu'on les tire des obſervations de M. Keerſeboom.

(1) = 0,804	(31) = 0,499	(61) = 0,264	(91) = 0,006
(2) = 0,768	(32) = 0,490	(62) = 0,254	(92) = 0,004
(3) = 0,736	(33) = 0,482	(63) = 0,245	(93) = 0,003
(4) = 0,709	(34) = 0,475	(64) = 0,235	(94) = 0,002
(5) = 0,688	(35) = 0,468	(65) = 0,225	(95) = 0,001
(6) = 0,676	(36) = 0,461	(66) = 0,215	
(7) = 0,664	(37) = 0,454	(67) = 0,205	
(8) = 0,653	(38) = 0,446	(68) = 0,195	
(9) = 0,646	(39) = 0,439	(69) = 0,185	
(10) = 0,639	(40) = 0,432	(70) = 0,175	
(11) = 0,633	(41) = 0,426	(71) = 0,165	
(12) = 0,627	(42) = 0,420	(72) = 0,155	
(13) = 0,621	(43) = 0,413	(73) = 0,145	
(14) = 0,616	(44) = 0,406	(74) = 0,135	
(15) = 0,611	(45) = 0,400	(75) = 0,125	
(16) = 0,606	(46) = 0,393	(76) = 0,114	
(17) = 0,601	(47) = 0,386	(77) = 0,104	
(18) = 0,596	(48) = 0,378	(78) = 0,093	
(19) = 0,591	(49) = 0,370	(79) = 0,082	
(20) = 0,584	(50) = 0,362	(80) = 0,072	
(21) = 0,577	(51) = 0,354	(81) = 0,063	
(22) = 0,571	(52) = 0,345	(82) = 0,054	
(23) = 0,565	(53) = 0,336	(83) = 0,046	
(24) = 0,559	(54) = 0,327	(84) = 0,039	
(25) = 0,552	(55) = 0,319	(85) = 0,032	
(26) = 0,544	(56) = 0,310	(86) = 0,026	
(27) = 0,535	(57) = 0,301	(87) = 0,020	
(28) = 0,525	(58) = 0,291	(88) = 0,015	
(29) = 0,516	(59) = 0,282	(89) = 0,011	
(30) = 0,507	(60) = 0,273	(90) = 0,008	

Or, puisque cette table eſt dreſſée ſur des enfans choiſis, & qui ont même déjà vécu quelques mois depuis leur naiſſance; ſi l'on veut l'appli-

l'appliquer à tous les enfans nouvellement nés dans une ville ou province, il faut diminuer tous ces nombres d'une certaine partie pour tenir compte de la grande mortalité, à laquelle les enfans ſont aſſujettis auſſitôt après leur naiſſance. Mais nous tirerons cette correction plus ſeurement des obſervations qui renferment déjà la multiplication, que je m'en vai conſidérer.

II HYPOTHESE.

DE LA MULTIPLICATION.

12. C'eſt le principe de la propagation, ſur lequel cette hypotheſe eſt fondée; d'où il eſt d'abord évident, que s'il nait tous les ans autant d'enfans, qu'il meurt d'hommes, le nombre de tous les hommes demeurera toujours le même, & qu'il n'y aura point alors de multiplication. Mais, ſi le nombre des enfans qui naiſſent tous les ans, ſurpaſſe le nombre des morts, chaque année produira une augmentation dans le nombre des vivans, qui ſera égale à l'excès des naiſſans ſur les morts. Or cette augmentation ſe changera en diminution, lorsque le nombre des morts ſurpaſſe celui des naiſſans. De là nous aurons trois cas à conſidérer: le premier où le nombre des hommes demeure conſtamment le même; le ſecond, où il augmente tous les ans; & le troiſieme, où il diminue tous les ans. Donc, ſi M marque le nombre de tous les hommes qui vivent à préſent, & mM le nombre de ceux qui vivent l'année ſuivante; le premier cas aura lieu, ſi $m = 1$, le ſecond ſi $m > 1$, & le troiſieme ſi $m < 1$; de ſorte que tous les cas peuvent être compris dans le coëfficient général m.

13. Or, ayant fixé le principe de la propagation qui dépend des mariages & de la fécondité, il eſt évident que le nombre des enfans qui naiſſent pendant le cours d'une année, doit tenir un certain rapport au nombre de tous les hommes vivans. D'où il s'enſuit, que ſi le nombre des vivans demeure toujours le même, il naitra tous les ans le même nombre d'enfans: & ſi le nombre des vivans croît ou décroît, le nombre des naiſſances doit croitre ou décroître dans la même raiſon. Donc, en comparant enſemble le nombre de tous les naiſſans

pendant pluſieurs années conſécutives, ſelon que ce nombre demeure le même, ou qu'il augmente ou diminue, on en pourra conclure ſi le nombre de tous les hommes demeure le même, ou s'il va en croiſſant ou en décroiſſant. En y joignant le principe de mortalité il eſt auſſi clair, que le nombre des mourans pendant un an doit tenir un certain rapport tant à celui de tous les vivans qu'à celui des naiſſans.

14. Puisque ces deux principes de la mortalité & de la propagation ſont indépendans l'un de l'autre, & que j'ai conſidéré le premier indépendamment de l'autre, on peut auſſi repréſenter celui-ci, ſans que le premier y ſoit mêlé. Car, ſuppoſant le nombre de tous les vivans à la fois $= M$, le nombre des enfans qui en ſont produits dans l'eſpace d'un an pourra être poſé $= \alpha M$, de ſorte que α eſt la meſure de la propagation ou de la fécondité. Mais il eſt difficile de tirer de cette poſition les conſéquences qui regardent la multiplication & les autres phénomenes qui en dépendent. Le raiſonnement deviendra plus clair, ſi nous introduiſons d'abord dans le calcul le nombre des enfans, qui naiſſent tous les ans, auquel ſi nous joignons l'hypotheſe de la mortalité, nous en pourrons conclure la valeur de α. Donc réciproquement le nombre des naiſſances dépend à la fois des deux hypotheſes de la mortalité & de la fécondité; & de là on tirera enſuite ſans difficulté la ſolution de toutes les autres queſtions qu'on propoſe ordinairement en traitant cette matiere.

15. Comme je ſuppoſe que la regle de la mortalité demeure toujours la même, je ſuppoſerai une ſemblable conſtance dans la fécondité; de ſorte que le nombre des enfans qui naiſſent tous les ans, ſoit toujours proportionel au nombre de tous les vivans. Donc, ſi le nombre de tous les vivans demeure le même, on aura auſſi tous les ans le même nombre de naiſſances: & ſi le nombre de tous les vivans va en augmentant ou en diminuant, le nombre des naiſſances annuelles croîtra ou décroîtra dans la même raiſon. Soit donc N le nombre des enfans nés pendant le cours d'une année, & πN celui des enfans nés l'année ſuivante: & puisque la raiſon qui a changé le nombre

bre N eu nN ſubſiſte encore, il faut que d'une année quelconque à la ſuivante le nombre des naiſſances croiſſe dans la raiſon de 1 à n. Par conſéquent la troiſieme année il naitra n^2 N, la quatrieme n^3 N, la cinquieme n^4 N, & ainſi de ſuite, ou bien les nombres des naiſſances annuelles conſtitueront une progreſſion géometrique, ou croiſſante ou décroiſſante, ou d'égalité, ſelon que $n > 1$, ou $n < 1$, ou $n = 1$.

16. Poſons donc que, dans une ville ou province, le nombre des enfans nés dans cette année ſoit $=$ N, & de ceux qui naitront l'année prochaine $=$ nN, & ainſi de ſuite ſelon cette progreſſion

	le nombre des naiſſances
à préſent - - - -	N,
après un an - - - -	nN,
après deux ans - - - -	n^2 N,
après 3 ans - - - -	n^3 N,
après 4 ans - - - -	n^4 N,

&c.

& ſi nous ſuppoſons qu'après 100 ans aucun des hommes qui exiſtent à préſent, ne ſoit plus en vie, il n'y aura point après 100 ans d'autres vivans, que ceux qui reſteront encore en vie de ces naiſſances. Donc, joignant l'hypotheſe de la mortalité, on pourra déterminer le nombre de tous les hommes qui vivront après 100 ans. Or, puisqu'il naitra cette année n^{100} N, on aura le rapport des naiſſances au nombre de tous les vivans.

17. Pour rendre cela plus clair, voyons combien d'hommes ſeront encore en vie après cent ans des naiſſances de toutes les années précédentes.

	Nombre des naiſſances	Après 100 ans il en vivra encore
à préſent - - - - - -	N	(100) N
après 1 an - - - -	nN	(99) nN
après 2 ans - - - -	n^2N	(98) n^2N
après 3 ans - - - -	n^3N	(97) n^3N
après 98 ans - - - -	n^{98}N	(2) n^{98}N
après 99 ans - - - -	n^{99}N	(1) n^{99}N
après 100 ans - - - -	n^{100}N	n^{100}N

Donc le nombre de tous les vivans après 100 ans ſera =

$$n^{100}\mathrm{N}\left(1 + \frac{(1)}{n} + \frac{(2)}{n^2} + \frac{(3)}{n^3} + \frac{(4)}{n^4} + \frac{(5)}{n^5} + \&c.\right)$$

18. Les termes de cette ſérie évanouiront enfin en vertu de l'hypotheſe de mortalité, & puisque le nombre de tous les vivans a un certain rapport au nombre des naiſſances pendant le cours d'une année, la multiplication d'une année à l'autre, qui vient d'être ſuppoſée comme 1 à n, nous découvre ce rapport. Car, ſi le nombre de tous les vivans eſt = M, & le nombre des enfans qui en ſont procréés pendant le cours d'une année eſt poſé = N, nous aurons

$$\mathrm{M} = 1 + \frac{(1)}{n} + \frac{(2)}{n^2} + \frac{(3)}{n^3} + \frac{(4)}{n^4} + \frac{(5)}{n^5} + \&c.$$

Donc, ſi nous connoiſſons le rapport $\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}}$, & que nous y joignons, l'hypotheſe de mortalité, ou les valeurs des fractions (1), (2), (3), (4), &c. cette équation détermine réciproquement la raiſon de la multiplication $1 = n$ d'une année à l'autre. Cependant on voit bien, que cette déter-

détermination ne ſauroit être développée en général: mais, pour chaque hypotheſe de mortalité, ſi l'on calcule le rapport $\frac{M}{N}$ pour pluſieurs valeurs de n, & qu'on en dreſſe une table, il ſera aiſé d'aſſigner réciproquement pour chaque rapport donné M: N, qui exprime la fécondité, l'augmentation annuelle de tous les vivans, qui eſt la même que celle des naiſſances.

19. Suppoſons donc que l'hypotheſe de mortalité, ou les fractions (1), (2), (3), (4), (5), &c. ſoient connues, de même que l'hypotheſe de fécondité, ou le rapport de tous les vivans M au nombre de enfans N qui en ſont procréés pendant un an, on en reconnoîtra ſi le nombre des hommes demeure invariable, ou s'il va en augmentant ou en diminuant. Car, ſi nous poſons le nombre de tous les vivans l'année prochaine $= nM$, celui des vivans à préſent étant $= M$, il faut tirer la valeur de n de l'équation trouvée

$$\frac{M}{N} = 1 + \frac{(1)}{n} + \frac{(2)}{n^2} + \frac{(3)}{n^3} + \frac{(4)}{n^4} + \frac{(5)}{n^5} + \text{&c.}$$

& ſuppoſant connue la réſolution de cette équation, il eſt indifférent ſi l'on connoit la fécondité $\frac{M}{N}$, ou la multiplication $1 : n$, l'une étant déterminée par l'autre, moyennant l'hypotheſe de la mortalité.

I Question.

20. *Les hypotheſes de mortalité & fécondité étant données, ſi l'on connoit le nombre de tous les vivans, trouver combien il y en aura de chaque âge.*

Soit M le nombre de tous les vivans, & N le nombre des enfans qui en ſont procréés dans un an, & par l'hypotheſe de mortalité on connoîtra la raiſon de la multiplication annuelle $1 : n$. Or, connoiſſant la valeur de n, il eſt aiſé de conclure du §. 17. qu'il y aura parmi le nombre M,

N enfans nouvellement nés,

$\frac{(1)}{n}$ N - - - - - âgés d'un an,

$\frac{(2)}{n^2}$ N - - - - - âgés de deux ans,

$\frac{(3)}{n^3}$ N - - - - - âgés de 3 ans,

$\frac{(4)}{n^4}$ N - - - - - âgés de 4 ans,

& en général

$\frac{(a)}{n^a}$ N - - - - - âgés de a ans.

Or la ſomme de tous ces nombres pris enſemble eſt $=$ M.

II Question.

21. *Les mêmes choſes étant données, trouver le nombre des hommes qui mourront dans un an.*

Soit M le nombre des hommes qui vivent à préſent, y compris les enfans qui ſont nés cette année, dont le nombre ſoit $=$ N: & le quotient $\frac{M}{N}$ déterminera l'augmentation annuelle, qui ſoit $1 : n$. Donc, l'année prochaine le nombre des vivans ſera $= nM$, parmi lequel ſe trouve le nombre des nouvellement nés $= nN$, les autres, dont le nombre eſt $nM - nN$ ſont ceux qui ſont encore en vie de l'année précédente, dont le nombre étoit $=$ M; d'où il s'enſuit, qu'il en eſt mort $(1 - n)M + nN$. Donc, ſi le nombre des vivans eſt $=$ M, il en meurt pendant le cours d'une année $(1-n)M + nN$; tandis que dans ce même tems il nait N enfans.

III Question.

22. *Connoiſſant tant le nombre des naiſſances que des enterremens qui arrivent pendant le cours d'une année, trouver le nombre de tous les vivans, & leur augmentation annuelle, pour une hypotheſe de mortalité donnée.*

Soit N le nombre des naiſſances, & O le nombre des enterremens, qui arrivent dans une année; enſuite, poſons le nombre de tous les vivans $= M$, & l'augmentation annuelle $= 1 : n$; & la ſolution précédente nous fournit cette équation

$$O = (1 - n) M + nN,$$

Or l'hypotheſe de mortalité donne:

$$\frac{M}{N} = 1 + \frac{(1)}{n} + \frac{(2)}{n^2} + \frac{(3)}{n^3} + \frac{(4)}{n^4} + \text{&c.}$$

Donc, ayant par la premiere $M = \frac{O - nN}{1 - n}$, cette valeur étant ſubſtituée dans l'autre équation, donne

$$\frac{O - N}{1 - n} = \frac{N - O}{n - 1} = \frac{(1)}{n} + \frac{(2)}{n^2} + \frac{(3)}{n^3} + \text{&c.}$$

d'où il faut trouver la valeur du nombre n.

23. Si le nombre des enterremens O eſt égal à celui des naiſſances N, de ſorte que $N = (1 - n) M + nN$, il faut abſolument qu'il ſoit $n = 1$, ou que le nombre des vivans demeure toujours le même; & dans ce cas ce nombre ſera

$$M = N(1 + (1) + (2) + (3) + (4) + \text{&c.})$$

Or, ſi le nombre des naiſſances N ſurpaſſe celui des enterremens O, de ſorte que $N - O$ ſoit un nombre poſitif, l'équation

$$\frac{N - O}{n - 1} = \frac{(1)}{n} + \frac{(2)}{n^2} + \frac{(3)}{n^3} + \frac{(4)}{n^4} + \text{&c.}$$

don-

donnera pour n une valeur > 1, qui marque que le nombre des vivans va en croiſſant. Mais, ſi le nombre des naiſſances N eſt plus petit que celui des enterremens O, notre équation doit être repréſentée ſous cette forme:

$$\frac{O - N}{1 - n} = \frac{(1)}{n} + \frac{(2)}{n^2} + \frac{(3)}{n^3} + \frac{(4)}{n^4} + \text{&c.}$$

d'où l'on tire pour n une valeur plus petite que 1, qui marque que le nombre des vivans va en décroiſſant.

IV Question.

24. *Le nombre des naiſſances & des enterremens d'une année étant donné, trouver combien de chaque âge il y aura parmi les morts.*

Soit N le nombre des enfans nés pendant un an, & O le nombre des morts, & par la queſtion précédente on aura le nombre de tous les vivans M, avec la multiplication $1 : n$, d'une année à l'autre. De là conſidérons combien d'hommes il y aura en vie de chaque âge, tant cette année que l'année prochaine.

Nombre	Cette année	l'année ſuivante
des nouvellement nés - - - - - -	N	nN
de l'âge d'un an - - - - - -	$\frac{(1)}{n}$ N	(1) N
de l'âge de deux ans - - - - -	$\frac{(2)}{n^2}$ N	$\frac{(2)}{n}$ N
de l'âge de trois ans - - - - -	$\frac{(3)}{n^3}$ N	$\frac{(3)}{n^2}$ N
&c.		&c.

D'où

D'où il eſt évident qu'il en eſt mort pendant le cours de cette année

le nombre des morts

au deſſous d'un an - - - - $(\mathfrak{x} - (1))\,N$,

de 1 an à deux ans - - - $((1) - (2))\,\frac{N}{n}$,

de 2 ans à 3 ans - - - - $((2) - (3))\,\frac{N}{n^2}$,

de 3 ans à 4 ans - - - - $((3) - (4))\,\frac{N}{n^3}$,

de 4 ans à 5 ans - - - - $((4) - (5))\,\frac{N}{n^4}$,

&c.

25. Le nombre de tous les morts de cette année étant $= O$, on aura cette équation

$$\frac{O}{N} = 1 - (1)\left(1 - \frac{1}{n}\right) - \frac{(2)}{n}\left(1 - \frac{1}{n}\right) - \frac{(3)}{n^2}\left(1 - \frac{1}{n}\right) - \&c.$$

qui convient avec celle-ci $O = (1 - n)M + nN$, à cauſe de

$$\frac{M}{N} = 1 + \frac{(1)}{n} + \frac{(2)}{n^2} + \frac{(3)}{n^3} + \frac{(4)}{n^4} + \frac{(5)}{n^5} + \&c.$$

Donc, connoiſſant l'hypotheſe de la mortalité avec la multiplication annuelle $1 : n$, & le nombre des naiſſances d'une année N, on peut déterminer combien d'hommes de chaque âge mourront probablement pendant le cours d'une année.

V QUESTION.

26. *Connoiſſant le nombre de tous les vivans, de même que le nombre des naiſſances, avec les nombres des morts de chaque âge pendant le cours d'une année, trouver la loi de la mortalité.*

Soit M le nombre de tous les vivans, N celui des naiſſances, & O des enterremens pendant le cours d'une année; & de là on connoîtra d'abord la multiplication annuelle $n = \frac{M - O}{M - N}$: ſoit enſuite pour cette année

	le nombre des morts		par la précéd. queſtion
au deſſous d'un an - - - - -	α	$=$	$(1 - (1))\,N$,
de 1 an à 2 ans - - - - -	$\mathfrak{C}$	$=$	$((1) - (2))\,\frac{N}{n}$,
de 2 ans à 3 ans - - - - -	γ	$=$	$((2) - (3))\,\frac{N}{n^2}$,
de 3 ans à 4 ans - - - - -	δ	$=$	$((3) - (4))\,\frac{N}{n^3}$,

&c.

& de là on trouvera les fractions (1), (2), (3), &c. qui contiennent la loi de la mortalité,

$$(1) = 1 - \frac{\alpha}{N},$$

$$(2) = (1) - \frac{n\mathfrak{C}}{N} = 1 - \frac{\alpha - n\mathfrak{C}}{N},$$

$$(3) = (2) - \frac{n^2\gamma}{N} = 1 - \frac{\alpha - n\mathfrak{C} - n^2\gamma}{N},$$

$$(4) = (3) - \frac{n^3\delta}{N} = 1 - \frac{\alpha - n\mathfrak{C} - n^2\gamma - n^3\delta}{N},$$

&c.

27. Voilà

27. Voilà une maniere plus ſeure que celles des rentes viageres pour déterminer la loi de la mortalité: & cette détermination deviendra la plus aiſée, ſi l'on choiſit une ville ou province, où le nombre des enterremens égale celui des bâtemes, de ſorte que $n = 1$; car alors il ſuffit de ſavoir le nombre des morts de chaque âge. Mais il faut bien remarquer qu'une telle loi de mortalité ne doit être étendue que ſur la ville ou province, dont on l'a tirée. En d'autres pays pourroit avoir lieu une loi tout à fait différente; & on a obſervé en particulier, que dans les grandes villes, la mortalité eſt plus grande que dans les petites, & dans celles-ci plus grande qu'aux villages. Si l'on ſe donnoit la peine de bien établir, tant la loi de mortalité, que celle de la fécondité pour pluſieurs endroits, on en pourroit tirer quantité de concluſions fort importantes.

28. Mais il faut encore remarquer, que, dans ce calcul que je viens de développer, j'ai ſuppoſé, que le nombre de tous les vivans d'un endroit demeure le même, ou qu'il croît ou décroît uniformement, de ſorte qu'il en faut exclure tant des ravages extraordinaires, comme la perte, guerre, famine, que des accroiſſemens extraordinaires comme de nouvelles colonies. Il ſera auſſi bon de choiſir un tel endroit, où tous les naiſſans demeurent dans le pays, & où des étrangers ne viennent pas pour y vivre & mourir, ce qui renverſeroit les principes ſur leſquels j'ai fondé les calculs précédens. Pour des endroits aſſujettis à de telles irrégularités, il y faudroit tenir des régiſtres exactes tant de tous les vivans que des morts, & alors, en ſuivant les principes que je viens d'établir, on ſeroit en état d'y appliquer le même calcul. Tout revient toujours à ces deux principes, celui de la mortalité & celui de la fécondité, qui, étant une fois bien établis pour un certain endroit, il ne ſera pas difficile de réſoudre toutes les queſtions qu'on peut propoſer ſur cette matiere, dont je me contente d'avoir rapporté les principales.

29. Je n'ai auſſi traité ces queſtions qu'en général ſans les borner à quelque endroit particulier: or, pour en tirer tous les avantages, tout dépend d'un grand nombre d'obſervations faites en pluſieurs endroits différens, tant du nombre de tous les vivans & des naiſſans pendant un ou pluſieurs ans, que du nombre des morts avec leurs âges. Comme c'eſt un article fort difficile à bien exécuter, nous devons être très redevables à Mr. Suſſmilch, Conſeiller du Conſiſtoire ſupérieur, qui, après avoir ſurmonté des obſtacles presque invincibles, nous a fourni un ſi grand nombre de telles obſervations, qui paroiſſent ſuffiſantes pour décider la plupart des queſtions qui ſe préſentent dans cette recherche. Et en effet, il en a déjà tiré lui même tant de concluſions importantes, que nous pouvons eſpérer qu'il portera par ſes ſoins cette ſcience au plus haut degré de perfection dont elle eſt ſuſceptible.

SUR

LES RENTES VIAGERES,

PAR M. EULER.

1.

Ayant établi le véritable principe ſur lequel il faut fonder le calcul des rentes viagères, je crois que le dévelopement de ce calcul ne manquera pas d'être fort intéreſſant, tant pour ceux qui voudront entreprendre un tel établiſſement que pour ceux qui en voudront profiter. J'ai ebauché cette matiere dans mes Recherches générales ſur la morralité & la multiplication du genre humain, où j'ai expoſé la juſte méthode de déterminer par le calcul, combien un homme d'un certain âge doit payer, pour jouir pendant toute ſa vie d'une rente annuelle donnée. Mais, puisque le calcul me paroiſſoit alors fort embarraſſant, je ne pouvois pas me réſoudre à l'exécuter. Or une certaine occaſion m'obligea dernierement d'entreprendre ce travail, dont, moyennant quelques artifices pour abréger le calcul, je ſuis heureuſement venu à bout.

2. Il y a deux choſes, ſur leſquelles la détermination des rentes viageres doit être fondée: l'une eſt une bonne liſte de mortalité, qui nous montre, pour chaque âge, combien il en mourra probablement pendant le cours d'une ou pluſieurs années: l'autre eſt la maniere dont l'entrepreneur peut faire valoir l'argent qu'il aura reçu des rentiers: ou à quels intérêts il eſt en état de le placer. Ces deux articles concourent très eſſentiellement à déterminer les rentes auxquelles l'entrepreneur pourra s'engager, tant par rapport à la ſomme qui lui a été payée d'abord, que par rapport à l'âge du rentier. Car il eſt évident, que plus l'entrepreneur peut retirer de profit du ca-

pital qu'il a entre ſes mains, plus il ſera auſſi en état de payer de fortes rentes.

3 Pour la liſte de mortalité, l'entrepreneur riſqueroit ſans doute beaucoup, s'il vouloit ſe régler ſur la mortalité des hommes en général, qu'on conclut des obſervations faites dans une grande ville, ou dans un pays tout entier, où l'on tient également compte de tous les hommes tant vigoureux qu'infirmes. Or, quand il s'agit de ſe procurer des rentes viageres, il eſt très naturel qu'il en faut exclure tous ceux dont la conſtitution ne ſemble pas promettre une longue vie, ainſi on a raiſon de regarder les rentiers comme une eſpece plus robuſte. C'eſt auſſi dans cette vue que j'ai choiſi dans mon Mémoire allegué la liſte de M. Kerſeboom, qu'il a tirée des obſervations faites uniquement ſur des perſonnes qui ont joui de rentes viageres: & partant auſſi cette même liſte me ſervira de fondement dans les calculs ſuivans.

4. Si l'entrepreneur n'étoit pas en état de placer aſſez bien le capital qui lui eſt payé par les rentiers, il ne ſauroit accorder que des rentes ſi médiocres, que perſonne ne voudroit les acquérir. Autrefois la ville d'Amſterdam a payé dix pour cent de rentes à toutes les perſonnes au deſſous de vingt ans, ou bien pour 1000 florins il leur ont payé 100 par an; ce qui eſt une rente ſi riche que la ville en auroit ſouffert une perte très conſidérable ſi elle n'avoit gagné presque 10 pour cent par an du fonds que cette entrepriſe lui avoit procuré. Ainſi, ſi l'on ne peut compter que ſur 5 pour cent d'intérêts, les rentes doivent devenir beaucoup moins conſidérables; cependant c'eſt là deſſus qu'il ſemble qu'il faut à préſent régler les rentes viageres, attendu que ceux qui auront occaſion d'en faire un plus grand profit, ne ſe mêleront gueres d'une telle entrepriſe, qui ne ſauroit s'achever qu'après un grand nombre d'années.

5. Pour déterminer le prix de ces rentes, on fixe pour chaque âge un terme moyen de vie, qu'il eſt auſſi probable de ſurvivre que de mourir avant que de l'avoir atteint; ou bien ce terme

terme eſt pris tel, que d'un grand nombre d'hommes du même âge il en meurt autant avant ce terme qu'après. Alors on ſuppoſe que tous les hommes de cet âge atteignent préciſément ce terme, & qu'ils meurent enſuite tous à la fois; là deſſus on croit pouvoir fixer ſurement le prix des rentes, puisqu'il s'agit de trouver la valeur préſente d'une rente annuelle, payable pendant un certain nombre d'années conſécutives: & l'on eſtime que le profit que l'entrepreneur retire du côté de ceux qui meurent avant ledit terme, eſt préciſément récompenſé par la perte que lui cauſent ceux des rentiers qui ſurvivent à ce terme. Mais on comprendra aiſément que ce raiſonnement cloche, puisqu'on ne tient pas compte de la diminution du prix préſent d'une rente qui ne ſera payée qu'après pluſieurs années. A cauſe de cette circonſtance, il ſera néceſſaire de fonder le calcul ſur ſes véritables principes, comme je l'ai enſeigné dans mon Mémoire mentionné, ſans ſe ſervir d'aucun raiſonnement qui pourroit paroître ſuſpect.

6. Pour cet effet, conſidérons le nombre de 1000 enfans nés à la fois, & que ces caracteres (1), (2), (3), (4), &c. marquent les nombres de ceux qui vivront encore au bout de 1, 2, 3, 4, &c. ans, de ſorte qu'en général (m) repréſente le nombre de ceux, qui atteindront l'âge de m ans. Soit maintenant r la rente annuelle qu'un homme âgé de m ans voudroit acquérir, & x le prix qu'il en doit payer à préſent à l'entrepreneur; lequel doit être un juſte équivalent de la dépenſe dont l'entrepreneur ſe charge par cette convention. Pour déterminer ce prix x, il faut conſidérer pluſieurs hommes du même âge de m ans, & qui entrent dans la même condition. Soit (m) le nombre de ces hommes, & la ſomme qu'ils payeront à préſent à l'entrepreneur ſera $= (m)\,x$, qui doit être ſuffiſante pour fournir toutes les rentes, qu'il aura à payer dans la ſuite.

7. Or de ces (m) hommes il y en aura en vie après un an $(m+1)$, après deux ans $(m+2)$, après trois ans $(m+3)$, &

& ainſi de ſuite: donc l'entrepreneur aura à payer après un an $(m + 1)r$, après deux ans $(m + 2)r$, après trois ans $(m + 3)r$, &c. jusqu'à ce que tous ces rentiers ſeront éteints. On n'a donc qu'à réduire chacun de ces payemens au tems préſent à raiſon de 5 pour cent, & en égaler la ſomme à $(m)x$ pour en conclure la juſte valeur de x. Or, pour rendre le calcul plus général, au lieu de $\frac{105}{100}$ ou $\frac{21}{20}$ écrivons la lettre λ, & la ſomme de toutes les rentes que l'entrepreneur doit payer ſucceſſivement vaudra à préſent

$$\frac{(m+1)r}{\lambda} + \frac{(m+2)r}{\lambda^2} + \frac{(m+3)r}{\lambda^3} + \frac{(m+4)r}{\lambda^4} + \text{&c.}$$

laquelle étant égale à $(m)x$ donnera

$$x = \frac{r}{(m)}\left(\frac{(m+1)}{\lambda} + \frac{(m+2)}{\lambda^2} + \frac{(m+3)}{\lambda^3} + \frac{(m+4)r}{\lambda^4} + \text{&c.}\right)$$

8. Voilà donc le juſte prix qu'un homme âgé de m ans doit payer pour être mis dans la jouiſſance d'une rente annuelle r pendant toute ſa vie, & laquelle étant d'abord placée à 5 pour cent met l'entrepreneur préciſément en état de payer dans la ſuite les rentes, pourvu que le nombre des rentiers ſoit aſſez conſidérable. On comprend bien, qu'ayant ainſi placé d'abord tout le capital que l'entrepreneur aura reçu, l'année ſuivante les intérêts ne ſeront pas ſuffiſans à payer les rentes, mais qu'il y faudra employer une partie du capital, d'où le capital ſouffrira tous les ans une diminution: cependant il ne ſera entierement éteint que lorsque tous les rentiers ſeront morts. Par cette raiſon, l'entrepreneur ſera bien obligé de hauſſer le prix des rentes que je viens de trouver, ſelon les circonſtances & les dépenſes particulieres qu'un tel établiſſement exige.

9. On voit bien que la détermination de ce prix nommé x demande un calcul auſſi long qu'ennuyant, ſurtout pour les bas âges, où le nombre des termes à ajoûter enſemble eſt fort conſi-

dérable.

dérable. Mais il n'eſt pas difficile de s'appercevoir, qu'ayant déjà fait ce calcul pour un certain âge, on en pourra aiſément tirer celui qui repond à une année de plus où moins. Pour expliquer plus clairement cet artifice, je me ſervirai de ce caractere $\overbrace{m\ r}$ pour marquer le prix qu'un homme âgé de m ans doit payer pour la rente viagere r: de ſorte que

$$\overbrace{m} = \frac{1}{(m)}\left(\frac{(m+1)}{\lambda} + \frac{(m+2)}{\lambda^2} + \frac{(m+3)}{\lambda^3} + \frac{(m+4)}{\lambda^4} + \&c.\right)$$

de là, pour les hommes âgés de $m + 1$ ans, nous aurons

$$\overbrace{m+1} = \frac{1}{(m+1)}\left(\frac{(m+2)}{\lambda} + \frac{(m+3)}{\lambda^2} + \frac{(m+4)}{\lambda^3} + \frac{(m+5)}{\lambda^4} + \&c.\right)$$

d'où nous concluons:

$$\lambda\,(m)\,\overbrace{m} = (m+1) + (m+1)\,\overbrace{m+1},$$

& partant

$$\overbrace{m} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{(m+1)}{(m)}\,(1 + \overbrace{m+1}),$$

de ſorte qu'ayant trouvé la valeur de $\overbrace{m+1}$, on en calculera aſſez aiſément celle de $\overbrace{m}$.

10. A l'aide de cet artifice, après avoir commencé par l'âge de 90 ans, j'ai calculé le prix de la rente r ſucceſſivement pour tous les âges inférieurs jusqu'aux enfans nouvellement nés; d'où j'ai obtenu la table ſuivante, en fixant la rente r à 100 écus, & les intérêts à 5 pour cent.

TABLE

qui marque les prix d'une rente viagere de 100 *écus pour tous les âges.*

âge années	nombre des vivans	prix de la rente	âge années	nombre des vivans	prix de la rente
0	1000	1155, 50	25	552	1403, 60
1	804	1409, 04	26	544	1395, 45
2	768	1448, 84	27	535	1389, 87
3	736	1487, 43	28	525	1387, 16
4	709	1521, 27	29	516	1382, 54
5	690	1541, 32	30	507	1376, 82
6	676	1551, 90	31	499	1368, 84
7	664	1558, 94	32	490	1363, 68
8	654	1561, 92	33	482	1355, 63
9	646	1560, 33	34	475	1344, 38
10	639	1556, 29	35	468	1332, 71
11	633	1549, 59	36	461	1320, 60
12	627	1542, 64	37	454	1308, 01
13	621	1535, 42	38	446	1298, 04
14	616	1525, 28	39	439	1284, 67
15	611	1514, 65	40	432	1270, 76
16	606	1503, 50	41	426	1253, 09
17	601	1491, 81	42	420	1234, 54
18	596	1479, 54	43	413	1218, 24
19	590	1469, 31	44	406	1201, 21
20	584	1458, 63	45	400	1180, 19
21	577	1450, 18	46	393	1161, 27
22	571	1438, 68	47	386	1141, 44
23	565	1426, 66	48	378	1123, 88
24	559	1414, 07	49	370	1105, 59
25	552	1403, 60	50	362	1086, 52
m	(*m*)	$\overbrace{m}$	*m*	(*m*)	$\overbrace{m}$

âge

âge années	nombre des vivans	prix de la rente	âge années	nombre des vivans	prix de la rente
50	362	1086, 52	70	175	638, 30
51	354	1066, 62	71	165	610, 83
52	345	1049, 17	72	155	582, 75
53	336	1031, 14	73	145	554, 09
54	327	1012, 49	74	135	524, 89
55	319	989, 78	75	125	495, 22
56	310	969, 44	76	114	470, 16
57	301	948, 35	77	104	445, 13
58	291	929, 98	78	93	417, 98
59	282	907, 64	79	82	397, 75
60	273	884, 44	80	72	375, 64
61	264	860, 32	81	63	350, 77
62	254	838, 90	82	54	329, 69
63	245	813, 21	83	46	306, 38
64	235	790, 20	84	39	279, 44
65	225	766, 69	85	32	257, 60
66	215	742, 30	86	26	232, 90
67	205	717, 43	87	20	217, 91
68	195	691, 93	88	15	205, 07
69	185	665, 14	89	11	193, 62
70	175	638, 30	90	8	179, 54
m	(m)	$\overline{m}$	m	(m)	$\overline{m}$

11. M. Kerſeboom n'a continué ſa Table ſur la mortalité que jusqu'à 95 ans, & par cette raiſon je n'ai pas jugé convenable de continuer celle-ci au de là de 90 ans, puiſque perſonne à cet âge n'aura probablement plus de vues pour les rentes viageres. Du moins, presque dans tous les plans, ces vieillards ſe trouvent rangés à la même claſſe que ceux de 60 ou de 70 ans: nonobſtant qu'il ſeroit fort injuſte, ſi l'on vouloit exiger d'un nonagénaire plus que le tiers

du prix que doit payer un ſeptuagénaire, & plus que le quart d'un ſexagénaire. Cependant, ſi l'on eſt curieux de voir la continuation de ma table, la voici:

m	90	91	92	93	94
(m)	8	6	4	3	2
$\overline{m}$	179, 54	151, 35	138, 38	93, 73	47, 62

Mais je ne voudrois pas conſeiller à un entrepreneur de ſe mêler avec de tels vieillards, à moins que leur nombre ne fut aſſez conſidérable; ce qui eſt une regle générale pour tous les établiſſemens fondés ſur les probabilités.

12. De là on conclura aiſément combien l'entrepreneur devroit payer d'intérêt à chaque âge, pour une ſomme quelconque, qu'on auroit miſe d'abord entre ſes mains. Il n'eſt pas néceſſaire d'entrer ici dans le même détail, & il ſuffira de marquer de 5 en 5 ans les *procents*, que les rentiers pourroient exiger.

âge	Procents	âge	Procents	âge	Procents
0	$8\frac{2}{3}$	30	$7\frac{1}{4}$	60	$11\frac{1}{3}$
5	$6\frac{1}{2}$	35	$7\frac{1}{2}$	65	13
10	$6\frac{1}{3}$	40	8	70	$15\frac{2}{3}$
15	$6\frac{1}{2}$	45	$8\frac{1}{2}$	75	20
20	$6\frac{3}{4}$	50	9	80	$25\frac{2}{3}$
25	7	55	10	85	$38\frac{1}{2}$
30	$7\frac{1}{4}$	60	$11\frac{1}{3}$	90	$55\frac{1}{2}$

Sur ce pied l'entrepreneur n'auroit aucun profit, à moins qu'il ne fut en état de faire valoir ſon argent à plus que de 5 pour cent.

13. Donc, ſi un état avoit beſoin d'argent, & qu'il en pût trouver à 5 pour cent d'intérêts autant qu'il lui en faut, il feroit aſſurément fort mal, s'il vouloit établir de telles rentes viageres, que je viens de déterminer ſur ce même pied de 5 pour cent, puisqu'eu égard à l'embarras qu'un tel établiſſement exige néceſſairement, il feroit toujours

jours mieux d'emprunter la ſomme dont il a beſoin à 5 pour cent, qu'il pourroit enſuite acquitter ſelon les circonſtances, au lieu que les rentes viageres lui reſteroient à charge pendant très longtems, Ou bien, il faudroit hauſſer le prix des rentes au delà de ce que je les ai fixées, pour lui procurer quelque bénéfice; mais alors il ſeroit fort à craindre qu'il ne ſe trouvât plus de rentiers, à moins que ce ne fuſſent des vieillards au delà de 60 ans, que les intérêts de 10 & plus pour cent pourroient éblouir.

14. Mais vouloir établir des rentes viageres plus avantageuſes pour les rentiers, ce ſeroit un projet peu propre à ſoulager un Etat; puisque cela reviendroit au même, que ſi l'on vouloit ſe charger de dettes à ſix & davantage pour cent: pendant qu'on pourroit faire des emprunts à 5 pour cent ſans s'aſſujettir à l'embarras que des rentes viageres demandent. En effet, ſi un Etat vouloit établir les rentes expoſées ici, & calculées ſur le pied de 5 pour cent, il ne ſauroit regarder cette charge que comme un emprunt pris à 6 pour 100, à cauſe de tant d'arrangemens qui y ſeroient requis. Ainſi je ne vois presque plus de cas, où l'établiſſement des rentes viageres pourroit être avantageux à un Etat, tant qu'on peut emprunter de l'argent à 5 pour cent, & peut-être moins. Mais on peut imaginer une autre eſpece de rentes, qui ſeroit peut-être plus goûtée, quoi qu'elle ſoit également fondée ſur le pied de 5 pour cent. Je veux parler de rentes, qui ne doivent commencer à courir qu'après 10 ou même 20 ans; & on comprend aiſément, que le prix de telles rentes ſera fort médiocre, & partant capable d'attirer le public.

15. Concevons donc cette queſtion auſſi en général, & cherchons combien un homme âgé de m ans doit payer à préſent, pour s'acquérir une rente annuelle r, qui ne commencera à lui être payée qu'après n ans, de ſorte que depuis ce tems il en puiſſe jouir régulierement juſqu'à ſa mort. Soit x le prix préſent de cette rente, & nous trouverons comme ci-deſſus:

$$x = \frac{r}{(m)}\left(\frac{(m+n)}{\lambda^n} + \frac{(m+n+1)}{\lambda^{n+1}} + \frac{(m+n+2)}{\lambda^{n+2}} + \&c.\right)$$

Or, par le calcul des rentes ordinaires expliqué auparavant, nous aurons :

$$\overbrace{m+n-1} = \frac{1}{(m+n-1)}\left(\frac{(m+n)}{\lambda} + \frac{(m+n+1)}{\lambda^2} + \frac{(m+n+2)}{\lambda^3} + \&c.\right)$$

d'où nous concluons :

$$x = \frac{r}{(m)} \cdot \frac{(m+n-1)}{\lambda^{n-1}} \cdot \overbrace{m+n-1} = \frac{r}{\lambda^{n-1}} \cdot \frac{(m+n-1)}{(m)} \cdot \overbrace{m+n-1},$$

où $\overbrace{m+n-1}\ r$ exprime le prix préſent de la rente ordinaire pour un homme âgé de $m+n-1$ ans.

16. Donc, ſi l'on demande le prix préſent d'une rente annuelle de 100 écus, qui ne commencera à être payée qu'au bout de 10 ans pour un homme âgé de m ans, on prendra de la table dévelopée au §. 10. le prix de la rente ordinaire qui convient à l'âge de $m+9$ ans, & on le multipliera par $(\frac{20}{21})^9 \frac{(m+9)}{(m)}$ pour avoir la valeur cherchée de x. De là j'ai calculé les tables ſuivantes de 5 en 5 ans :

TABLE

des prix d'une rente viagere de 100 *écus qui ne doit doit commencer à courir qu'au bout de* 10 *ans.*

âge ans	prix de la rente	âge ans	prix de la rente	âge ans	prix de la rente
0	649,75	30	717,05	60	290,55
5	877,77	35	671,73	65	203,11
10	874,50	40	610,40	70	120,14
15	833,95	45	533,55	75	56,20
20	787,43	50	455,78	80	19,07
25	745,72	55	375,25		
30	717,05	60	290,55		

TABLE

TABLE

des prix d'une rente viagere de 100 écus qui ne doit commencer à courir qu'au bout de 20 ans.

âge ans	Prix de la rente	âge ans	Prix de la rente	âge ans	Prix de la rente
0	343,06	30	319,30	60	47,28
5	453,36	35	272,96	65	19,17
10	441,81	40	234,47	70	4,82
15	413,60	45	183,72		
20	382,17	50	134,52		
25	349,63	55	87,91		
30	319,30	60	47,28		

17. Peut-être qu'un tel projet de rentes viageres réuſſiroit mieux, nonobſtant qu'elles ſont fixées ſur le pied de 5 pour cent. Il ſemble qu'il ſeroit toujours avantageux pour un enfant nouvellement né de lui pouvoir aſſurer, moyennant le prix de 343, ou bien de 350 écus, une rente fixe de 100 écus par an, quoiqu'elle ne commence à être payée que lorsque l'enfant aura atteint l'âge de 20 ans: & ſi l'on y vouloit employer la ſomme de 3500 écus, ce ſeroit toujours un bel établiſſement, que de jouir dès l'âge de 20 ans d'une penſion fixe de 1000 écus. Cependant il eſt encore douteux, s'il ſe trouveroit pluſieurs parens qui voudroient bien faire un tel ſacrifice pour le bien de leurs enfans. Peut-être ſe trouveroit il plus d'hommes de 60 ans, qui ne balanceroient point de payer d'abord 3000 écus pour être aſſurés de jouir d'une penſion fixe de 1000 écus par an dès qu'ils auroient paſſé leur 70me année.

DU

DU

MOUVEMENT

D'UN CORPS SOLIDE QUELCONQUE LORSQU'IL TOURNE AUTOUR D'UN AXE MOBILE.

PAR M. EULER.

Quelque mouvement que puiſſe avoir un corps ſolide, dont les parties conſervent toujours entr'elles les mêmes diſtances, on ſait qu'il eſt permis de l'enviſager comme compoſé de deux ſortes de mouvement. Premierement, on conſidere uniquement ſon centre de gravité, comme ſi toute la matiere y étoit réunie, & on examine le mouvement, qui convient à ce point, qu'on nomme le mouvement progreſſif du corps; de ſorte que, ſi le centre de gravité ne change point de place, on dit que le corps n'a aucun mouvement progreſſif, quel que ſoit d'ailleurs le mouvement des autres parties du corps. Enſuite, ayant connu le mouvement du centre de gravité du corps, on conſidere ſi tous les autres points du corps ſont portés par un mouvement ſemblable, de ſorte qu'à chaque inſtant tous les points ſe meuvent ſelon la même direction & avec la même viteſſe que le centre de gravité; ou ſi leur mouvement eſt différent de celui du centre de gravité. Dans le premier cas, on juge que le corps n'a d'autre mouvement que le progreſſif, ou celui dont le centre de gravité eſt porté: or, dans l'autre cas, on voit qu'il ſe trouve dans le corps, outre le mouvement progreſſif, encore un autre mouvement particulier qu'on nomme mouvement de rotation. Pour mieux connoître cette différence, on n'a qu'à ſe figurer que l'eſpace dans lequel le corps ſe meut, eſt porté dans un ſens contraire avec une viteſſe égale à celle du centre de gravité du corps. Par ce moyen, le centre de gravité ſera réduit

duit en repos; & ſi le corps n'eût point auparavant d'autre mouvement que le progreſſif, il ſe trouvera à préſent dans un repos parfait. Mais, ſi le mouvement progreſſif a été accompagné d'un mouvement de rotation, ce dernier ne ſera pas détruit par le tranſport mentionné de l'eſpace; mais chaque partie conſervera encore à l'égard du centre de gravité le même mouvement rélatif qu'elle avoit auparavant. Cette idée nous conduit à une connoiſſance du mouvement de rotation qui eſt indépendant de l'autre mouvement progreſſif; & c'eſt ainſi qu'on peut ſe repréſenter ſéparément l'un & l'autre de ces deux mouvemens. Pour connoître le mouvement progreſſif, on ne conſidérera que le centre de gravité tout comme ſi toute la matiere du corps y étoit réunie; & pour connoître le mouvement de rotation, on ne regardera plus le mouvement progreſſif, mais on conſidérera le centre de gravité comme s'il étoit en repos.

Quoique cette ſéparation ne ſe faſſe que dans nos penſées, elle eſt pourtant conforme aux principes de la Mécanique; en vertu desquels il eſt certain que le mouvement progreſſif d'un corps quelconque, qui n'eſt ſollicité par aucune force, doit demeurer toujours le même; ou bien le centre de gravité conſervera toujours la même viteſſe ſuivant la même direction, conformément au principe de l'inertie, tout comme ſi toute la maſſe du corps étoit raſſemblée dans le centre de gravité. Et de plus, s'il y a des forces qui agiſſent ſur le corps, le mouvement progreſſif en ſera également altéré, que ſi toute la matiere du corps étoit actuellement réunie dans le centre de gravité, & que toutes les forces fuſſent appliquées à ce point, chacune ſuivant ſa direction: de ſorte que la détermination du mouvement progreſſif n'eſt plus aſſujettie à aucune difficulté, vu qu'elle ſuit les mêmes regles, ſoit que le corps ait outre cela quelque mouvement de rotation ou non.

Il en eſt de même du mouvement de rotation, qui étant indépendant du mouvement progreſſif, ſuit toujours les mêmes regles, comme ſi le centre de gravité ſe trouvoit actuellement en repos. Par

conſéquent, quelque compliqué que ſoit le mouvement d'un corps, & de quelques forces qu'il ſoit ſollicité, on parviendra à la connoiſſance de ce mouvement par les deux opérations ſuivantes.

D'abord on fera abſtraction du mouvement de rotation, & on conſidérera le corps comme ſi toute ſa maſſe étoit réunie dans le centre de gravité, où l'on rapporte auſſi toutes les forces dont le corps eſt ſollicité, chacune ſuivant ſa direction; & alors les principes connus de Mécanique montreront le vrai mouvement progreſſif du corps.

Enſuite on fera abſtraction du mouvement progreſſif, & on conſidérera le corps tout comme ſi ſon centre de gravité étoit en repos, ou qu'il y fut arrêté par une force quelconque. Il s'agit donc alors de déterminer le mouvement de rotation que le corps aura autour de ſon centre de gravité, tant par rapport à ſon mouvement imprimé que par rapport aux forces dont il eſt ſollicité. Après qu'on aura déterminé chacun de ces deux mouvemens à part, en les combinant enſemble, on aura le mouvement tout entier du corps en queſtion.

Or, quelque aiſée que ſoit la premiere de ces deux recherches, qui regarde le mouvement progreſſif, l'autre qui roule ſur le mouvement de rotation, eſt d'autant plus difficile: & ſi l'on excepte quelques cas aſſez ſimples en eux-mêmes, on peut dire que les regles qu'on doit ſuivre dans cette recherche, ſont encore presque entierement inconnues. Car, quoique j'aye déjà dévelopé dans une Piece, qui porte le titre: *Découverte d'un nouveau principe de Mécanique*, les formules, qui peuvent conduire à ce but, l'application en eſt pourtant ſouvent extrêmement difficile; & pour ſurmonter ces difficultés, il ſemble que le plus ſur moyen ſera d'entreprendre la même recherche en pluſieurs manieres différentes, & de repréſenter les regles que j'ai déjà trouvées ſous d'autres formes, afin de nous les rendre plus familieres, & d'en connoitre mieux la force. Car on ſait par l'expérience, que lorsqu'une recherche eſt fort épineuſe, les premiers efforts nous en éclairciſſent ordinairement fort peu; & ce n'eſt que par des efforts réiterés, & en enviſageant la même choſe ſous pluſieurs points de vuë, qu'on parvient à une connoiſſance accomplie.

Je

Je m'en vai donc faire de ſeconds efforts pour rechercher la théorie du mouvement de rotation des corps ſolides, qui ne manqueront pas de nous fournir de plus grands éclairciſſemens ſur cette matiere, qui paroit encore ſi obſcure. Or je remarque d'abord que la plus grande partie de cette obſcurité tire ſon origine de la maniere de ſe bien repréſenter le mouvement dont un corps tourne ſur ſon centre de gravité: & partant je tâcherai de donner une méthode, par laquelle on puiſſe ſe former une idée diſtincte d'un tel mouvement, quel qu'il ſoit: & enſuite je déterminerai les forces qui ſont requiſes pour l'entretien de ce mouvement. Ce ſera le ſujet des propoſitions ſuivantes.

PROPOSITION I.

1. *Si un corps tourne d'un mouvement quelconque ſur ſon centre de gravité, on demande de quelle maniere on peut le mieux repréſenter ce mouvement, & s'en former une juſte idée.*

SOLUTION.

Soit *klm* le corps dont il faut repréſenter le mouvement, qu'il peut avoir autour de ſon centre de gravité O, que je ſuppoſe demeurer toujours en repos. Qu'on marque ſur ce corps un point *m*, par lequel & le centre de gravité O on faſſe paſſer la droite indéfinie MOK, que je nommerai l'axe du corps. Soit outre cela MLK un plan, qui coupe le corps par l'axe MK, & qui marque en ſa ſurface la ligne *mlk*. C'eſt pour avoir des marques diſtinguées ſur le corps, par la poſition desquelles on puiſſe juger à chaque moment du mouvement du corps. Ainſi, ſi le corps en queſtion étoit la Terre, la ligne MK ſeroit l'axe de la Terre, le point *m* & *k* ſes Poles, & le plan MLK le premier Méridien; or, pour tout autre corps, j'employerai ces mêmes dénominations, quel que ſoit leur mouvement. Ayant donc fixé ſur le corps ces marques, ſavoir l'axe MK & le Méridien MLK, je rapporte le corps à l'eſpace infini, de ſorte que le centre de gravité y occupe le centre O, autour duquel je conçois, comme dans le Ciel,

Plan he Fig. 1.

Fig. 2.

ou ſur la ſurface du globe celeſte, premierement l'horizon ADB, auquel repond le zénith C, & enſuite un cercle vertical CA, par rapport auxquels je conſidérerai à chaque tems la ſituation du corps: car, ayant déterminé pour chaque inſtant la poſition tant de l'axe du corps que de ſon méridien à l'égard de l'horizon ADB, & du cercle vertical fixe CA, on connoitra parfaitement le mouvement du corps.

Soit donc, après un tems écoulé quelconque $= t$, l'axe du corps en OM, & ſon méridien dans le plan OML, de ſorte que M ſera ſur la ſurface de la ſphere celeſte, & ML un grand cercle. Qu'on tire par le point M le cercle vertical CMP, & qu'on nomme

l'angle ACM ou l'arc AP $= p$,

la diſtance du point M au zénith C ou l'arc CM $= q$,

& l'angle CML $= r$,

& il eſt évident, que ſachant pour chaque tems propoſé t ces trois angles ou ans, p, q, r, on connoitra la ſituation du corps, & partant auſſi ſon mouvement, puisque ces trois quantités ſeront variables avec le mouvement du corps, pendant que les points A & C demeurent fixes. Car de là on pourra déterminer à ce même inſtant le lieu où ſe trouvera chaque élément du corps Z, puisqu'on en ſait la ſituation par rapport à l'axe OM & au premier méridien du corps ML. Pour cet effet, tirons du centre O par cet élément Z le rayon OZN, & poſant la diſtance OZ $= s$, on aura premierement l'angle MON, dont la meſure ſera l'arc MN, qui ſoit $= u$; de plus on ſaura auſſi l'inclinaiſon du plan MON au premier méridien du corps OML ou l'angle LMN, qui ſoit $= v$; de ſorte que la poſition de cet élément Z par rapport au corps ſera déterminée par les quantités s, u, & v, qui demeureront conſtantes, tant qu'on conſidere le même élément, quel que ſoit le mouvement du corps: & partant ces quantités s, u, v, ſeront indépendantes du tems t, dont les trois autres quantités p, q, r, qui dépendent du mouvement du corps, ſont des fonctions.

Or

Or, comparant les quantités s, u, v, avec les trois variables p, q, r, on pourra déterminer pour l'inſtant préſent le lieu de l'élément du corps Z par rapport à la ſphere fixe. Car, tirant par le point N le cercle vertical CNQ, on aura dans le triangle ſphérique CMN, 1°. le côté $CM = q$; 2°. le côté $MN = u$; & 3°. l'angle $CMN = CML - LMN = r - v$. De là on trouvera

$$\text{cof } CN = \text{cof}(r - v) \text{ fin } q \text{ fin } u + \text{cof } q \text{ cof } u,$$

$$\text{tang } MCN = \frac{\text{fin}(r - v) \text{ fin } u}{\text{fin } q \text{ cof } u - \text{cof}(r - v) \text{ cof } q \text{ fin } u}.$$

& ayant trouvé l'angle MCN, on aura la diſtance au premier vertical CA, ou l'angle $ACN = ACM + MCN$. De plus on pourra auſſi déterminer le lieu de l'élément Z par trois coordonnées orthogonales, dont nous aurons beſoin dans le calcul ſuivant. Pour cet effet, qu'on baiſſe du point Z ſur le plan horizontal la perpendiculaire ZY & du point Y qu'on tire la perpendiculaire YX au rayon fixe OA; & ſoient $OX = x$; $XY = y$; & $YZ = z$. De là on aura d'abord $YZ = z = OZ \text{ fin } QN = s \text{ cof } CN$, donc $z = s(\text{cof}(r - v) \text{ fin } q \text{ fin } u + \text{cof } q \text{ cof } u)$. De même on aura $OY = s \text{ fin } CN$, & puiſque l'angle $AOQ = ACN = p + MCN$, on en tirera

$$XY = y = s \text{ fin } CN \text{ fin}(p + MCN), \quad \&$$
$$OX = x = s \text{ fin } CN \text{ cof}(p + MCN).$$

Or par la trigonométrie ſphérique nous ſavons qu'il eſt:

$$\text{fin } CN. \text{ fin } MCN = \text{fin}(r - v) \text{ fin } u,$$
$$\text{fin } CN. \text{ cof } MCN = \text{fin } q \text{ cof } u - \text{cof}(r - v) \text{ cof } q \text{ fin } u,$$

donc, puiſque

$$\text{fin}(p + MCN) = \text{fin } p \text{ cof } MCN + \text{cof } p \text{ fin } MCN, \quad \&$$
$$\text{cof}(p + MCN) = \text{cof } p \text{ cof } MCN - \text{fin } p \text{ fin } MCN,$$

on aura

$$y = s(\sin p \sin q \cos u - \sin p \cos(r-v)\cos q \sin u + \cos p \sin(r-v)\sin u),$$

$$x = s(\cos p \sin q \cos u - \cos p \cos(r-v)\cos q \sin u - \sin p \sin(r-v)\sin u),$$

C'eſt donc par ce moyen qu'on ſe formera une juſte idée du mouvement du corps propoſé.

Corollaire I.

2. Dans le triangle ſphérique CMN on trouvera auſſi aiſément l'angle CNM, par cette formule

$$\text{tang CNM} = \frac{\sin(r - v)\sin q}{\cos q \sin u - \cos(r - v)\sin q \cos u},$$

& de là on obtiendra ces formules

$$\sin \text{CN}.\ \sin \text{CNM} = \sin(r - v)\sin q,$$

$$\sin \text{CN}.\ \cos \text{CNM} = \cos q \sin u - \cos(r - v)\sin q \cos u.$$

Corollaire II.

3. Les formules trouvées pour les trois coordonnées x, y, z, auront lieu pour tous les élémens du corps ſitués dans le rayon ON, en ne changeant que la diſtance $OZ = s$, les deux angles u & v demeurent les mêmes. Car on aura:

$$\frac{x}{s} = \cos p \sin q \cos u - \cos p \cos(r-v)\cos q \sin u - \sin p \sin(r-v)\sin u,$$

$$\frac{y}{s} = \sin p \sin q \cos u - \sin p \cos(r-v)\cos q \sin u + \cos p \sin(r-v)\sin u,$$

$$\frac{z}{s} = \cos(r-v)\sin q \sin u + \cos q \cos u.$$

Corol-

COROLLAIRE III.

4. De là il eſt clair, qu'il y aura:

1°. $\frac{x\cos p + y\sin p}{s} = \sin q\cos u - \cos(r-v)\cos q\sin u,$

2°. $\frac{y\cos p - x\sin p}{s} = \sin(r-v)\sin u,$

3°. $\frac{z\cos q + x\cos p\sin q + y\sin p\sin q}{s} = \cos u,$

4°. $\frac{z\sin q - x\cos p\cos q - y\sin p\cos q}{s} = \cos(r-v)\sin u,$

5°. $\frac{z\sin q\cos(r-v) - x(\cos p\cos q\cos(r-v) + \sin p\sin(r-v)) - y(\sin p\cos q\cos(r-v) - \cos p\sin(r-v))}{s} = \cos u,$

6°. $z\sin q\sin(r-v) - x(\cos p\cos q\sin(r-v) - \sin p\cos(r-v)) - y(\sin p\cos q\sin(r-v) + \cos p\cos(r-v)) = 0,$

& enfin

7°. $xx + yy + zz = ss.$

COROLLAIRE IV.

5. Si l'élément Z eſt pris dans l'axe même OM du corps, l'angle MON ou l'arc MN $= u$ évanouïra, & les trois coordonnées pour ce point Z, poſant ſa diſtance au centre de gravité OZ $= s$, feront:

$$\frac{x}{s} = \cos p\ \sin q;\quad \frac{y}{s} = \sin p\ \sin q;\quad \&\ \frac{z}{s} = \cos q,$$

PROBLEME II.

6. *Quelque mouvement qu'ait le corps autour de ſon centre de gravité* O, *trouver pour chaque inſtant le rayon* ON, *de ſorte que les élémens du corps ſitués dans ce rayon demeurent immobiles pendant cet inſtant.*

SOLU-

SOLUTION.

J'ai déjà demontré que, quel que ſoit le mouvement du corps, ſon centre de gravité demeurant en repos, il y a toujours à chaque inſtant une ligne dans le corps, qui n'a aucun mouvement, & autour de laquelle le corps tourne pendant cet inſtant. Soit donc ON cette ligne autour de laquelle le corps tourne à l'inſtant préſent, & il eſt clair que cette ligne, ou le point N, aura cette propriété, que pendant que le point M & le méridien ML changent infiniment peu de place, le point N demeure fixe. Donc, poſant pour ce point N l'arc $MN = u$, & l'angle $LMN = v$, ce point aura cette propriété que, pendant que les quantités p, q, r, croiſſent de leurs différentiels dp, dq, dr, tant la diſtance CN que l'angle ACN n'en ſouffrent aucun changement: ou bien poſant les quantités p, q, r, variables, nous trouverons ce point N, ſi nous mettons égaux à zéro les différentiels des quantités CN & ACN. Donc nous aurons $d.\,CN = 0$, & puiſque $ACN = p + MCN$, nous aurons de plus $dp + d.\,MCN = 0$, ou $d.\,MCN = -dp$. Ayant donc $\text{cof}\,CN = \text{cof}(r - v)\,\text{ſin}\,q\,\text{ſin}\,u + \text{cof}\,q\,\text{cof}\,u$, nous aurons premierement,

$$-dr\,\text{ſin}(r-v)\,\text{ſin}q\,\text{ſin}u + dq\,\text{cof}(r-v)\,\text{cof}q\,\text{ſin}u - dq\,\text{ſin}q\,\text{cof}u = 0,$$

Enſuite, puiſque $\text{ſin}\,CN.\,\text{ſin}\,MCN = \text{ſin}(r - v)\,\text{ſin}\,u$, la différentiation nous fournira

$$d.\text{MCN.ſinCNcofMCN} = -dp\,\text{ſinCNcofMCN} = dr\,\text{cof}(r-v)\,\text{ſin}u,$$

& mettant pour $\text{ſin}\,CN\,\text{cof}\,MCN$ ſa valeur, nous obtiendrons cette équation:

$$dp\,\text{ſin}\,q\,\text{cof}\,u - dp\,\text{cof}(r-v)\,\text{cof}\,q\,\text{ſin}\,u + dr\,\text{cof}(r-v)\,\text{ſin}\,u = 0.$$

La premiere de ces équations donne

$$\text{ſin}\,q\,\text{cof}\,u - \text{cof}(r-v)\,\text{cof}\,q\,\text{ſin}\,u = -\frac{dr}{dq}\,\text{ſin}(r-v)\,\text{ſin}\,q\,\text{ſin}\,u,$$

&

& l'autre

$$\sin q \cos u - \cos(r-v)\cos q \sin u = -\frac{dr}{dp}\cos(r-v)\sin u,$$

d'où nous tirons, en diviſant par $-dr \sin u$:

$$\frac{\sin(r-v)\sin q}{dq} = \frac{\cos(r-v)}{dp},$$

ou bien $\operatorname{tang}(r-v) = \frac{dq}{dp \sin q}$, de là nous aurons:

$$\sin(r-v) = \frac{dq}{\sqrt{(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}}, \quad \&$$

$$\cos(r-v) = \frac{dp \sin q}{\sqrt{(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}},$$

ces valeurs étant ſubſtituées dans l'une ou l'autre des deux équations donneront

$$\sin q \cos u = \frac{dp \sin q \cos q \sin u - dr \sin q \sin u}{\sqrt{(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}},$$

& partant $\operatorname{tang} u = \frac{\sqrt{(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}}{dp \cos q - dr}$, donc

$$\sin u = \frac{\sqrt{(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}}{\sqrt{(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2dpdr\cos q)}}, \quad \&$$

$$\cos u = \frac{dp\cos q - dr}{\sqrt{(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2dpdr\cos q)}}.$$

Maintenant, ſubſtituant ces valeurs, nous aurons pour la poſition du point N, & partant auſſi pour celle du rayon ON qui demeure immobile pendant l'inſtant préſent.

$$\text{cof}\,CN = \frac{dp - dr\,\text{cof}\,q}{\sqrt{(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2\,dp\,dr\,\text{cof}\,q)}}, \quad \&$$

$$\text{fin}\,CN = \frac{\sqrt{(dq^2 + dr^2\,\text{fin}\,q^2)}}{\sqrt{(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2\,dp\,dr\,\text{cof}\,q)}},$$

& enſuite $\text{tang}\,MCN = -\frac{dq}{dr\,\text{fin}\,q}$, d'où nous tirons

$$\text{tang}\,ACN = \frac{dr\,\text{fin}\,p\,\text{fin}\,q - dq\,\text{cof}\,p}{dr\,\text{fin}\,p.\,\text{fin}\,q - dq\,\text{fin}\,p}.$$

Corollaire I.

7. Si nous prenons dans ce rayon ON un point quelconque Z, de ſorte que $OZ = s$, & que nous le rapportions aux trois coordonnées $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, nous aurons

$$\frac{x}{s} = \frac{-dq\,\text{fin}\,p - dr\,\text{cof}\,p\,\text{fin}\,q}{\sqrt{(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2\,dp\,dr\,\text{cof}\,q)}},$$

$$\frac{y}{s} = \frac{dq\,\text{cof}\,p - dr\,\text{fin}\,p\,\text{fin}\,q}{\sqrt{(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2\,dp\,dr\,\text{cof}\,q)}},$$

$$\frac{z}{s} = \frac{dp - dr\,\text{cof}\,q}{\sqrt{(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2\,dp\,dr\,\text{cof}\,q)}}.$$

Corollaire II.

8. Puiſqu'à l'inſtant préſent tout le corps ſe tourne autour de la ligne ON, la direction de mouvement de chaque élément du corps ſera perpendiculaire au plan qui paſſe par ON & par cet élément, & ſa viteſſe ſera proportionelle à la diſtance de chaque élément depuis le rayon ON.

Corollaire III.

9. Donc, dès qu'on ſait la viteſſe d'un ſeul point du corps, on en déterminera aiſément la viteſſe de tout autre point de ce corps: on n'a

n'a beſoin que de ſavoir la viteſſe de rotation dont ce corps tourne autour du rayon ON: & cette viteſſe de rotation ſe trouvera en diviſant la viteſſe d'un point quelconque par la diſtance de ce point au rayon ON.

Corollaire IV.

10. Or, pendant l'élément du tems dt, le point M de l'axe du corps parvient en m, de ſorte que l'angle $MCm = dp$, & $Cm = q + dq$: donc, décrivant du centre C l'arc infiniment petit Mr, on aura $mr = dq$, & $Mr = dp \sin q$: d'où l'eſpace décrit par le point M ſera $Mm = V(dp^2 \sin q^2 + dq^2)$, qui étant diviſé par le tems dt exprimera la viteſſe du point Fig. 3.

$$M = \frac{V(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}{dt}.$$

Corollaire V.

11. Mais la diſtance du point M à l'axe ON étant $=$ ſin MN $=$ ſin u, la viteſſe de rotation de ce point M, & partant auſſi celle de tout le corps autour du rayon ON, ſera $=$ Fig. 2.

$$\frac{V(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}{dt \sin u}.$$

Or, ayant trouvé

$$\sin u = \frac{V(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}{V(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2\,dp\,dr \cos q)},$$

la viteſſe de rotation du corps autour du rayon ON ſera $=$

$$\frac{1}{dt} V(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2\,dp\,dr \cos q).$$

Corollaire VI.

12. Ici il faut remarquer, que les lettres p, q, r, marquent des arcs de cercles pris dans un cercle dont le rayon ou le ſinus total eſt $= 1$. Car, quoique j'aye ſuppoſé la ſphere ACBD infinie

pour avoir un eſpace abſolu & immobile, rien n'empêche que cette ſphere ne ſoit finie, pourvu qu'elle repréſente un eſpace immobile, & partant il eſt permis d'exprimer le rayon de cette ſphere OM, ou ON, par l'unité, puisque ſa grandeur abſolue n'entre en aucune façon dans le calcul.

Remarque I.

13. C'eſt ainſi qu'on ſe pourra le mieux repréſenter le vrai mouvement de la terre autour de ſon centre. Soit pour cet effet la terre le corps, dont je ſuppoſe le centre de gravité en O, & ſoit dans la ſphere céleſte C le pole de l'écliptique, & le cercle ADB l'écliptique même; & CA un cercle de latitude fixe. Soit pour l'inſtant préſent M le lieu du pole de la terre, qui change comme on ſait ſucceſſivement de place dans le Ciel, de ſorte qu'il approche tantôt plus tantôt moins du pole de l'écliptique C, outre que ſon mouvement en longitude ſelon l'angle ACM n'eſt pas uniforme. Mais, puisque cette nutation eſt extrêmement petite, je ſuppoſerai ici, que le pole de la terre M tourne également autour du pole de l'écliptique C, duquel il conſerve toujours la même diſtance $CM = q$. Soit donc la longitude du pole de la terre, ou l'angle $ACM = p$, qui dans un an diminue d'environ $50''$: De plus, ſoit pour l'inſtant préſent ML le premier Méridien de la terre, & poſant l'angle $CML = r$, on ſait que cet angle va en augmentant de 360° dans un jour. Donc, dans un an, l'accroiſſement de l'angle r ſera $= 365\frac{1}{4}.\ 360° = 365\frac{1}{4}.\ 360.\ 60.\ 60''$; d'où il s'enſuit que $dp : dr = -\ 50 : 365\frac{1}{4}.\ 360.\ 60.\ 60$; ou bien $\frac{dr}{dp} = -\ 9467280$; & $\frac{dq}{dp} = 0$.

On voit donc que la terre ne tourne pas autour de ſon axe OM, mais autour d'un autre axe variable ON, dont le point N tombera dans le cercle CMP, puisque, à cauſe de $dq = 0$, nous avons $\text{tang}\,(r - v) = 0$, & partant $\text{ſin}\,(r - v) = 0$, & $\text{coſ}\,(r - v) = 1$. De là nous obtiendrons

$$\text{ſin}\,q\ \text{coſ}\,u - \text{coſ}\,q\ \text{ſin}\,u = 9467280\ \text{ſin}\,u.$$

Donc

Donc tang μ = tang MN = $\frac{\text{ſin } q}{9467280 + \text{cof } q}$, & partant la diſtance MN = 31^{IV}.

Par conſéquent le point du ciel autour duquel la terre tourne à chaque inſtant n'eſt pas celui qui répond au pole de la terre, mais il en eſt éloigné vers le pole de l'écliptique C d'un intervalle de 34^{IV}, ou de la $\frac{1}{115}$ partie d'une ſeconde.

Soit μ ce point autour duquel la terre tourne dans l'inſtant préſent, le pole étant en M, & ce mouvement de rotation ſera tant ſoit peu différent de celui dont nous concevons que la terre tourne autour de ſon axe, & qui eſt indiqué par $\frac{dr}{dt}$. Car la viteſſe de rotation autour du point μ étant Fig. 3.

$$= \frac{1}{dt} \sqrt{(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2\,dp\,dr \text{ cof } q)},$$

ſera aſſez exactement = $\frac{dr - dp \text{ cof } q}{dt}$: donc poſant la viteſſe de rotation autour du pole M = α, celle autour du point μ ſera = $\alpha(1 - \frac{dp}{dt} \text{ cof } q)$ = $1_{10487210}\,\alpha$, & partant tant ſoit peu plus grande que α. Mais ce mouvement autour du point μ ne dure qu'un inſtant: car, dès que le pole M eſt porté hors du cercle CMP, le mouvement de rotation ſe fera autour d'un autre point, qui ſera alors ſitué au deſſus du pole, vers le pole de l'écliptique C, à une diſtance = $\frac{1}{115}$ d'une ſeconde, & partant dans l'eſpace de 24 heures la terre tournera ſucceſſivement autour de tous les points de la circonférence du petit cercle, décrit du centre M, avec le rayon = $\frac{1}{115}$ ſeconde, & à chaque inſtant la rotation ſe fera autour celui de ces points qui ſe trouvera au deſſus du pole M, vers le pole de l'écliptique C.

Remarque II.

14. Puisqu'il y a toujours un rayon du corps ON, autour duquel le corps tourne à chaque inſtant, quel que ſoit le mouvement du corps, nous en tirerons d'abord deux eſpeces de mouvement; l'une, quand le corps tourne conſtamment autour du même axe, & l'autre, quand cet axe de rotation change à chaque inſtant. Le mouvement du corps ſera donc de la premiere eſpece, lorsque les expreſſions trouvées tant pour CN que pour l'angle ACN deviennent conſtantes; & comme cette eſpece eſt fort remarquable, vu qu'elle renferme ſeule tout ce qu'on a dit presque jusques ici dans la Mécanique, du mouvement des corps ſolides, il ſera à propos de découvrir les caracteres, desquels on puiſſe d'abord reconnoitre ſi un cas propoſé apartient à cette eſpece ou non? Poſons donc que le corps tourne autour d'un axe fixe ON, & voyons quel rapport doit alors ſubſiſter parmi les variables p, q, & r. Soit pour cet effet l'angle $ACN = f$, la diſtance $CN = h$, & les autres conſtantes $MN = u$, & l'angle $LMN = v$. Donc, ayant dans le triangle ſphérique MCN les trois côtés $CM = q$, $CN = h$, & $MN = u$, on trouvera le rapport ſuivant des autres variables p & r

$$\cos(r - v) = \frac{\cos h - \cos q \cos u}{\sin q \sin u}, \quad \&$$

$$\cos(f - p) = \frac{\cos u - \cos h \cos q}{\sin h \sin q},$$

& toutes les fois que p & r ſeront tellement dépendantes des conſtantes f, h, u, v, & de la variable q, le mouvement de rotation ſera de la premiere eſpece, & ſe fera autour d'un axe fixe ON, dont la poſition ſera connue par les conſtantes f & h. De plus ayant:

$$-dr \sin(r - v) = -\frac{dq \cos h \cos q + dq \cos u}{\sin u \sin q^2},$$

$$dp \sin(f - p) = -\frac{dq \cos u \cos q + dq \cos h}{\sin h \sin q^2},$$

puis-

puisque $\sin(r-v) = \frac{\sqrt{(1-\cos h^2-\cos u^2-\cos q^2+2\cos h\cos u\cos q)}}{\sin q \sin u}$,

& $\sin(f-p) = \frac{\sqrt{(1-\cos h^2-\cos u^2-\cos q^2+2\cos h\cos u\cos q)}}{\sin h \sin q}$,

nous aurons:

$$\frac{dr}{dq} = \frac{-\cos u + \cos h\cos q}{\sin q\sqrt{(1-\cos h^2-\cos u^2-\cos q^2+2\cos h\cos u\cos q)}},$$

$$\frac{dp}{dq} = \frac{\cos h - \cos u\cos q}{\sin q\sqrt{(1-\cos h^2-\cos u^2-\cos q^2+\cos h\cos u\cos q)}},$$

d'où par le §. 11. nous trouverons la viteſſe de rotation:

$$= \frac{dq\sin q}{dt\sqrt{(1-\cos h^2-\cos u^2-\cos q^2+2\cos h\cos u\cos q)}},$$

ou bien elle ſera $= \frac{dr\sin q^2}{dt(\cos h\cos q-\cos u)} = \frac{dp\sin q^2}{dt(\cos h-\cos u\cos q)}$

$$= \frac{-dr\sin q}{dt\sin h\cos(f-q)} = \frac{dp\sin q}{dt\sin u\cos(r-v)}.$$

Cette viteſſe de rotation s'exprimera encore plus promptement par l'angle CNM, & on l'aura $= \frac{d.\,\mathrm{CNM}}{dt}$; or nous avons

$$\cos \mathrm{CNM} = \frac{\cos q - \cos h\cos u}{\sin h\sin u}.$$

Donc, ſi le mouvement de rotation eſt conſtant $= \alpha$, on aura pour ce cas $\alpha = \frac{d.\,\mathrm{CNM}}{dt}$, & partant $\mathrm{CNM} = \alpha t + \zeta$, ou bien

$$\cos q = \cos h\cos u + \sin h\sin u\cos(\alpha t + \zeta).$$

Donc, ſi la variable q dépend de cette maniere du tems t, & que les deux autres p & r dépendent de q, comme nous venons de l'indiquer, alors

alors le corps ne tournera pas ſeulement autour d'un axe fixe, mais ſon mouvement de rotation ſera auſſi uniforme $= a$.

PROBLEME III.

15. *Le mouvement du corps qui tourne autour de ſon centre de gravité* O, *étant ſuppoſé quelconque, trouver les forces dont chacun de ſes élémens doit être ſollicité, pour que le corps ſoit mis en état de pourſuivre ſon mouvement.*

SOLUTION.

Fig. 2. Dès que les trois quantités ACM $= p$, CM $= q$, & CML $= r$, marquent des fonctions déterminées du tems t, le mouvement du corps ſera auſſi déterminé: car de là on pourra pour tout tems propoſé, aſſigner le lieu du pole M, & la poſition du Méridien ML, d'où l'on connoit en quels points ſe trouveront les élémens du corps: & partant on en connoitra auſſi leur mouvement. Qu'on conſidere donc un élément du corps quelconque Z, pour la ſituation duquel à l'égard de l'axe OM, & du Méridien, ſoit OZ $= s$, MN $= u$, & LMN $= v$. Enſuite, qu'on rapporte auſſi ce point Z aux trois coordonnées orthogonales OX $= x$, XY $= y$, & YZ $= z$, dont les directions ſont fixes, & indépendantes du mouvement du corps: car, pour trouver les forces requiſes, il faut toujours décompoſer le mouvement ſuivant des directions fixes. Donc, ſi nous décompoſons le mouvement de l'élément Z ſuivant ces trois directions, nous aurons:

ſa viteſſe ſelon la direction OX $= \frac{dx}{dt}$,

ſa viteſſe ſelon la direction XY $= \frac{dy}{dt}$,

ſa viteſſe ſelon la direction YZ $= \frac{dz}{dt}$,

&

& ſuivant ces mêmes directions il faut que l'élément Z ſoit ſollicité par des forces accélératrices, qui ſeront

$$\text{la force accélératrice ſelon OX} = \frac{2\,ddx}{dt^2},$$

$$\text{la force accélératrice ſelon XY} = \frac{2\,ddy}{dt^2},$$

$$\text{la force accélératrice ſelon YZ} = \frac{2\,ddz}{dt^2},$$

où, en prenant ces différentio différentiels, on ſuppoſe l'élément du tems dt conſtant. Or les quantités x, y, z, ne ſont variables, qu'entant qu'elles renferment les quantités p, q, r, qui ſont des fonctions du tems t; car s, u, & v, ſont conſtantes tant qu'on conſidere le même point Z. Pour trouver ces différentiels, il faut donc prendre les valeurs de x, y, & z, trouvées ci-deſſus (3); or, pour rendre les expreſſions plus courtes, poſons

$$\sin(r - v)\sin u = \mathrm{K}; \qquad \cos(r - v)\sin u = \mathrm{L},$$
$$\sin q\cos u - \cos(r - v)\cos q\sin u = \mathrm{M},$$
$$\cos q\cos u + \cos(r - v)\sin q\sin u = \mathrm{N},$$

& nous aurons:

$$\frac{x}{s} = \mathrm{M}\cos p - \mathrm{K}\sin p,$$

$$\frac{y}{s} = \mathrm{M}\sin p + \mathrm{K}\cos p,$$

$$\frac{z}{s} = \mathrm{N}.$$

Maintenant, pour trouver les différentiels, puiſque u & v & s ſont des quantités conſtantes, nous aurons:

$$d\mathrm{K} = \mathrm{L}\,dr; \qquad d\mathrm{L} = -\mathrm{K}\,dr,$$
$$d\mathrm{M} = \mathrm{N}\,dq + \mathrm{K}\,dr\cos q, \quad \& \quad d\mathrm{N} = -\mathrm{M}\,dq - \mathrm{K}\,dr\sin q,$$

& partant nous obtiendrons:

$$\frac{dx}{s} = -\frac{y\,dp}{s} + N\,dq\cos p + K\,dr\cos p\cos q - L\,dr\sin p,$$

$$\frac{dy}{s} = \frac{x\,dp}{s} + N\,dq\sin p + K\,dr\sin p\cos q + L\,dr\cos p,$$

$$\frac{dz}{s} = -M\,dq - K\,dr\sin q.$$

Paſſons de là aux ſeconds différentiels, & nous trouverons

$$\frac{ddx}{s} = -\frac{y\,ddp}{s} - \frac{x\,dp^2}{s} - N\,dp\,dq\sin p - K\,dp\,dr\sin p\cos q - L\,dp\,dr\cos p$$
$$+ N\,ddq\cos p - M\,dq^2\cos p - N\,dp\,dq\sin p - K\,dp\,dr\sin p\cos q - L\,dp\,dr\cos p$$
$$+ K\,ddr\cos p\cos q + L\,dr^2\cos p\cos q - K\,dq\,dr\cos p\sin q$$
$$- L\,ddr\sin p + K\,dr^2\sin p - K\,dq\,dr\cos p\sin q$$

ou bien

$$\frac{ddx}{s} = -\frac{y\,ddp}{s} + N\,ddq\cos q + ddr\,(K\cos p\cos q - L\sin p)$$
$$- \frac{x\,dp^2}{s} - M\,dq^2\cos p + dr^2\,(L\cos p\cos q + K\sin p)$$
$$- 2N\,dp\,dq\sin p - 2K\,dp\,dr\sin p\cos q - 2K\,dq\,dr\cos p\sin q$$
$$- 2L\,dp\,dr\cos p$$

$$\frac{ddy}{s} = \frac{x\,ddp}{s} + N\,ddq\sin p + ddr\,(K\sin p\cos q + L\cos p)$$
$$- \frac{y\,dp^2}{s} - M\,dq^2\sin p + dr^2\,(L\sin p\cos q - K\cos p)$$
$$+ 2N\,dp\,dq\cos p + 2K\,dp\,dr\cos p\cos q - 2K\,dq\,dr\sin p\sin q$$
$$- 2L\,dp\,dr\sin p$$

$$\frac{ddz}{s} = -M\,ddq - K\,ddr\sin q$$
$$- N\,dq^2 - L\,dr^2\sin q - 2K\,dq\,dr\cos q.$$

Donc

Donc les forces accélératrices de l'élément Z ſeront:

$$\text{I. ſelon OX} = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{l} -\frac{y\,ddp}{s} + N\,ddq\cos p + ddr\,(K\cos p\cos q - L\sin p) \\ -\frac{x\,dp^2}{s} - M\,dq^2\cos p + dr^2\,(L\cos p\cos q + K\sin q) \\ -2N\,dp\,dq\sin p - 2\,dp\,dr\,(K\sin p\cos q + L\cos p) - 2K\,dq\,dr\cos q\sin p \end{array}\right\}$$

$$\text{II. ſelon XY} = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{l} \frac{x\,ddp}{s} + N\,ddq\sin p + ddr\,(K\sin p\cos q + L\cos p) \\ -\frac{y\,dp^2}{s} - M\,dq^2\sin p + dr^2\,(L\sin p\cos q - K\cos p) \\ +2N\,dp\,dq\cos p + 2\,dp\,dr\,(K\cos p\cos q - L\sin p) - 2K\,dq\,dr\sin p\sin q \end{array}\right\}$$

$$\text{III. ſelon YZ} = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{l} -M\,ddq - K\,ddr\sin q \\ -N\,dq^2 - L\,dr^2\sin q - 2K\,dq\,dr\cos q \end{array}\right\}$$

Corollaire I.

16. Les deux premieres forces ſelon OZ & ſelon XY, dont les expreſſions ſont aſſez compliquées, deviennent plus ſimples par la combinaiſon: car nous aurons

$$\text{force OX}\cos p + \text{force XY}\sin p = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{l} -K\,ddp + N\,ddq + K\,ddr\cos q \\ -M\,dp^2 - M\,dq^2 + L\,dr^2\cos q \\ -2L\,dp\,dr - 2K\,dq\,dr\sin q \end{array}\right\}$$

$$\text{force OX}\sin p - \text{force XY}\cos p = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{l} -M\,ddp - L\,ddr \\ -K\,dp^2 - K\,dr^2 \\ -2N\,dp\,dq - 2K\,dp\,dr\cos q \end{array}\right\}$$

Corollaire II.

17. Or, ſi nous tirons la droite OP, & que nous y tirions du point Y la perpendiculaire YV, pour rapporter l'élément Z aux

trois coordonnées OV, VY, & YZ: nous pourrons réduire les deux forces trouvées ſuivant OX & XY à deux autres ſuivant OV & VY; & à cauſe de l'angle AOP $= p$, la force ſelon OV ſera $=$ force OX $\cos p +$ force XY. $\sin p$; & la force ſelon VY $=$ force XY $\cos p -$ force OX $\sin p$.

COROLLAIRE III.

18. Donc les forces accélératrices, dont l'élément Z doit être ſollicité, ſe réduiront auſſi aux trois forces ſuivantes

$$\text{I. ſelon OV} = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{l}-\mathrm{K}ddp+\mathrm{N}ddq+\mathrm{K}ddr\cos q-\mathrm{M}dp^2-\mathrm{M}dq^2\\+\mathrm{L}dr^2\cos q-2\mathrm{L}dpdr-2\mathrm{K}dqdr\sin q\end{array}\right\}$$

$$\text{II. ſelon VY} = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{l}\mathrm{M}ddp+\mathrm{L}ddr-\mathrm{K}dp^2-\mathrm{K}dr^2\\+2\mathrm{N}dpdq+2\mathrm{K}dpdr\cos q\end{array}\right\}$$

$$\text{III. ſelon YZ} = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{l}-\mathrm{M}ddq-\mathrm{K}ddr\sin q-\mathrm{N}dq^2-\mathrm{L}dr^2\sin q\\-2\mathrm{K}dqdr\cos q\end{array}\right\}$$

COROLLAIRE IV.

19. Si nous menons ſur l'horizon le rayon OR perpendiculaire au rayon OP, pour avoir trois axes OP, OR, OC perpendiculaires entr'eux, l'élément Z ſera ſollicité par trois forces dont les directions ſont paralleles à ces trois axes OP, OR, & OC, & ces trois forces ſeront les mêmes que celles qui ont été marquées dans le corollaire précédent.

PROBLEME IV.

Fig. 4. 20. *Les trois forces, dont l'élément* Z *eſt ſollicité, étant trouvées ſuivant trois directions* OP, OR, OC, *perpendiculaires entr'elles, réduire les mêmes forces à trois autres directions* OM, OS, OT, *qui ſont auſſi perpendiculaires entr'elles & qui dépendent du premier Méridien* OML *du corps.*

SOLU-

SOLUTION.

Soient F, G, H, les forces, dont l'élément Z eſt ſollicité ſuivant les directions OP, OR, & OC; & on ſait par les principes de la Statique, que les trois forces cherchées ſelon les nouvelles directions OM, OS, OT, ſeront exprimées de la maniere ſuivante, concevant que les points P, R, C, M, S, T, ſont joints enſemble par des arcs des grands cercles:

Force ſelon OM $=$ F cof PM $+$ G cof RM $+$ H cof CM,

Force ſelon OS $=$ F cof PS $+$ G cof RS $+$ H cof CS,

Force ſelon OT $=$ F cof PT $+$ G cof RT $+$ H cof CT,

Maintenant, pour trouver ces coſinus, que le premier Méridien du corps OMS, dans lequel ſe trouvent deux de ces dernieres directions OM & OS, coupe l'horizon au point L, & poſant PL $=$ f; PLM $=$ g, & LM $=$ h, on trouvera par les regles de la trigonométrie ſphérique.

$$\begin{aligned}
\text{cof CT} &= \text{cof}g\\
\text{cof PT} &= -\text{ſin}f\ \text{ſin}g\\
\text{cof RT} &= \text{cof}f\ \text{ſin}g\\
\text{cof CM} &= \text{ſin}g\ \text{ſin}h\\
\text{cof CS} &= -\text{ſin}g\ \text{cof}h\\
\text{cof PM} &= \text{cof}f\ \text{cof}h + \text{cof}g\ \text{ſin}f\ \text{ſin}h\\
\text{cof RM} &= \text{ſin}f\ \text{cof}h - \text{cof}g\ \text{cof}f\ \text{ſin}h\\
\text{cof PS} &= \text{cof}f\ \text{ſin}h - \text{cof}g\ \text{ſin}f\ \text{cof}h\\
\text{cof RS} &= \text{ſin}f\ \text{ſin}h + \text{cof}g\ \text{cof}f\ \text{cof}h.
\end{aligned}$$

Or, ayant pour notre cas CM $=$ q, & CML $=$ r, il y aura

$$\text{cof}g = \text{ſin}q\ \text{ſin}r;\ \text{tang}f = \frac{-\text{cof}q\ \text{ſin}r}{\text{cof}r},\ \&\ \text{tang}h = \frac{-\text{cof}q}{\text{ſin}q\ \text{ſin}r},$$

& ſubſtituant ces valeurs, nous obtiendrons :

$$\begin{aligned}
\text{cof CT} &= \text{ſin } q \text{ ſin } r \\
\text{cof PT} &= -\text{cof } q \text{ ſin } r \\
\text{cof RT} &= -\text{cof } r \\
\text{cof CM} &= \text{cof } f \\
\text{cof CS} &= \text{ſin } q \text{ cof } r
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
\text{cof PM} &= \text{ſin } q \\
\text{cof RM} &= 0, \\
\text{cof PS} &= -\text{cof } q \text{ cof } r \\
\text{cof RS} &= \text{ſin } r
\end{aligned}$$

& les trois forces accélératrices F, G, H, ont été trouvées

$$F = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{c} -K\,ddp + N\,ddq + K\,ddr\,\text{cof}q - M\,dp^2 - M\,dq^2 \\ + L\,dr^2\,\text{cof}q - 2L\,dp\,dr - 2K\,dq\,dr\,\text{ſin}q \end{array}\right)$$

$$G = \frac{2s}{dt^2}\left\{M\,ddp + L\,ddr - K\,dp^2 - K\,dr^2 + 2N\,dp\,dq + 2K\,dp\,dr\,\text{cof}q\right)$$

$$H = \frac{2s}{dt^2}\left\{-M\,ddq - K\,ddr\,\text{ſin}q - N\,dq^2 - L\,dr^2\,\text{ſin}q - 2K\,dq\,dr\,\text{cof}f\right)$$

Et partant, ayant ſubſtitué ces valeurs, les forces accélératrices cherchées ſuivant les trois directions OM, OS, & OT, ſeront

$$\text{I. ſelon OM} = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{c} -K\,ddp\,\text{ſin}q + L\,ddq - M\,dp^2\,\text{ſin}q - dq^2\,\text{cof}u \\ - 2L\,dp\,dr\,\text{ſin}q - 2K\,dq\,dr \end{array}\right]$$

$$\text{II. ſelon OS} = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{c} +d\,dp(K\,\text{cof}f\,\text{cſ}r + M\,\text{ſin}r) - ddq\,\text{cſ}r\,\text{cſ}u + ddr\,\text{ſin}u\,\text{ſin}v \\ + dp^2(M\,\text{cſ}q\,\text{cſ}r - K\,\text{ſin}r) - L\,dq^2\,\text{cſ}r - dr^2\,\text{ſin}u\,\text{cſ}v \\ + 2N\,dp\,dq\,\text{ſin}r + 2\,dp\,dr\,\text{ſin}u\,\text{cof}v\,\text{cof}q \end{array}\right]$$

$$\text{III. ſelon OT} = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{c} +ddp(K\,\text{cof}f\,\text{ſin}r - M\,\text{cſ}r) - ddq\,\text{ſin}r\,\text{cſ}u - ddr\,\text{ſin}u\,\text{cſ}v \\ + dp^2(M\,\text{cſ}f\,\text{ſin}r + K\,\text{cſ}r) - L\,dq^2\,\text{ſin}r - dr^2\,\text{ſin}u\,\text{ſin}v \\ - 2N\,dp\,dq\,\text{cof}r + 2\,dp\,dr\,\text{ſin}u\,\text{ſin}v\,\text{cof}q \end{array}\right]$$

COROLLAIRE I.

21. Les deux dernieres forces donnent par une double combinaiſon :

$$\text{forceOS}\cos r + \text{forceOT}\sin r = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{c}K\,ddq\cos q - ddq\cos u - dd\sin u\sin(r-v)\\ +M\,dp^2\cos q - L\,dq^2 - dr^2\sin u\cos(r-v)\\ +2\,dp\,dr\sin u\cos q\cos(r-v)\end{array}\right\}$$

$$\text{forceOS}\sin r - \text{forceOT}\cos r = \frac{2s}{dt^2}\left\{\begin{array}{c}M\,ddp + d.lr\sin u\cos(r-v) - K\,dp^2\\ -dr^2\sin u\sin(r-v) + 2N\,dp\,dq\\ +2\,dp\,dr\sin u\cos q\sin(r-v)\end{array}\right\}$$

COROLLAIRE II.

22. Mais il vaudra mieux garder dans le calcul les forces accélératrices ſelon les directions OM, OS, & OT, qui ſont fixes par rapport au corps, puiſque OM eſt ſon axe, MOS le plan de ſon Méridien, & OT eſt perpendiculaire à ce plan. Donc, ſi nous rapportons l'élément du corps Z à ces trois axes, & que nous nommions les trois coordonnées $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, nous aurons : *Fig. 5.*

$$x = s\cos u,\quad y = s\sin u\cos v,\quad \&\ z = s\sin u\sin v,$$

où il ne faut pas confondre ces coordonnées avec celles qui ont été conſidérées ci-deſſus.

COROLLAIRE III.

23. Introduiſons maintenant, au lieu des angles u & v, les coordonnées x, y, z, & ayant :

$$K = \frac{y}{s}\sin r - \frac{z}{s}\cos r;\qquad L = \frac{y}{s}\cos r + \frac{z}{s}\sin r,$$

$$M = \frac{x}{s}\sin q - \frac{y}{s}\cos q\cos r - \frac{z}{s}\cos q\sin r,$$

$$N = \frac{x}{s}\cos q + \frac{y}{s}\sin q\cos r + \frac{z}{s}\sin q\sin r,$$

nous

nous aurons la force

$$\text{I. selon OM} = \frac{2}{dt^2}\begin{cases} -ddp\sin q\,(y\sin r - z\cos r) + ddq\,(y\cos r + z\sin r) \\ -dp^2\sin q\,(x\sin q - y\cos q\cos r - z\cos q\sin r) - x\,dq^2 \\ -2\,dp\,dr\sin q\,(y\cos r + z\sin r) - 2\,dq\,dr\,(y\sin r - z\cos r) \end{cases}$$

$$\text{II. selon OS} = \frac{2}{dt^2}\begin{cases} +ddp\,(x\sin q\sin r - z\cos q) - x\,ddq\cos r + z\,ddr \\ +dp^2\,(x\sin q\cos q\cos r - y(1-\sin q^2\cos r^2) + z\sin q^2\sin r\cos r) \\ -dq^2\cos r\,(y\cos r + z\sin r) - y\,dr^2 \\ +2\,dp\,dq\sin r\,(x\cos q + y\sin q\cos r + z\sin q\sin r) + 2\,y\,dp\,dr\cos q \end{cases}$$

$$\text{III. selon OT} = \frac{2}{dt^2}\begin{cases} +ddp\,(y\cos q - x\sin q\cos r) - x\,ddq\sin r - y\,ddr \\ +dp^2\,(x\sin q\cos q\sin r + y\sin q^2\sin r\cos r - z(1-\sin q^2\sin r^2)) \\ -dq^2\sin r\,(y\cos r + z\sin r) - z\,dr^2 \\ -2\,dp\,dq\cos r\,(x\cos q + y\sin q\cos r + z\sin q\sin r) + z\,dp\,dr\cos q \end{cases}$$

PROBLEME V.

24. *Trouver les moments des forces, dont l'élément* Z *eſt ſollicité, par rapport aux trois axes* OM, OS, OT, *qui conſervent toujours la même ſituation à l'égard du corps.*

SOLUTION.

Ayant trouvé les forces accélératrices, dont l'élément Z eſt ſollicité ſuivant la direction des trois axes OM, OS, OT, ſoient P, Q, R, ces forces, & poſant la maſſe de l'élément du corps en $Z = dM$, les forces motrices ſeront $P\,dM$, $Q\,dM$, $R\,dM$. Donc, puiſque les forces motrices ſont: I. ſelon la direction $OM = P\,dM$, II. ſelon $OS = Q\,dM$, & III. ſelon $OT = R\,dM$, & qu'elles ſont appliquées au point Z, il en réſultera les moments ſuivans:

Le

Le moment autour de l'axe OT dans le ſens MS:

$$x\,Q\,dM \;-\!-\; y\,P\,dM,$$

Le moment autour de l'axe OS dans le ſens MT

$$x\,R\,dM \;-\!-\; z\,P\,dM,$$

Le moment autour de l'axe OM dans le ſens ST

$$y\,R\,dM \;-\!-\; z\,Q\,dM.$$

Subſtitions pour P, Q, & R, leurs valeurs trouvées dans §. 23. & nous trouverons pour ces momens les expreſſions ſuivantes.

I. Le moment autour de l'axe OM dans le ſens ST

$$\frac{2dM}{dt^2}\left\{\begin{array}{l}
+(yy+zz)\,ddp\cos q - xy\,ddp\sin q\cos r - xz\,ddp\sin q\sin r\\
-xy\,ddq\sin r + xz\,ddq\cos r - (yy+zz)\,ddr\\
+(yy-zz)\,dp^2\sin q^2\sin r\cos r + xy\,dp^2\sin q\cos q\sin r - xz\,dp^2\sin q\cos q\cos r\\
-yz\,dp^2\sin q^2(\cos r^2-\sin r^2) - (yy-zz)\,dq^2\sin r\cos r + yz\,dq^2(\cos r^2-\sin r^2)\\
-2yy\,dp\,dq\sin q\cos r^2 - 2zz\,dp\,dq\sin q\sin r^2 - 4yz\,dp\,dq\sin q\sin r\cos r\\
-2xy\,dp\,dq\cos q\cos r - 2xz\,dp\,dq\cos q\sin r
\end{array}\right.$$

II. Le moment autour de l'axe OS dans le ſens MT

$$\frac{2dM}{dt^2}\left\{\begin{array}{l}
-(xx+zz)\,ddp\sin q\cos r + xy\,ddp\cos q + yz\,ddp\sin q\sin r\\
-(xx+zz)\,ddq\sin r - yz\,ddq\cos r - xy\,ddr - yz\,dp^2\sin q\cos q\cos r\\
+(xx-zz)\,dp^2\sin q\cos q\sin r + xy\,dp^2\sin q^2\sin r\cos r - xz\,dp^2(\cos q^2-\sin q^2\sin r^2)\\
-xy\,dq^2\sin r\cos r + xz\,dq^2\cos r^2 - xz\,dr^2\\
-2xx\,dp\,dq\cos q\cos r - 2xy\,dp\,dq\sin q\cos r^2 - 2xz\,dp\,dq\sin q\sin r\cos r\\
+2zz\,dp\,dr\sin q\sin r + 2xz\,dp\,dr\cos q + 2yz\,dp\,dr\sin q\cos r\\
-2zz\,dq\,dr\cos r + 2yz\,dq\,dr\sin r
\end{array}\right.$$

III. Le moment autour de l'axe OT dans le ſens MS

$$\frac{2dM}{dt^2}\left\{\begin{array}{l}+(xx+yy)\,ddp\,\sin q\,\sin r - xz\,ddp\,\cos q - yz\,ddp\,\sin q\,\cos r\\ -(xx+yy)\,ddq\,\cos r - yz\,ddq\,\sin r + xz\,ddr - yz\,dp^2\,\sin q\,\cos q\,\sin r\\ +(xx-yy)\,dp^2\,\sin q\cos q\cos r - xy\,dp^2(\cos q^2-\sin q^2\cos r^2)+xz\,lp^2\sin q^2\sin r\cos r\\ +\,xy\,dq^2\,\sin r^2 - xz\,dq^2\,\sin r\cos r - xy\,dr^2\\ +2x\,dp\,dq\cos q\,\sin r + 2xy\,dp\,dq\,\sin q\,\sin r\cos r + 2xz\,dp\,dq\,\sin q\,\sin r^2\\ +\,2yy\,dp\,dr\,\sin q\cos r + 2xy\,dp\,dr\cos q + 2yz\,dp\,dr\,\sin q\,\sin r\\ +\,2yy\,dq\,dr\,\sin r - 2yz\,dq\,dr\,\cos r\end{array}\right.$$

PROBLEME VI.

25. *Pour que le corps puiſſe pourſuivre le mouvement, qui eſt indiqué par les quantités* p, q, r, *déterminer les momens des forces requiſes, dont le corps doit être ſollicité.*

SOLUTION.

Ayant trouvé les moments élémentaires, que le mouvement de l'élément du corps dM ſitué en Z exige, on n'a qu'à prendre les intégrales de ces expreſſions différentielles. Or, pendant que nous conſidérons le point Z comme variable, les autres quantités qui dépendent du tems demeureront conſtantes. Nous n'avons donc dans cette recherche d'autres variables que les coordonnées x, y, z, avec l'élément du corps dM, qui ſont tellement indépendantes du tems t, que, quel que ſoit le mouvement du corps, elles demeurent les mêmes, puisqu'elles ſe rapportent aux trois axes OM, OS, OT, fixés dans le corps. Soit donc M la maſſe du corps entier, & qu'on cherche de la nature du corps les valeurs intégrales ſuivantes:

$$\int x x\,dM = M ff, \qquad \int x y\,dM = M ll,$$
$$\int y y\,dM = M gg, \qquad \int x z\,dM = M mm,$$
$$\int z z\,dM = M hh, \qquad \int y z\,dM = M nn,$$

Cela

Cela posé, les momens des forces requises pour conserver le corps dans le mouvement, que les quantités p, q, r, renferment, seront:

I. Le moment autour de l'axe OM dans le sens ST

$$\frac{2M}{dt^2}\left\{\begin{array}{l}+(gg+hh)\,ddp\cos q-lld\,dp\sin q\cos r-mmddp\sin q\sin r\\-lld\,dq\sin r+mmddq\cos r-(gg+hh)\,ddr\\+(gg-hh)dp^2\sin q^2\sin r\cos r+lldp^2\sin q\cos q\sin r-mmdp^2\sin q\cos q\cos r\\-mmdp^2\sin q^2(\cos r^2-\sin r^2)-(gg-hh)dq^2\sin r\cos r+mmdq^2(\cos r^2-\sin r^2)\\-2ggdpdq\sin q\cos r^2-4mmdpdq\sin q\sin r\cos r-2hhdpdq\sin q\sin r^2\\-2\,lld\,pdq\cos q\cos r-2\,mmdpdq\cos q\sin r\end{array}\right.$$

II. Le moment autour de l'axe OS dans le sens MT

$$\frac{2M}{dt^2}\left\{\begin{array}{l}-(ff+hh)ddp\sin q\cos r+lld\,dp\cos q+nnddp\sin q\sin r\\-(ff+hh)ddq\sin r-mddq\cos r-lld\,dr-mdp^2\sin q\cos q\cos r\\+ff-hh)dp^2\sin q\cos q\sin r+lldp^2\sin q^2\sin r\cos r-mmdp^2(\cos q^2-\sin q^2\sin r^2)\\-lldq^2\sin r\cos r+mmdq^2\cos r^2-mmdr^2\\-2ffdpdq\cos q\cos q\cos r-2lldpdq\sin q\cos r^2-2mmdpdq\sin q\sin r\cos r\\+2hhdpdr\sin q\sin r+2mmdpdr\cos q+2mdpdr\sin q\cos r\\-2\,hhdq\,dr\cos r+2\,nndq\,dr\sin r\end{array}\right.$$

III. Le moment autour de l'axe OT dans le sens MS

$$\frac{2M}{dt^2}\left\{\begin{array}{l}+(ff+gg)\,ddp\sin q\sin r-mmddp\cos q-nnddp\sin q\cos r\\-(ff+gg)ddq\cos r-mddq\sin r+mmddr-mdp^2\sin q\cos q\sin r\\+(ff-gg\,dp^2\sin q\cos q\cos r+mmdp^2\sin q^2\sin r\cos r-lldp^2(\cos q^2-\sin q^2\cos r^2)\\+lldq^2\cos r^2-mmdq^2\sin r\cos r-lldr^2\\+2ffdpdq\cos q\sin r+2lldpdq\sin q\sin r\cos r+2mmdpdq\sin q\sin r^2\\+2\,lld\,pdr\cos q+2\,ggdpdr\sin q\cos r+2\,nndpdr\sin q\sin r\\+2ggdq\,dr\sin r-2\,nndq\,dr\cos r\end{array}\right.$$

Corollaire I.

26. Nous voyons donc, lorsque le mouvement du corps autour de ſon centre de gravité O eſt propoſé, quels momens de forces ſont requis pour entretenir le corps dans ce mouvement. Car la connoiſſance du mouvement nous donne à connoitre les quantités p, q, r, qui ſont fonctions du tems t; & de la nature du corps même nous trouvons les quantités ff, gg, hh, ll, mm, & nn, indépendemment de ſon mouvement.

Corollaire II

27. Puisque la nature du centre de gravité n'eſt pas encore introduite dans le calcul, il eſt clair que les momens de forces trouvés peuvent être appliqués au mouvement de tous les corps qui tournent autour d'un point fixe, quoique ce ne ſoit point leur centre de gravité; pourvu que ce point demeure immobile.

Corollaire III,

28. Or ſi le point O eſt le centre de gravité du corps la nature du centre de gravité nous fournit ces formules

$$\int x\,dM = 0; \qquad \int y\,dM = 0; \qquad \& \quad \int z\,dM = 0,$$

Donc, comme ces formules n'entrent point dans les expreſſions que nous venons de trouver pour les moments des forces, il eſt clair que rien n'empêche, que le point immobile O autour duquel le corps tourne, ne ſoit pris hors du centre de gravité du corps.

Corollaire IV.

29. Auſſitôt que le corps a quelque étendue, les quantités ff, gg, hh, auront des valeurs poſitives; qui ne ſauroient jamais ni évanouir, ni devenir négatives. Or, pour les valeurs ll, mm, nn, elles peuvent bien ſelon la nature du corps, ou être affirmatives, ou évanouir, ou devenir négatives.

Remar-

Remarque I.

30. Ces expreſſions étant fort compliquées, il ſera à propos d'introduire, au lieu des trois variables p, q, r, trois autres qui en ſont déterminées, & par leſquelles nos expreſſions deviennent plus ſimples. Pour cet effet je poſe:

$$\begin{aligned} dp\sin q\cos r + dq\sin r &= P\,dt \\ dp\sin q\sin r - dq\cos r &= Q\,dt \\ dp\cos q - dr &= R\,dt \end{aligned}$$

& alors nous trouverons les expreſſions ſuivantes:

I. Le moment autour de l'axe OM dans le ſens ST

$$2M\left\{\begin{aligned} &+gg\left(\frac{dR}{dt}+PQ\right)+hh\left(\frac{dR}{dt}-PQ\right) \\ &-ll\left(\frac{dP}{dt}-QR\right)-mm\left(\frac{dQ}{dt}+PR\right)-nn(PP-QQ) \end{aligned}\right.$$

II. Le moment autour de l'axe OS dans le ſens MT:

$$2M\left\{\begin{aligned} &-ff\left(\frac{dP}{dt}-QR\right)-hh\left(\frac{dP}{dt}+QR\right) \\ &-ll\left(\frac{dR}{dt}+PQ\right)+mm(QQ-RR)+nn\left(\frac{dQ}{dt}-PR\right) \end{aligned}\right.$$

III. Le moment autour de l'axe OT dans le ſens MS

$$2M\left\{\begin{aligned} &+ff\left(\frac{dQ}{dt}+PR\right)+gg\left(\frac{dQ}{dt}-PR\right) \\ &+ll(PP-RR)-mm\left(\frac{dR}{dt}-PQ\right)-nn\left(\frac{dP}{dt}+QR\right) \end{aligned}\right.$$

Et partant, par le moyen de ces ſubſtitutions, en introduiſant les lettres P, Q, R, au lieu des p, q, r, nos formules deviennent non ſeule-

ment conſidérablement plus ſimples, mais on y remarque auſſi une uniformité fort belle, par laquelle nous voyons que ces trois nouvelles quantités entrent également dans la détermination de nos trois moments. Cette régularité ſert auſſi de preuve pour juſtifier le calcul que je viens de développer.

Remarque II.

31. Je remarque de plus, que ces trois nouvelles quantités ont un fort beau rapport avec le rayon ON autour duquel le corps tourne à chaque inſtant, en ſorte que ce rayon demeure immobile pendant cet inſtant. Car, poſant pour la ſituation de ce rayon à l'égard du corps l'angle $MON = u$, & l'angle $LMN = v$, nous avons trouvé ci-deſſus dans le ſecond probleme

$$\sin(r-v) = \sin r \cos v - \cos r \sin v = \frac{dq}{\sqrt{(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}} = \frac{dq}{dt\sqrt{(PP+QQ)}},$$

$$\cos(r-v) = \cos r \cos v + \sin r \sin v = \frac{dp \sin q}{\sqrt{(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}} = \frac{dp \sin q}{dt\sqrt{(PP+QQ)}},$$

d'où nous tirons

$$\frac{P}{\sqrt{(PP+QQ)}} = \cos v, \quad \& \quad \frac{Q}{\sqrt{(PP+QQ)}} = \sin v,$$

Enſuite nous avions

$$\text{tang } u = \frac{\sqrt{(dp^2 \sin q^2 + dq^2)}}{dp \cos q - dr} = \frac{\sqrt{(PP+QQ)}}{R},$$

Donc, connoiſſant les quantités P, Q, R, nous pourrons aiſément aſſigner dans le corps le rayon ON, autour duquel le corps tourne à à chaque inſtant. Mais de plus, il ſera auſſi aiſé de déterminer le mouvement de rotation, ou la viteſſe angulaire avec laquelle le corps tourne autour de cet axe ON: car cette viteſſe ayant été trouvée $= \frac{1}{dt}\sqrt{(dp^2 + dq^2 + dr^2 - 2\,dp\,dr \cos q}$, nous aurons

la viteſſe de rotation $= \sqrt{(PP+QQ+RR)}$,

&

& c'eſt en quoi conſiſte une fort belle maniere de ſe former une idée diſtincte du mouvement du corps, après avoir trouvé les trois fonctions P, Q, R.

PROBLEME VII.

32. *Parmi tous les mouvemens dont le corps eſt ſuſceptible autour du point* O, *trouver les caracteres de ceux qui ſe font autour d'un axe immobile.*

SOLUTION.

Ayant trouvé le mouvement d'un corps propoſé autour du point O, par les fonctions du tems p, q, r, il n'eſt pas ſi aiſé de reconnoître, ſi ce mouvement ſe fait autour d'un axe fixe ou non; car on en devroit chercher pour chaque moment le rayon autour duquel ſe fait la rotation, & voir ſi ce rayon demeure pour tout tems le même. Mais, ayant introduit les quantités P, Q, R, au lieu de p, q, r, ce jugement, ſi le mouvement ſe fait autour d'un axe immobile ou non? devient fort aiſé. Car on cherchera le rayon ON, autour duquel le corps tourne à chaque inſtant; qui étant déterminé à l'égard du corps par les angles $MON = u$, & $LMN = v$, il eſt clair que cet axe ON demeure immobile, lorsque ces deux angles u & v demeureront conſtans. Or nous avons trouvé.

$$\text{ſin } v = \frac{Q}{\sqrt{(PP + QQ)}}; \quad \text{cof } v = \frac{P}{\sqrt{(PP + QQ)}},$$

$$\text{& partant tang } v = \frac{Q}{P}; \quad \text{& de plus tang } u = \frac{\sqrt{(PP + QQ)}}{R};$$

d'où l'on voit que l'axe de rotation demeurera toujours le même, lorsque les trois quantités P, Q, R, auront un rapport conſtant entr'elles: & c'eſt en quoi conſiſte le caractere du mouvement autour d'un axe immobile. Donc, pour cette eſpece de mouvement, nous aurons:

$$P = \alpha S; \qquad Q = \beta S; \qquad \& \quad R = \gamma S,$$

les

les lettres α, $\mathfrak{G}$, γ, marquant des quantités conſtantes quelconques; car alors l'axe de rotation fixe ON ſera déterminé en ſorte:

$$\text{tang } v = \text{tang LMN} = \frac{\mathfrak{G}}{\alpha};$$

$$\& \text{ tang } u = \text{tang MON} = \frac{\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}}{\gamma}.$$

De plus, la viteſſe de rotation ſera $= S\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G} + \gamma\gamma)}$: & partant, pour que le mouvement de rotation ſoit uniforme, il faut que la quantité S ſoit auſſi conſtante auquel cas les trois quantités P, Q, R, auront entr'elles non ſeulement des rapports conſtans, mais elles ſeront auſſi conſtantes elles-mêmes.

Corollaire I.

33. Donc, après avoir déterminé le mouvement d'un corps autour du point fixe O, ſi l'on trouve que les quantités P, Q, R, ont entr'elles des rapports conſtans, ce ſera une marque que le mouvement du corps ſe fait autour d'un axe fixe; & quand ces mêmes quantités ſeront outre cela conſtantes, le mouvement de rotation ſera uniforme.

Corollaire II.

34. Les momens des forces requiſes pour produire un tel mouvement de rotation, ſe tireront aiſément de nos formules générales, en poſant $P = \alpha S$, $Q = \mathfrak{G} S$, & $R = \gamma S$; car alors nous aurons:

I. Le moment autour de l'axe OM dans le ſens ST

$$\frac{2M\,dS}{dt}(\gamma gg + \gamma hh - \alpha ll - \mathfrak{G} mm)$$

$$+ 2MSS(\alpha\mathfrak{G} gg - \alpha\mathfrak{G} hh + \mathfrak{G}\gamma ll - \alpha\gamma mm - (\alpha\alpha - \mathfrak{G}\mathfrak{G})nn).$$

II. Le

II. Le moment autour de l'axe OS dans le ſens MT

$$\frac{2M\,dS}{dt}\,(-\alpha ff-\alpha hh+\gamma ll+\xi nn)$$
$$+2MSS(\xi\gamma ff-\xi\gamma hh+\alpha\xi l+(\xi\xi-\gamma\gamma)mn-\alpha\gamma nn).$$

III. Le moment autour de l'axe OT dans le ſens MS

$$\frac{2M\,dS}{dt}\,(\xi ff+\xi gg-\gamma mm-\alpha nn)$$
$$+2MSS(\alpha\gamma ff-\alpha\gamma gg+(\alpha\alpha-\gamma\gamma)ll+\alpha\xi mm-\xi\gamma nn).$$

COROLLAIRE III.

35. Or, quand nous avons $P=\alpha S$, $Q=\xi S$, $R=\gamma S$, quoique ce cas ſoit fort ſimple, il eſt pourtant difficile d'en tirer les valeurs des lettres p, q, r, qui déterminent le mouvement du point M, moyennant ces trois équations:

$$dp\,\sin q\,\cos r+dq\,\sin r=\alpha S\,dt,$$
$$dp\,\sin q\,\sin r+dq\cos r=\xi S\,dt,$$
$$dp\,\cos q\quad-dr\quad=\gamma S\,dt,$$

puiſque les trois variables p, q, r, ſont tellement mêlées entr'elles, que leur réſolution demande une très grande adreſſe.

COROLLAIRE IV.

36. Cependant, puiſque le point N eſt immobile, qu'on poſe $CN=k$, & l'angle $CNM=\Phi$; dont le différentiel étant égal au mouvement angulaire, nous aurons

$$d\Phi=S\,dt\,V(\alpha\alpha+\xi\xi+\gamma\gamma),\quad\&\quad\Phi=\int S\,dt\,V(\alpha\alpha+\xi\xi+\gamma\gamma).$$

Or, ayant trouvé cet angle Φ, nous en obtiendrons

$$\cos CM=\cos q=\cos\Phi\,\sin k\,\sin u+\cos k\,\cos u;$$

ou bien $\cos q=\dfrac{\cos\Phi\,\sin k.\,V(\alpha\alpha+\xi\xi)+\gamma\cos k}{V(\alpha\alpha+\xi\xi+\gamma\gamma)}$,

COROLLAIRE V.

37. De plus, la réſolution du même triangle CMN nous fournira

$$\text{tang CMN} = \text{tang}(r - v) = \frac{\cos k\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G})} - \gamma\cos\mathfrak{D}\sin k}{\sin\mathfrak{D}\sin k},$$

& poſant l'angle $ACN = \zeta$, qui eſt auſſi conſtant:

$$\text{tang MCN} = \text{tang}(\zeta - p) = \frac{\gamma\sin k - \cos\mathfrak{D}\cos k\sqrt{(\alpha\alpha - \mathfrak{G}\mathfrak{G})}}{\sin\mathfrak{D}\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}}.$$

Et ainſi on obtiendra les valeurs des lettres p, q, r, vu que

$$\text{tang}(r - v) = \frac{\alpha\sin r - \mathfrak{G}\cos r}{\alpha\cos r - \mathfrak{G}\sin r}.$$

PROBLEME VIII.

38. *Trouver les forces requiſes, pour faire tourner un corps donné autour de l'axe* OM, *de ſorte que cet axe demeure immobile, & que le mouvement ſoit uniforme.*

SOLUTION.

Puisque le corps eſt donné, on aura les valeurs ff, gg, hh, ll, mm, nn; & puisqu'on veut qu'il tourne autour de l'axe OM, nous n'avons qu'à mettre dans les formules du §. 34. l'angle $\omega = 0$, ou bien $\alpha = 0$, & $\mathfrak{G} = 0$; de plus, puisque le mouvement doit être uniforme, il y aura encore $dS = 0$, & S une quantité conſtante. Donc, pour que le corps puiſſe tourner d'un mouvement uniforme autour de l'axe OM, il faut qu'il ſoit ſollicité par des forces, dont les momens ſont:

I. par rapport à l'axe $OM = 0$,

II. par rapport à l'axe $OS = -2M\gamma\gamma\, mm\, SS$,

III. par rapport à l'axe $OT = -2M\gamma\gamma\, ll\, SS$,

où

où γS marque la viteſſe de rotation du corps autour de cet axe. Ou bien, ſi à la diſtance de l'axe $= a$, la viteſſe eſt due à la hauteur $= b$, la viteſſe de rotation ſera $= \frac{\sqrt{b}}{a}$, qu'il faut écrire au lieu de γS, de ſorte que ces momens par rapport aux axes OS, & OT ſeront: $-\frac{2Mbmm}{aa}$, & $-\frac{2Mbll}{aa}$, qui ſont des produits du poids du corps M par des lignes droites, tout comme la nature des momens l'exige.

Corollaire I.

39. Si la figure du corps eſt telle que $ll = 0$, & $mm = 0$, le corps pourra tourner autour de l'axe OM ſans le ſecours d'aucune force étrangere. Mais, quand ni $ll = 0$, ni $mm = 0$, il eſt impoſſible que ce mouvement ſubſiſte, ſans qu'il ſoit ſoutenu par des forces, dont les momens viennent d'être indiqués.

Corollaire II.

40. Donc, pour que le corps puiſſe tourner autour de l'axe OM ſans aucun ſecours de dehors, la figure du corps doit être telle, que rapportant ſes élémens dM à trois coordonnées $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, il ſoit

$$\int xy\,dM = 0, \quad \& \quad \int xy\,dM = 0.$$

Corollaire III.

41. De même, afin que le corps puiſſe avoir un mouvement de rotation libre autour de l'axe OS, auquel les ordonnées y ſont paralleles, il faut qu'il ſoit $\int xy\,dM = ll = 0$, & $\int yz\,dM = nn = 0$. Et pour qu'un tel mouvement autour de l'axe OT puiſſe ſubſiſter, il faut qu'il ſoit $\int xz\,dM = mm = 0$, & $\int yz\,dM = nn = 0$.

Corollaire IV.

42. Or, afin que ce même corps puiſſe tourner librement autour d'un autre axe quelconque ON, dont le rapport aux trois axes

principaux OM, OS, OT, eſt donné par les lettres α, β, γ, il faut qu'il ſoit.

$$\alpha\beta(gg - hh) + \beta\gamma\, ll - \alpha\gamma\, mm - (\alpha\alpha - \beta\beta)\, nn = 0,$$
$$\beta\gamma(ff - hh) + \alpha\beta\, ll - \alpha\gamma\, nn + (\beta\beta - \gamma\gamma)\, mm = 0,$$
$$\alpha\gamma(ff - gg) + \alpha\beta\, mm - \beta\gamma\, nn + (\alpha\alpha - \gamma\gamma)\, ll = 0.$$

SCHOLIE.

43. A moins que le corps n'ait cette propriété, ou que les valeurs ff, gg, hh, ll, mm, nn, qui dépendent de la nature du corps ne ſatisfaſſent à ces trois équations, le corps ne ſauroit tourner librement autour de l'axe ON; mais il faut que le corps ſoit ſollicité par quelques forces, qui ayent les momens marqués ci-deſſus. Ces forces ſerviront à maintenir l'axe en repos, contre les forces centrifuges des parties du corps, qui ne ſe contrebalancent pas dans ces cas. On voit donc qu'il peut y avoir une infinité d'axes dans le même corps, tous tirés par ſon centre de gravité, autour desquels le corps ne ſauroit tourner librement. Cependant il y a toujours au moins un d'entre ſes axes, autour duquel ſe peut faire librement une rotation, ce que je m'en vais prouver dans le Théoreme ſuivant.

THÉOREME.

44. De quelque figure que ſoit le corps, on y peut toujours aſſigner un tel axe, qui paſſe par ſon centre de gravité, autour duquel le corps peut tourner librement & d'un mouvement uniforme.

DÉMONSTRATION.

Puisque le corps eſt ſuppoſé quelconque, que les quantités qui en dépendent, ff, gg, hh, ll, mm, nn, ayent des valeurs quelconques; & il faut prouver, qu'il eſt toujours poſſible de déterminer en ſorte les lettres α, β, γ, que les expreſſions des trois momens marqués dans le §. 34. évanouiſſent. Car, poſant chacun de ces trois momens $= 0$, nous aurons trois équations, desquelles je remarque

que d'abord, que ſi l'on multiplie la premiere par γ, la ſeconde par $-\alpha$, & la troiſieme par ϵ, leur ſomme donnera:

$$\frac{2M dS}{dt}((\alpha\alpha+\epsilon\epsilon)ff+(\epsilon\epsilon+\gamma\gamma)gg+(\alpha\alpha+\gamma\gamma)hh-2\alpha\epsilon mn-2\epsilon\gamma nm-2\alpha\gamma ll)=0,$$

d'où l'on aura $dS = 0$, & partant le mouvement du corps ſera uniforme. Donc, pour trouver les valeurs des lettres α, ϵ, γ, il faut réſoudre les trois équations ſuivantes:

$$\alpha\epsilon(gg-hh)-\alpha\gamma mm+\epsilon\gamma ll-\alpha\alpha nn+\epsilon\epsilon nn=0,$$
$$\alpha\epsilon ll-\alpha\gamma nn+\epsilon\gamma(ff-hh)+\epsilon\epsilon mm-\gamma\gamma mm=0,$$
$$\alpha\epsilon mm+\alpha\gamma(ff-gg)-\epsilon\gamma nn+\alpha\alpha ll-\gamma\gamma ll=0.$$

Or ces trois équations ſont telles, que quand on aura ſatisfait à deux, la troiſieme ſera en même tems réſolue. Car la premiere étant multipliée par γ, la ſeconde par $-\alpha$, la troiſieme par ϵ, leur ſomme évanouït d'elle même: de ſorte que chacune de ces trois équations eſt déjà compriſe dans les deux autres. Donc, il ſuffira de réſoudre deux de ces équations: pour cet effet éliminons la valeur de γ qui ſe trouve de la premiere équation:

$$\gamma = \frac{\alpha\epsilon(gg-hh)-\alpha\alpha nn+\epsilon\epsilon nn}{\alpha mm-\epsilon ll},$$

cette valeur étant ſubſtituée dans l'une des deux autres équations, donnera:

$$+\alpha^3(llm^4-lln^4-mmnn(ff-gg))$$
$$+\alpha^2\epsilon(m^6-2l^4mm+mmn^4+llmm(ff+gg-2hh)+mm(ff-gg)(gg-hh))$$
$$+\alpha\epsilon^2(l^6-2llm^4+lln^4+mmnn(ff-2gg+hh)-ll(ff-hh)(gg-hh))$$
$$+\epsilon^3(l^4mm-mmn^4-llnn(ff-hh)=0.$$

De cette équation on trouvera le rapport entre α & ϵ ou $\frac{\epsilon}{\alpha} = \text{tang}\, v$, & puiſqu'elle eſt cubique, elle aura au moins une racine réelle, & de

là on aura auſſi le rapport de γ à α & $\mathfrak{G}$, & partant $\text{tang}\, u = \frac{\sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}}{\gamma}$.

Il eſt donc certain qu'il y a toujours en chaque corps au moins un tel axe de libre rotation, & quand les trois racines de l'équation cubique ſont réelles, on aura trois tels axes. Mais il y a auſſi des cas, où une infinité de tels axes a lieu; ce qui arrive lorsqu'une des trois lettres α, $\mathfrak{G}$, γ, demeure indéterminée, ou même toutes les trois, ſavoir ſi $ff = gg = hh$, & $ll = mm = nn = 0$.

PROBLEME IX.

45. *Déterminer tous les mouvemens autour du centre de gravité* O, *dont un corps eſt ſuſceptible, lorsqu'il n'eſt ſollicité par aucune force étrangere: ſuppoſant le corps tel qu'il y ait* $ll = 0$, $mm = 0$, & $nn = 0$.

SOLUTION.

Puisque le corps n'eſt ſollicité par aucune force, il faut que les momens requis pour maintenir ſon mouvement, deviennent $= 0$; de là nous obtiendrons trois équations

$$(gg + hh)\,dR + (gg - hh)\,PQ\,dt = 0,$$
$$(ff + hh)\,dP + (hh - ff)\,QR\,dt = 0,$$
$$(ff + gg)\,dQ + (ff - gg)\,PR\,dt = 0,$$

où les quantités ff, gg, & hh, ſont connues par la nature du corps; & c'eſt de ces trois équations qu'il faut chercher les trois quantités P, Q, R, d'où l'on connoitra le mouvement du corps. Or, poſons pour abréger:

$$\frac{gg - hh}{gg + hh} = \mu; \quad \frac{hh - ff}{hh + ff} = \nu; \quad \& \quad \frac{ff - gg}{ff + gg} = \lambda,$$

& nous aurons:

I. $dR + \mu PQ\,dt = 0$;
II. $dP + \nu QR\,dt = 0$;
III. $dQ + \lambda PR\,dt = 0$.

Mul-

Multiplions la premiere par νR, & la ſeconde par μP, enſuite la ſeconde par λP, & la troiſieme par νQ, pour obtenir ces deux équations:

$$\nu R\,dR = \mu P\,dP, \quad \& \quad \nu Q\,dQ = \lambda P\,dP,$$

d'où nous tirons:

$$RR = \frac{\mu}{\nu}(A + PP), \quad \& \quad QQ = \frac{\lambda}{\nu}(B + PP),$$

$$\text{donc } QR = \sqrt{\frac{\lambda\mu}{\nu\nu}}(A + PP)(B + PP).$$

Or la premiere équation étant $\nu R\,dR + \mu\nu PQR\,dt = 0$, à cauſe de $\nu R\,dR = \mu P\,dP$, ſe change en $dP + \nu QR\,dt = 0$, d'où nous arrivons à cette équation ſéparée:

$$dt = \frac{-dP}{\sqrt{\lambda\mu(A + PP)(B + PP)}}.$$

dont l'intégrale marquera à chaque tems écoulé t la valeur de P, & de là on aura auſſi

$$Q = \sqrt{\frac{\lambda}{\nu}}(B + PP), \quad \& \quad R = \sqrt{\frac{\mu}{\nu}}(A + PP),$$

Par là on connoitra à chaque inſtant l'axe de rotation du corps, autour duquel la viteſſe de rotation ſera

$$\sqrt{(PP + QQ + RR)} = \sqrt{\frac{\mu A + \lambda B + (\lambda + \mu + \nu)PP}{\nu}},$$

or $\lambda + \mu + \nu = -\lambda\mu\nu$, de ſorte que la viteſſe de rotation ſera $= \sqrt{\left(\frac{\mu A + \lambda B}{\nu} - \lambda\mu PP\right)}$.

Corollaire I.

46. Conſidérant les valeurs des lettres λ, μ, ν, il eſt clair qu'il ne peut pas arriver, que toutes les trois ayent des valeurs affirmatives, mais il y en aura toujours ou une ou deux négatives. Ainſi, de

de ces deux fractions $\frac{\lambda}{\nu}$, & $\frac{\mu}{\nu}$, ou l'une ou toutes les deux ſeront néceſſairement négatives. Par conſéquent, on ne ſauroit ſuppoſer à la fois & $A = o$, & $B = o$, à moins qu'il ne ſoit $P = o$, & alors le corps ſera en repos.

Corollaire II.

47. Donc, puisque la formule différentielle n'eſt pas intégrable en général, ſi nous voulons conſidérer des cas où elle admet l'intégration, il faut commencer par poſer la conſtante $B = o$, ſuppoſant que $\frac{\lambda}{\nu}$ ſoit une quantité poſitive. Soit donc $\frac{\lambda}{\nu} = \alpha\alpha$, & $\frac{\mu}{\nu} = -\zeta\zeta$; & $A = -\alpha\alpha$, pour avoir $Q = \alpha P$; $R = \zeta\sqrt{(\alpha\alpha - PP)}$, & $dt = \frac{-dP}{\nu\alpha\zeta P\sqrt{(\alpha\alpha - PP)}}$, dont l'intégrale eſt $\nu\alpha\zeta t = \frac{1}{a} l\frac{a + \sqrt{(\alpha\alpha - PP)}}{P}$. Que e marque le nombre dont le logarithme $= 1$, & ſoit $C : \nu\alpha\zeta\alpha t = T$, ou bien ſoit $\nu\alpha\zeta a = e$, & partant

$$\alpha = \frac{c}{\sqrt{-\lambda\mu}} = \frac{c\sqrt{(ff + gg)(gg + hh)}}{\sqrt{(ff - gg)(gg - hh)}}.$$

Ayant donc $PT = a + \sqrt{(\alpha\alpha - PP)}$, nous obtiendrons $P = \frac{2aT}{1 + TT}$, & $\sqrt{(\alpha\alpha - PP)} = \frac{a(TT - 1)}{1 + TT}$: & partant $Q = \frac{2\alpha aT}{1 + TT}$, & $R = \frac{\zeta a(TT - 1)}{1 + TT}$. Or la viteſſe de rotation ſera $= \frac{a}{1+TT}\sqrt{(\zeta\zeta(TT-1)^2 + 4(1+\alpha\alpha)TT)}$.

Co-

COROLLAIRE III.

48. Puisque $T = Ce^{tt}$, je remarque d'abord, qu'après quelque tems la valeur de T devient ou fort grande ou fort petite, ſelon que c a une valeur poſitive ou négative. Donc il ne durera gueres longtems depuis le commencement du mouvement, qu'il ne devienne fort à peu près $P = o$, & $Q = o$, ce qui eſt le cas où le corps tournera librement autour de l'axe OM.

Remarque.

49. Voilà une circonſtance très remarquable, que dans ce cas le corps, après avoir commencé à tourner ſur un axe mobile, change bientôt tellement ce mouvement vague, qu'il approche de plus en plus du mouvement autour d'un axe fixe. Et quoique cela ne ſe trouve que dans le cas que je viens de conſidérer, cette circonſtance eſt ſi ſinguliere, qu'il n'y a presque aucun doute qu'elle ne ſoit beaucoup plus générale: de ſorte que, quelque irrégulier puiſſe être le mouvement qu'on aura imprimé à un corps quelconque, l'irrégularité en diſparoitra fort ſouvent peu à peu, & le corps s'accommodera enfin à tourner autour d'un axe fixe, avec un mouvement uniforme. Or je viens de démontrer, que, quelque irréguliere que ſoit la figure du corps, il y a toujours au moins un axe autour duquel le corps puiſſe tourner librement. Au reſte la condition du probleme, que $ll = o$, $mm = o$, $nn = o$, renferme tous les corps dont le point O eſt en même tems le centre de gravité & le centre de figure ou de grandeur: mais comme ce cas n'a point admis l'intégration en général, je m'en vais y ajouter encore une condition, qui eſt que $gg = hh$, & qui ne laiſſe pas de comprendre une infinité de corps, comme tous les ſphéroïdes tant allongés qu'applatis, avec une infinité d'autres, qui ont en O tant leur centre de gravité que celui de figure: mais l'égalité $gg = hh$ exige, que le corps ait des parties égales & ſemblables ſelon deux dimenſions.

PROBLEME X.

50. *Déterminer tous les mouvemens dont les corps ſphéroïdiques, tant allongés qu'applatis, ſont ſuſceptibles, tandisqu'ils ne ſont aſſujettis à aucune force étrangere.*

SOLUTION.

Soit OM l'axe véritable du ſphéroïde, & les deux autres OS, & OT, ſoient égaux entr'eux, ou qu'ils fourniſſent au moins deux valeurs égales pour les quantités gg & hh. Et puisque de tous ces corps le point O eſt le centre de gravité & celui de grandeur, les quantités ll, mm, nn, évanouiront. Cela remarqué, poſant $hh = gg$, nous aurons, pour tous les mouvemens dont ces corps ſont ſuſceptibles, les trois équations ſuivantes:

I. $\quad dR = 0,$

II. $\quad (ff + gg)\,dP - (ff - gg)\,QR\,dt = 0,$

III. $\quad (ff + gg)\,dQ + (ff - gg)\,PR\,dt = 0.$

Nous en tirons donc d'abord $R = A$, marquant par A une quantité conſtante quelconque. Depuis poſant pour abréger $\frac{ff-gg}{ff+gg} = \lambda$, où λ ſera une quantité ou poſitive ou négative ſelon que $ff > gg$, ou $ff < gg$, les deux autres équations à réſoudre ſeront:

$$dP - \lambda AQ\,dt = 0, \quad \& \quad dQ + \lambda AP\,dt = 0,$$

qui donnent $P\,dP + Q\,dQ = 0$, & partant:

$$PP + QQ = aa.$$

Donc, puisque $Q = \sqrt{(aa - PP)}$, nous aurons

$$\frac{dP}{\sqrt{(aa - PP)}} = \lambda A\,dt,$$

& partant $A \text{ ſin } \frac{P}{a} = \lambda At + \alpha$, ou $P = a \text{ ſin } (\lambda At + \alpha)$,

&

& $Q = a \operatorname{cof}(\lambda A t + \alpha)$. Donc, après le tems t, le corps tournera autour de l'axe ON, de ſorte que

$$\text{tang LMN} = \text{tang } v = \cot(\lambda A t + \alpha), \quad \&$$

$$\text{tang MON} = \text{tang } u = \frac{a}{A}:$$

Par conſéquent l'axe de rotation ON quoique variable ſera toujours avec l'axe du corps OM un angle conſtant MON; qui étant poſé $= \zeta$, nous aurons $A = \frac{a}{\text{tang}\,\zeta}$, & enſuite l'angle LMN ſera $= C - \frac{\lambda a t}{\text{tang}\,\zeta}$, de ſorte que les changemens de cet angle ſeront proportionels au tems. Enſuite nous aurons:

$$P = a \operatorname{cof}\left(C - \frac{\lambda a t}{\text{tang}\,\zeta}\right), \quad Q = \operatorname{ſin}\left(C - \frac{\lambda a t}{\text{tang}\,\zeta}\right),$$

$$\& \quad R = \frac{a}{\text{tang}\,\zeta},$$

& la viteſſe de rotation autour de cet axe mobile ON ſera $= \sqrt{(PP + QQ + RR)} = \frac{a}{\operatorname{ſin}\zeta}$, & partant conſtante. Soit ε cette viteſſe de rotation, ou $a = \varepsilon \operatorname{ſin}\zeta$, & nous aurons

$$P = \varepsilon \operatorname{ſin}\zeta \operatorname{cof}(C - \lambda \varepsilon t \operatorname{cof}\zeta),$$

$$Q = \varepsilon \operatorname{ſin}\zeta \operatorname{ſin}(C - \lambda \varepsilon t \operatorname{cof}\zeta), \quad \&$$

$$R = \varepsilon \operatorname{cof}\zeta.$$

Ayant trouvé les valeurs des lettres P, Q, R, le mouvement du point M, avec celui du premier méridien du corps LM, ſera déterminé par les équations ſuivantes:

$$dp \operatorname{ſin} q \operatorname{cof} r + dq \operatorname{ſin} r = \varepsilon dt \operatorname{ſin}\zeta \operatorname{cof}(C - \lambda \varepsilon t \operatorname{cof}\zeta)$$

$$dp \operatorname{ſin} q \operatorname{ſin} r - dq \operatorname{cof} r = \varepsilon dt \operatorname{ſin}\zeta \operatorname{cof}(C - \lambda \varepsilon t \operatorname{cof}\zeta)$$

$$dp \operatorname{cof} q - dr = \varepsilon dt \operatorname{cof}\zeta.$$

Or la réſolution de ces équations eſt extrêmement difficile, & je ne vois pas encore, comment on y pourroit parvenir. Cependant on voit que ce mouvement n'eſt pas irrégulier en lui-même, vu que l'axe de rotation ON ſe meut d'un mouvement uniforme autour de l'axe principal OM, & que le mouvement de rotation du corps autour de cet axe ON eſt uniforme.

Corollaire I.

51. Donc, lorsqu'on aura imprimé à un tel corps un mouvement de rotation dont la viteſſe ſoit $= \varepsilon$, autour d'un axe oblique ON, qui faſſe avec l'axe principal un angle $MON = \zeta$, le corps ne pourra pas continuer ce mouvement, mais ſon axe de rotation changera continuellement, de ſorte pourtant que l'angle demeure toujours le même.

Corollaire II.

52. Puisque l'angle LMN qui marque à chaque tems l'axe de rotation eſt $= v = C - \lambda \varepsilon t \cos\zeta$, la viteſſe de ce changement ſera $= -\lambda\varepsilon\cos\zeta$. Donc ce changement d'axe de rotation évanouira lorsque $\lambda = 0$, c. à d. lorsque $ff = gg = hh$. Donc, dans ce cas, le corps peut tourner librement autour de tout axe ON, autour duquel il aura été mis une fois en mouvement.

Corollaire III.

53. Or, puisque $\lambda\varepsilon\cos\zeta$ marque la viteſſe du changement de l'angle LMN, la viteſſe du changement du point N ou de l'axe ON même, ſera d'autant plus grande que le point N ſera plus éloigné de l'axe OM. Donc la vraye viteſſe du changement de l'axe de rotation ſera $= -\lambda\varepsilon\cos\zeta\sin\zeta$, d'où l'on voit, que l'axe de rotation demeurera immobile, tant dans le cas où l'angle MON évanouit, que dans le cas ou cet angle eſt droit.

Remarque.

54. Or, ſi nous conſidérons, que la diſtance $MN = \zeta$, demeure toujours la même, & que tant le mouvement du point M

autour

autour de N, que celui du point N, eſt uniforme, nous en conclurons aiſément que le point M ſe meut autour d'un axe fixe dans le Ciel. Donc, ſi nous prenons OC pour cet axe fixe, l'arc $CM = q$ ſera conſtant, & partant $dq = 0$, d'où la réſolution de nos équations, en diviſant l'une par l'autre,

$$\frac{\text{cof}\, r}{\text{ſin}\, r} = \frac{\text{cof}\,(C - \lambda\, et\, \text{cof}\,\zeta)}{\text{ſin}\,(C - \lambda\, et\, \text{cof}\,\zeta)},$$

& partant $r = CML = C - \lambda\, et\, \text{cof}\,\zeta$. De plus, nous aurons $dp = \frac{e\, dt\, \text{ſin}\,\zeta}{\text{ſin}\, q}$, & ces valeurs étant ſubſtituées dans la troiſieme équation donnent

$$\frac{e\, dt\, \text{ſin}\,\zeta\, \text{cof}\, q}{\text{ſin}\, q} + \lambda\, e\, dt\, \text{cof}\,\zeta = e\, dt\, \text{cof}\,\zeta,$$

& partant

$$\text{tang}\, q = \frac{\text{ſin}\,\zeta}{(1 - \lambda)\, \text{cof}\,\zeta} = \frac{\text{tang}\,\zeta}{1 - \lambda} = \frac{ff + gg}{2gg}\, \text{tang}\,\zeta.$$

Donc le mouvement du ſphéroïde propoſé ſera tel, que ſon axe OM, ou bien ſon pole M, ſe meut uniformement autour du point fixe dans le Ciel C, qui en eſt éloigné à une diſtance $CM = q$, de ſorte que $\text{tang}\, q = \frac{ff + gg}{2gg}\, \text{tang}\,\zeta$; & la viteſſe de cette rotation ſera $= \frac{dp}{dt} = \frac{e\, \text{ſin}\,\zeta}{\text{ſin}\, q}$ dans le ſens AP: cette viteſſe ſera donc $= \frac{e\sqrt{(4g^4\, \text{cof}\,\zeta^2 + (ff + gg)^2\, \text{ſin}\,\zeta^2)}}{ff + gg}$. Ou, bien ſi nous voulons regarder l'arc $CM = q$ comme connu, nous aurons $\text{tang}\,\zeta = \frac{2gg}{ff + gg}\, \text{tang}\, q$, & $\text{ſin}\,\zeta = \frac{2gg\, \text{ſin}\, q}{\sqrt{(4g^4\, \text{ſin}\, q^2 + (ff + gg)^2\, \text{cof}\, q^2)}}$, & $\text{cof}\,\zeta = \frac{(ff + gg)\, \text{cof}\, q}{\sqrt{(4g^4 \text{ſin}\, q^2 + (ff + gg)^2 \text{cof}\, q^2)}}$, & la viteſſe de rotation

du pole M autour du point C ſera $= \frac{2\epsilon gg}{\sqrt{(4g^4 \sin q^2 + (ff+gg)^2 \cos q^2)}}$.

Enſuite, puiſque $dr = -\lambda\epsilon dt \cos\zeta$, le premier méridien du corps M S tournera cependant autour de l'axe O M dans le ſens S T avec une viteſſe de rotation $= \frac{dr}{dt} = \lambda\epsilon\cos\zeta = \frac{\epsilon(ff-gg)\cos q}{\sqrt{(4g^4 \sin q^2 + (ff+gg)^2 \cos q^2)}}$. Le mouvement de ce corps ſera donc ſemblable à celui de la terre, ſi nous faiſons abſtraction de la nutation de la terre: car, regardant le point C comme le pole de l'écliptique, le mouvement de notre corps ſera tel, que premierement ſon axe O M tourne d'un mouvement uniforme autour du pole de l'écliptique C, la diſtance C M étant conſtante $= q$, & la viteſſe de rotation dans le ſens A P $= \frac{2\epsilon gg}{\sqrt{(4g^4 \sin q^2 + (ff+gg)^2 \cos q^2)}}$.

Enſuite, le corps lui-même tournera autour de ſon axe O M dans le ſens S T avec une viteſſe de rotation $= \frac{\epsilon(ff-gg)\cos q}{\sqrt{(4g^4 \sin q^2 + (ff+gg)^2 \cos q^2)}}$,

& les deux mouvemens ſe feront en même ſens, lorsque $ff > gg$, c'eſt à dire lorsque le ſphéroïde ſera allongé, & le contraire arrivera, lorsqu'il ſera applati. Cependant on ne ſauroit ſoutenir que le mouvement de la terre ſoit conforme avec ces formules; car, ſi le corps eſt ſuppoſé à peu près ſphérique, ou ff presque égal à gg, le mouvement du corps autour de ſon axe O M, qui devroit répondre au mouvement diurne de la terre, devient extrêmement lent, & l'autre, qui repréſente la préceſſion des équinoxes, demeure très rapide. Donc, puiſque ce mouvement eſt ſi différent de celui de la terre, il eſt évident que la préceſſion des équinoxes eſt cauſée par quelque force étrangere, laquelle eſt ſans contredit la force attractive de la lune.

PRO-

PROBLEME GÉNÉRAL.

55. *Un corps ſolide étant à chaque inſtant ſollicité par des forces quelconques, déterminer le mouvement qu'il pourſuivra, après qu'on lui aura imprimé un mouvement quelconque.*

SOLUTION.

Qu'on conſidere d'abord le mouvement du centre de gravité du corps, & concevant que toute ſa maſſe y ſoit réunie, qu'on y applique à chaque inſtant les forces qui agiſſent ſur le corps; & en ſuivant les regles de la Mécanique, on déterminera le mouvement progreſſif, ou celui du centre de gravité du corps. Or, pour trouver le mouvement de rotation du corps, on concevra ſon centre de gravité comme demeurant en repos, & on cherchera le mouvement, qu'il auroit alors; & en combinant ces deux mouvemens, le progreſſif & celui de rotation enſemble, on aura le mouvement entier du corps. Mais, pour trouver le mouvement de rotation, on procédera de la maniere ſuivante.

I. On choiſira à volonté dans le corps trois axes OM, OS, & OT, qui ſe croiſent enſemble dans ſon centre de gravité O à angles droits: enſuite on rapportera chaque élément du corps Z à ces trois axes par les trois coordonnées OX, XY, & YZ, paralleles aux axes. Depuis, poſant l'élément du corps ſitué en Z $= dM$, & les trois coordonnées Fig. 5.

$$OX = x, \quad XY = y, \quad \& \quad YZ = z,$$

qu'on cherche pour le corps entier les intégrales ſuivantes

$$\int x x dM, \quad \int y y dM, \quad \int z z dM,$$
$$\int x y dM, \quad \int x z dM, \quad \int y z dM,$$

& nommant la maſſe du corps entier $= M$, ſoient les valeurs de ces intégrales:

$$\int x x dM = Mff, \qquad \int x y dM = Mll,$$
$$\int y y dM = Mgg, \qquad \int x z dM = Mmm,$$
$$\int z z dM = Mhh, \qquad \int y z dM = Mnn,$$

II.

II. Pour les forces dont le corps eſt ſollicité à chaque inſtant, puiſqu'elles ſont connues, qu'on cherche leurs momens par rapport à chacun des trois axes, & ſoit, après le tems écoulé $= t$,

Le moment des forces autour
de l'axe OM dans le ſens ST $=$ X.

Le moment de forces autour
de l'axe OS dans le ſens TM $=$ Y.

Le moment des forces autour
de l'axe OT dans le ſens MS $=$ Z.

Depuis il faut chercher les trois quantités P, Q, & R, par les trois équations ſuivantes:

$$\frac{X\,dt}{2M} = \begin{cases} (gg+hh)\,d\mathrm{R} + (gg-hh)\mathrm{PQ}\,dt \\ -ll\,d\mathrm{P} - mm\,d\mathrm{Q} + l\,l\mathrm{QR}\,dt - mm\mathrm{PR}\,dt - nn\mathrm{PP}\,dt + nn\mathrm{Q}\,dt, \end{cases}$$

$$\frac{Y\,dt}{2M} = \begin{cases} (hh+ff)\,d\mathrm{P} + (hh-ff)\,\mathrm{QR}\,dt \\ -nn\,d\mathrm{Q} - ll\,d\mathrm{R} + nn\mathrm{PR}\,dt - l\,l\mathrm{PQ}\,dt - mm\mathrm{QQ}\,dt + mm\mathrm{RR}\,dt, \end{cases}$$

$$\frac{Z\,dt}{2M} = \begin{cases} (ff+gg)\,d\mathrm{Q} + (ff-gg)\mathrm{PR}\,dt \\ -mm\,d\mathrm{R} - nn\,d\mathrm{P} + mm\mathrm{PQ}\,dt - nn\mathrm{QR}\,dt - l\,l\mathrm{RR}\,dt + l\,l\mathrm{PP}\,dt, \end{cases}$$

Fig. 4. III. Enſuite on rapportera le corps à l'eſpace abſolu, à la ſphere celeſte ACB, dont le centre O ſoit occupé par le centre de gravité du corps, & que les trois axes du corps OM, OS, OT, tiennent dans l'inſtant préſent la ſituation marquée dans la figure: & je dis que dans cet inſtant le corps tournera autour de l'axe ON, dont la poſition à l'égard des trois axes du corps ſera déterminée en ſorte

$$\text{tang SMN} = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}, \quad \& \text{ tang MON} = \frac{\sqrt{(\mathrm{PP}+\mathrm{QQ})}}{\mathrm{R}},$$

ou bien la ligne ON ſera tellement inclinée aux trois axes que

tang

$$\text{tang MON} = \frac{\sqrt{(PP+QQ)}}{R}, \quad \text{tang SON} = \frac{\sqrt{(QQ+RR)}}{P};$$

$$\text{tang TON} = \frac{\sqrt{(RR+PP)}}{Q},$$

& la viteſſe de rotation autour de cet axe ON ſera $=$
$\sqrt{(PP + QQ + RR)}$.

IV. Or cela ne ſuffit pas encore pour connoitre le vrai mouvement du corps, il faut ſavoir à quels points répondent les trois axes du corps dans le Ciel. Soit donc l'angle $ACM = p$, l'arc $CM = q$, & l'angle $CMS = r$; & il eſt clair que, connoiſſant ces trois quantités p, q, & r, on ſera en état de déterminer la vraye ſituation du corps à l'égard de l'eſpace abſolu. Or il faut tirer les valeurs de ces quantités des trois formules ſuivantes:

$$dp \sin q \cos r + dq \sin r = P\,dt$$
$$dp \sin q \sin r - dq \cos r = Q\,dt$$
$$dp \cos q - dr = R\,dt.$$

Voilà donc toute la ſolution du probleme réduite à des équations purement analytiques, auxquelles on doit borner la recherche, puiſque leur réſolution ſemble ſurpaſſer les bornes de nos lumieres dans l'Analyſe.

Corollaire I.

56. Quelque difficile que ſoit la réſolution des formules dans N°. II. & N°. IV. il eſt remarquable que celles de N°. II. en multipliant la premiere par R, la ſeconde par P, & la troiſieme par Q, produiſent une ſomme intégrable qui eſt:

$$\frac{1}{M}(\int RX\,dt + \int PY\,dt + \int QZ\,dt) =$$
$$(gg + hh)RR + (hh + ff)PP + (ff + gg)QQ$$
$$- 2ll\,PR - 2mm\,QR - 2nn\,PQ,$$

qui renferme la conſervation des forces vives.

Corollaire II.

57. On peut encore trouver une autre équation intégrale des formules N°. II. Car multipliant

la premiere par $ffR + liP + mmQ$,

la ſeconde par $ggP + nnQ + llR$,

la troiſieme par $hhQ + mmR + nnP$,

l'intégrale de la ſomme ſera:

$$\frac{1}{M}(ff\int RX\,dt + gg\int PY\,dt + hh\int QZ\,dt +$$

$$\frac{1}{M}(ll\int(PX+RY)dt - mm\int(QX+RZ)dt + nn\int(QY+PZ)dt) =$$

$$ff(gg+hh)RR + gg(hh+ff)PP + hh(ff+gg)QQ$$
$$+ 2hh\,ll\,PR + 2ff\,nn\,PQ + 2gg\,mm\,QR.$$

Corollaire III.

58. Donc, ſi le corps n'eſt ſollicité par aucune force, on a d'abord pour N°. II. deux équations intégrales: ſavoir

$$\left.\begin{array}{l}(gg+hh)RR + (hh+ff)PP + (ff+gg)QQ\\ \quad - 2ll\,PR - 2nn\,PQ - 2mm\,QR\end{array}\right\} = C,$$

$$\left.\begin{array}{l}ff(gg+hh)RR + gg(hh+ff)PP + hh(ff+gg)QQ\\ + 2hh\,ll\,PR + 2ff\,nn\,PQ + 2gg\,mm\,QR\end{array}\right\} = D.$$

Remarque.

59. Cette réſolution du probleme, que je viens de développer, eſt ſans contredit plus ſimple que celle que j'en ai donnée autrefois, vu que les formules qui contiennent la ſolution, ſont moins embarraſſées. Mais le plus grand avantage conſiſte en ce que cette ſolution eſt beaucoup plus propre à être appliquée à tous les cas qu'on puiſſe propoſer. La raiſon en eſt évidente, parce que j'ai réduit ici le

le calcul des élémens qui dépendent de la figure du corps, à des axes qui ſont fixes dans le corps, de ſorte que ces élémens demeurent toujours les mêmes; au lieu que la premiere ſolution exige pour chaque ſituation différente une nouvelle recherche de ces élémens, puisqu'ils étoient rapportés à des axes fixes dans l'eſpace abſolu, à l'égard desquels la poſition du corps peut changer à tous momens. Cependant, quoique cette ſolution ſoit complette, il s'en faut encore beaucoup qu'elle ſoit déjà aſſez développée: le plus ſeur moyen de porter cette matiere à un plus haut degré d'évidence ſera ſans doute d'en faire l'application à des cas déterminés, & auſſi ſimples qu'il ſera poſſible; car alors on ne manquera pas de découvrir des artifices pour la réſolution de ces formules, leſquels, quoiqu'ils paroiſſent particuliers aux cas qu'on traite, conduiront néanmoins à une plus grande généralité. Puiſque donc le mouvement de cette eſpece étoit encore la ſeule choſe qui manquoit dans la Théorie des corps ſolides, je me flatte de l'avoir portée à un tel degré de connoiſſance, qu'on ſera en état d'aſſujettir au calcul tous ces mouvemens compliqués, avec la même addreſſe dont on a uſé juſqu'ici à l'égard des mouvemens ſimples.

PROBLEME.

UN CORPS ÉTANT ATTIRÉ EN RAISON RÉCIPROQUE QUARRÉE DES DISTANCES VERS DEUX POINTS FIXES DONNÉS, TROUVER LES CAS OU LA COURBE DÉCRITE PAR CE CORPS SERA ALGÉBRIQUE,

RÉSOLU PAR M. EULER.

Voilà un probleme qui paroit auſſi important que difficile. On convient aujourd'hui, que l'Aſtronomie ſeroit portée au plus haut degré de perfection, ſi l'on trouvoit moyen de déterminer le mouvement de trois corps, qui s'attirent mutuellement en raiſon réciproque quarrée des diſtances. Mais tous les ſoins que les Géometres ont apportés juſqu'ici pour cet effet ont été inutiles; ils y ont rencontré du côté de l'Analyſe des obſtacles invincibles, malgré les grands progrès qu'on a déjà faits dans cette étude. Donc tous les pas qu'on puiſſe faire pour approcher de ce grand but, ſeront très importans. C'eſt dans cette vue, que je me ſuis appliqué à la queſtion, où deux corps étant ſuppoſés fixes, on demande le mouvement d'un troiſieme, qui y ſeroit attiré ſuivant la loi mentionnée. Je crois que tous ceux, qui voudront entreprendre la ſolution de ce probleme, y trouveront des difficultés, qui leur paroitront presque auſſi inſurmontables, que dans le grand probleme fondamental de l'Aſtronomie. Du moins, tant qu'on ne ſauroit ſurmonter ces moindres difficultés, on eſpéreroit en vain de ſurmonter les plus grandes. Or c'eſt après bien des eſſais inutiles, que je ſuis enfin parvenu à la ſolution de ce dernier probleme par un hazard occaſionné par une erreur ſinguliere qui m'y a conduit. Ayant trouvé cette ſolution j'ai remarqué, que parmi

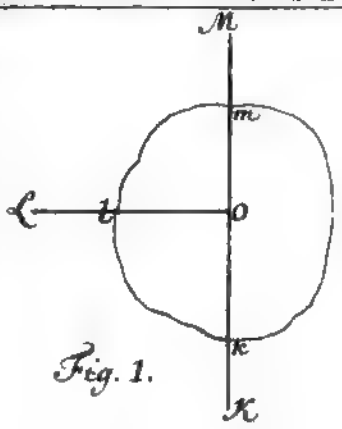


Fig. 1.

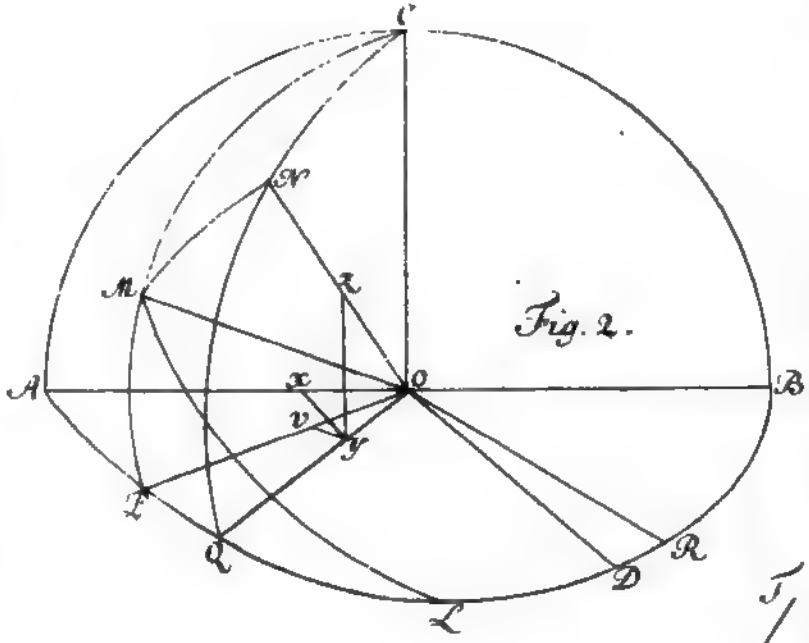


Fig. 2.

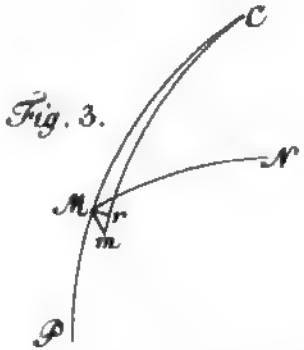


Fig. 3.

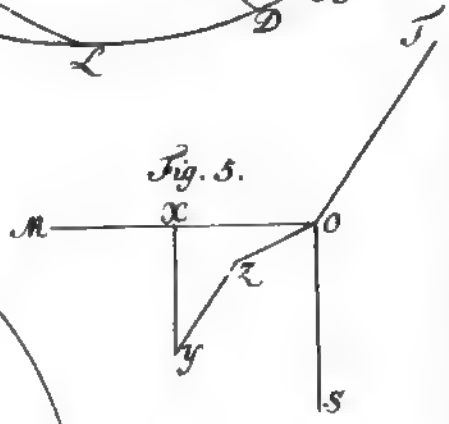


Fig. 5.

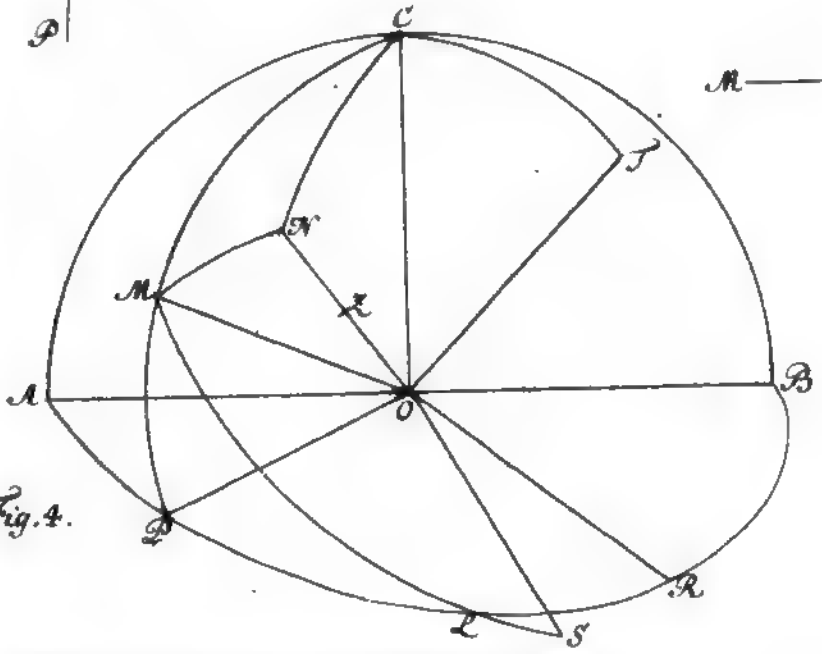


Fig. 4.

Mem. de l'Acad. 1760. Pl. 5. pag. 227.

parmi l'infinie variété des courbes, que le corps attiré vers deux centres fixes peut décrire, ſelon la viteſſe & direction qui lui aura été imprimée au commencement; il y a des courbes algébriques, dont la recherche demandant une addreſſe tout nouvelle de l'Analyſe, me paroit à tous égards digne de l'attention des Géometres, & c'eſt le ſujet du probleme que je me propoſe de traiter.

Pour y réuſſir il faut expédier les articles ſuivans:

Premierement, il faut chercher les formules différentio-différentielles, qui renferment en général la détermination du mouvement du corps.

En ſecond lieu, il faut intégrer ces formules pour avoir des équations différentielles du premier degré, qui contiennent les loix du mouvement.

En troiſieme lieu, il faut ramener ces équations à la ſéparation des variables, pour conſtruire le probleme par des quadratures.

En quatrieme lieu enfin, il s'agit de déterminer les cas, où la courbe décrite devient algébrique.

Ces quatre articles, dont je développerai chacun ſéparément, meneront à la ſolution du probleme propoſé.

PREMIER ARTICLE.

1. Soient A & B les deux centres de force, & qu'un corps à la diſtance $= z$ ſoit attiré vers A par la force $= \frac{A}{zz}$, & vers B par la force $= \frac{B}{zz}$, de ſorte que A & B marquent la vertu attractive abſolue de ces deux centres. Soit outre cela leur diſtance $AB = a$, & que le corps attiré par ces deux centres, du mouvement duquel il eſt queſtion, ſe trouve à préſent en M. Nommons Planche VI Fig. 1.

ſes diſtances aux centres de forces AM $= v$, & BM $= u$, les angles BAM $= \zeta$, & ABM $= \eta$, de ſorte que

$$v = \frac{a \sin \eta}{\sin (\zeta + \eta)}, \qquad \& \quad u = \frac{a \sin \zeta}{\sin (\zeta + \eta)}.$$

Ayant tiré de M à AB la perpendiculaire MP, poſons outre cela AP $= x$, & PM $= y$, & nous aurons:

$$x = v \cos \zeta; \quad y = v \sin \zeta = u \sin \eta, \quad \& \quad BP = a - x = u \cos \eta.$$

2. Cela poſé, le corps M étant attiré vers A par la force $= \frac{A}{vv}$, la décompoſition de cette force donne pour la direction AP la force $= -\frac{Ax}{v^3} = -\frac{A \cos \zeta}{vv}$, & pour la direction PM la force $= -\frac{Ay}{v^3} = -\frac{A \sin \zeta}{vv}$. Enſuite l'attraction du centre B dont la force eſt $= \frac{B}{uu}$ donne par une ſemblable décompoſition pour la direction AP la force $= +\frac{B(a - x)}{u^3} = +\frac{B \cos \eta}{uu}$, & pour la direction PM la force $= -\frac{By}{u^3} = -\frac{B \sin \eta}{uu}$, de ſorte que le corps M eſt ſollicité ſelon les directions fixes de nos coordonnées AP & PN en tout:

ſelon AP par la force $= -\frac{Ax}{v^3} + \frac{B(a + x)}{v^3}$,

ſelon PM par la force $= -\frac{Ay}{v^3} - \frac{By}{u^3}$.

Il eſt évident que je parle ici des forces accélératrices, & que je ſuppoſe le mouvement du corps M ſe faire dans le même plan avec les centres de forces A & B.

3. Soit

3. Soit maintenant l'élément du tems $= dt$, qui étant pris pour conſtant, les principes de Mécanique nous fourniſſent ces deux équations différentio-différentielles:

$$ddx = 2g\,dt^2\left(-\frac{Ax}{v^3}+\frac{B(a-x)}{u^3}\right)$$

$$ddy = 2g\,dt^2\left(-\frac{Ay}{v^3}-\frac{By}{u^3}\right),$$

où g marque une certaine conſtante introduite pour ramener les concluſions à des meſures abſolues. Mais, comme ici il ne s'en agit point, il n'eſt pas néceſſaire d'expliquer ce qui regarde la valeur de cette lettre g, il ſuffit de la regarder en général comme une conſtante.

SECOND ARTICLE.

4. Pour trouver les intégrales de ces deux équations différentielles du ſecond degré, je remarque d'abord que, puisque

$$vv = xx + yy, \qquad \& \; uu = (a-x)^2 + yy,$$

il y a, en différentiant:

$$v\,dv = x\,dx + y\,dy; \quad \& \; u\,du = -(a-x)\,dx + y\,dy.$$

Donc, multipliant la premiere équation par $2\,dx$ & l'autre par $2\,dy$, leur ſomme donnera:

$$2dxddx+2dyddy=4gdt^2\left(-\frac{A(xdx+ydy)}{v^3}-\frac{B(-(a-x)dx+ydy)}{u^3}\right),$$

qui ſe réduit à cette équation intégrable:

$$2\,dxddx + 2\,dyddy = 4g\,dt^2\left(-\frac{A\,dv}{vv}-\frac{B\,du}{uu}\right),$$

dont l'intégrale eſt évidemment:

$$dx^2 + dy^2 = 4g\,dt^2\left(\frac{A}{v}+\frac{B}{u}+\frac{C}{a}\right),$$

où C eſt une conſtante introduite pour rendre l'intégrale complette.

5. Si

5. Si l'on veut, outre les diſtances v & u, introduire les angles ζ & η, à cauſe de

$$dx = dv\cos\zeta - vd\zeta\sin\zeta, \quad \& \quad dy = dv\sin\zeta + vd\zeta\cos\zeta,$$

on aura

$$dx^2 + dy^2 = dv^2 + vvd\zeta^2,$$

& encore par une ſemblable maniere:

$$dx^2 + dy^2 = du^2 + uud\eta^2,$$

où il faut remarquer que $\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$ marque l'élément de la courbe, décrit pendant le tems dt; & partant le quarré de la viteſſe, que le corps aura en M, ſera proportionnel à cette formule $\frac{A}{v}+\frac{B}{u}+\frac{C}{a}$. Au reſte l'équation trouvée dans le §. précédent ſera

$$dv^2 + vvd\zeta^2 = 4gdt^2\left(\frac{A}{v} + \frac{B}{u} + \frac{C}{a}\right).$$

6. Mais, ayant deux équations différentio-différentielles, il en faut chercher encore une intégrale, ce qui ne paroit pas ſi aiſé. Pour cet effet je change les équations principales dans les formes ſuivantes:

$$xddy - yddx = 2gdt^2\left(-\frac{Bay}{u^3}\right) = -2gBadt^2.\frac{\sin\eta}{uu},$$

$$(a-x)ddy + yddx = 2gdt^2\left(-\frac{Aay}{v^3}\right) = -2gAdt^2.\frac{\sin\zeta}{vv},$$

où je remarque que $xddy - yddx$ eſt le différentiel de $xdy - ydx$, & $(a-x)ddy + yddx$ le différentiel de $(a-x)dy + ydx$. Or, puisque $x = v\cos\zeta$, & $y = v\sin\zeta$, nous avons $xdy - ydx = vvd\zeta$, & puisque $a - x = u\cos\eta$, & $y = u\sin\eta$, nous avons $(a - x)dy + ydx = uud\eta$, d'où nous tirons ces deux équations:

$$d(vvd\zeta) = -2gBadt^2.\frac{\sin\eta}{uu}, \quad \& \quad d(uud\eta) = -2gAadt^2.\frac{\sin\zeta}{vv}.$$

7. Mul-

7. Multiplions-en la premiere par $uu\,dy$, & l'autre par $vv\,d\zeta$, pour avoir leur ſomme

$$uu.d\eta.d(vvd\zeta)+vvd\zeta.d(uud\eta)=+2gadt^2(-Ad\zeta\sin\zeta-Bd\eta\sin\eta),$$

dont l'intégration fournit:

$$vvuud\zeta d\eta = 2gadt^2(A\cos\zeta+B\cos\eta+D),$$

qui étant jointe à celle que nous venons de trouver

$$dv^2+vvd\zeta^2=4gdt^2\left(\frac{A}{v}+\frac{B}{u}+\frac{C}{a}\right),$$

renferme la détermination du mouvement. Or maintenant il eſt aiſé d'en éliminer l'eléiment du tems dt, d'où nous parviendrons à cette équation

$$a(dv^2+vvd\zeta^2)(A\cos\zeta+B\cos\eta+D) = 2vvuud\zeta d\eta\left(\frac{A}{v}+\frac{B}{u}+\frac{C}{a}\right),$$

qui exprime la nature de la courbe décrite par le corps M indépendamment du tems.

TROISIEME ARTICLE.

8. Pour intégrer cette équation, ſi cela ſe pouvoit, ou pour en trouver ſeulement la conſtruction, il faut obſerver qu'elle ne contient en effet, que deux variables, puisque les angles ζ & η, dépendent des diſtances v & u, & réciproquement. Si nous en voulions éliminer les angles ζ & η, nous parviendrions à cette équation entre v & u.

$$((vdv-udu)(udv-vdu)+aadvdu)\left(\frac{A(aa+vv-uu)}{v}+\frac{B(aa+uu-vv)+2Da}{u}\right)=$$

$$((aa-vv-uu)dv+2uvdu)((aa-vv-uu)du+2uvdv)\left(\frac{A}{v}+\frac{B}{u}+\frac{C}{a}\right).$$

Mais je crains fort que toutes les peines ne ſeroient inutiles, qu'on voudroit bien ſe donner pour réſoudre cette équation ſi embarraſſée, où même les différentiels dv & du montent à deux dimenſions.

9. Il vaudra donc mieux éliminer les diſtances v & u par les formules $v = \frac{a \sin \eta}{\sin(\zeta + \eta)}$, & $u = \frac{a \sin \zeta}{\sin(\zeta + \eta)}$. Or, pour la formule $dx^2 + vvd\zeta^2 = dx^2 + dy^2$, ſervons-nous plutôt des expreſſions

$$x = v \cos\zeta = \frac{a \cos\zeta \sin\eta}{\sin(\zeta + \eta)}, \quad \& \quad y = v \sin\zeta = \frac{a \sin\zeta \sin\eta}{\sin(\zeta + \eta)},$$

d'où nous tirons par la différentiation

$$dx = \frac{-ad\zeta \sin\eta \cos\eta + ad\eta \sin\zeta \cos\zeta}{\sin(\zeta + \eta)^2}, \quad \&$$

$$dy = \frac{ad\zeta \sin\eta^2 + ad\eta \sin\zeta^2}{\sin(\zeta + \eta)^2},$$

& en ajoutant les quarrés, nous aurons:

$$dx^2 + dy^2 = \frac{aa(d\zeta^2 \sin\eta^2 + d\eta^2 \sin\zeta^2 - 2d\zeta d\eta \sin\zeta \sin\eta \cos(\zeta+\eta))}{\sin(\zeta+\eta)^4},$$

qu'il faut multiplier par $a(A \cos\zeta + B \cos\eta + D)$ pour avoir le premier membre de notre équation.

10. Enſuite, ayant $vvuu = \frac{a^4 \sin\zeta^2 \sin\eta^2}{\sin(\zeta + \eta)^4}$, nous aurons $2vvuu\, d\zeta\, d\eta = \frac{2a^4 d\zeta\, d\eta \sin\zeta^2 \sin\eta^2}{\sin(\zeta + \eta)^4}$, qu'il faut multiplier par

$$\left(\frac{A \sin(\zeta + \eta)}{\sin\eta} + \frac{B \sin(\zeta + \eta)}{\sin\zeta} + C\right) \frac{1}{a},$$

pour

pour avoir le ſecond membre de notre équation, lequel ſera par conſéquent:

$$\frac{2a^3 d\zeta d\eta \sin\zeta \sin\eta}{\sin(\zeta+\eta)^4}(A\sin\zeta\sin(\zeta+\eta)+B\sin\eta\sin(\zeta+\eta)+C\sin\zeta\sin\eta),$$

qui doit être égal à

$$\frac{a^3(d\zeta^2\sin\eta^2+d\eta^2\sin\zeta^2-2d\zeta d\eta\sin\zeta\sin\eta\cos(\zeta+\eta))}{\sin(\zeta+\eta)^4}(A\cos\zeta+B\cos\eta+D).$$

Diviſons de part & d'autre par $\frac{a^3}{\sin(\zeta+\eta)^4}$, & nous aurons

$$(d\zeta^2\sin\eta^2+d\eta^2\sin\zeta^2-2d\zeta d\eta\sin\zeta\sin\eta\cos(\zeta+\eta)(A\cos\zeta+B\cos\eta+D)=$$
$$2d\zeta d\eta\sin\zeta\sin\eta(A\sin\zeta\sin(\zeta+\eta)+B\sin\eta\sin(\zeta+\eta)+C\sin\zeta\sin\eta),$$

qui ſe réduit à cette forme plus ſimple:

$$(d\zeta^2\sin\eta^2+d\eta^2\sin\zeta^2)(A\cos\zeta+B\cos\eta+D)=$$
$$2d\zeta d\eta\sin\zeta\sin\eta(A\cos\eta+B\cos\zeta+C\sin\zeta\sin\eta+D\cos(\zeta+\eta)).$$

11. Puiſque $\cos(\zeta+\eta)=\cos\zeta\cos\eta-\sin\zeta\sin\eta$, poſons $C-D=E$, de ſorte que $C=D+E$, & notre équation ſera repréſentée en ſorte

$$d\zeta^2\sin\eta^2+d\eta^2\sin\zeta^2=2d\zeta\,\eta\sin\zeta\sin\eta.\frac{A\cos\eta+B\cos\zeta+D\cos\zeta\cos\eta+E\sin\zeta\sin\eta}{A\cos\zeta+B\cos\eta+D}.$$

Poſons pour abréger

$$A\cos\eta+B\cos\zeta+D\cos\zeta\cos\eta+E\sin\zeta\sin\eta=P,$$
$$A\cos\zeta+B\cos\eta+D=Q,$$

& l'extraction de racine de notre équation donnera

$$d\zeta\sin\eta=\frac{d\eta\sin\zeta.(P+\sqrt{(PP-QQ)})}{Q},$$

ou bien $$\frac{d\zeta\sin\eta}{d\eta\sin\zeta}=\frac{P+\sqrt{(PP-QQ)}}{Q}.$$

Or, puisque $\frac{P + Q + \sqrt{(PP - QQ)}}{P - Q + \sqrt{(PP - QQ)}} = \frac{\sqrt{(P + Q)}}{\sqrt{(P - Q)}}$,

notre équation ſera réduite à cette forme moins embarraſſée:

$$\frac{d\zeta \sin\eta + d\eta \sin\zeta}{d\zeta \sin\eta - d\eta \sin\zeta} = \frac{\sqrt{(P + Q)}}{\sqrt{(P - Q)}}.$$

12. Puisque les variables ζ & η ſont encore extrêmement mêlées enſemble, pour voir plus clair, faiſons ces ſubſtituons

$\text{tang}\,\frac{1}{2}\zeta = p$, & $\text{tang}\,\frac{1}{2}\eta = q$, pour avoir $\frac{d\zeta}{\sin\zeta} = \frac{dp}{p}$, & $\frac{d\eta}{\sin\eta} = \frac{dq}{q}$,

& notre équation prendra cette formule:

$$\frac{q\,dp + p\,dq}{q\,dp - p\,dq} = \sqrt{\frac{P + Q}{P - Q}}$$

Or il y a

$P + Q = (A + B)(\cos\zeta + \cos\eta) + D(\cos\zeta\cos\eta + 1) + E\sin\zeta\sin\eta$, &

$P - Q = (A + B)(\cos\zeta - \cos\eta) + D(\cos\zeta\cos\eta - 1) + E\sin\zeta\sin\eta$.

Mais, ayant eu vertu de notre ſubſtitution:

$$\sin\tfrac{1}{2}\zeta = \frac{p}{\sqrt{(1 + pp)}}; \quad \cos\tfrac{1}{2}\zeta = \frac{1}{\sqrt{(1 + pp)}};$$

$$\sin\tfrac{1}{2}\eta = \frac{q}{\sqrt{(1 + qq)}}; \quad \sin\tfrac{1}{2}\eta = \frac{1}{\sqrt{(1 + qq)}},$$

nous en tirons:

$$\sin\zeta = \frac{2p}{1+pp}; \quad \cos\zeta = \frac{1-pp}{1+pp}; \quad \sin\eta = \frac{2q}{1+qq}; \quad \cos\eta = \frac{1-qq}{1+qq},$$

& il reſte à ſubſtituer ces valeurs dans les formules de $P + Q$ & $P - Q$.

13. Or

13. Or ces ſubſtitutions donnent:

$$\text{cof}\zeta + \text{cof}\eta = \frac{1-pp}{1+pp} + \frac{1-qq}{1+qq} = \frac{2-2ppqq}{(1+pp)(1+qq)},$$

$$\text{cof}\zeta\,\text{cof}\eta + 1 = \frac{(1-pp)(1-qq)}{(1+pp)(1+qq)} + 1 = \frac{2+2ppqq}{(1+pp)(1+qq)},$$

$$\text{ſin}\zeta\,\text{ſin}\eta = \frac{4pq}{(1+pp)(1+qq)}.$$

$$\text{cof}\eta - \text{cof}\zeta = \frac{1-qq}{1+qq} - \frac{1+pp}{1+pp} = \frac{2pp-2qq}{(1+pp)(1+qq)},$$

$$\text{cof}\zeta\,\text{cof}\eta - 1 = \frac{(1-pp)(1-qq)}{(1+pp)(1+qq)} - 1 = \frac{-2pp-2qq}{(1+pp)(1+qq)},$$

De là nous tirons

$$\frac{P+Q}{P-Q} = \frac{(A+B)(1-ppqq)+D(1+ppqq)+2Epq}{(A-B)(pp-qq)-D(pp+qq)+2Epq},$$

où il arrive fort à propos, que le numérateur eſt une fonction de pq, & le dénominateur une fonction homogene de deux dimenſions de p & q.

14. Cette belle propriété nous engage à cette ſubſtitution $pq = r$, & $\frac{p}{q} = s$, de ſorte que $pp = rs$, & $qq = \frac{r}{s}$; & de là nous aurons

$$\frac{P+Q}{P-Q} = \frac{(A+B)(1-rr)+D(1+rr)+2Er}{(A-B)(ss-1)-D(ss+1)+2Es}\cdot\frac{1}{qq},$$

ou bien

$$\frac{P+Q}{P-Q} = \frac{s}{r}\cdot\frac{A+B+D+2Er-(A+B-D)rr}{B-A-D+2Es-(B-A+D)ss}.$$

Or les mêmes ſubſtitutions fourniſſent

$$qdp + pdq = dr, \quad qdp - pdq = qqds = \frac{rds}{s},$$

$$\text{donc } \frac{qdp + pdq}{qdp - pdq} = \frac{sdr}{rds}:$$

Par conſéquent, nous obtiendrons par ce moyen cette équation ſéparée

$$\frac{dr}{\sqrt{((A + B + D)r + 2Err - (A + B - D)r^3)}} =$$

$$\frac{ds}{\sqrt{((B - A - D)s + 2Ess - (B - A + D)s^3)}},$$

laquelle pouvant être conſtruite par des quadratures, ou même par des arcs de ſections coniques, elle fournit la conſtruction de la courbe cherchée.

15. Ayant ainſi réuſſi à trouver une équation différentielle ſéparée pour la courbe décrite par le corps M, je ne m'arrêterai pas à déterminer la loi du mouvement. On n'a qu'à prendre l'une ou l'autre des équations du §. 7. & en tirer la valeur du tems t. En faiſant le calcul, qui pourroit paroître d'abord fort ennuyant, mais qui ſe réduit à la fin à une belle ſimplicité, on trouve

$$\frac{dt\sqrt{2g}}{a\sqrt{a}} = \frac{dr\sqrt{r}}{(1-r)^2\sqrt{(A+B+D+2Er-(A+B-D)rr)}}$$

$$+ \frac{ds\sqrt{s}}{(1+s)^2\sqrt{(B-A-D+2Es-(B-A+D)ss)}}.$$

Au reſte les deux lettres D & E marquent des quantités conſtantes, qui dépendent du mouvement qui aura été imprimé au corps dans le commencement. D'où il eſt clair que, ſelon les diverſes valeurs de ces deux lettres D & E, les courbes décrites peuvent varier à l'infini, dont la plupart ſeront ouvertement des courbes tranſcendantes, cependant il y en a auſſi d'algébriques, comme nous le verrons bientôt.

QUA-

QUATRIEME ARTICLE.

16. Il s'agit donc de déterminer les cas, ou les valeurs des conſtantes D & E, où le rapport des quantités r & s, puiſſe être exprimé par une équation algébrique. Or le rapport de leurs différentiels étant

$$\frac{dr}{\sqrt{((A+B+D)r+2Err-(A+B-D)r^3)}} = \frac{ds}{\sqrt{((B-A-D)s+2Ess-(B-A+D)s^3)}},$$

je le repréſenterai pour abréger en ſorte

$$\frac{dr}{\sqrt{(\alpha r+2Err+\mathfrak{G}r^3)}} = \frac{ds}{\sqrt{(\gamma s+2Ess+\delta s^3)}},$$

de ſorte que

$$\alpha = A+B+D;\ \mathfrak{G} = D-A-B;\ \gamma = B-A-D;\ \delta = A-B-D,$$

où j'obſerve que, s'il étoit $\alpha = \gamma$, & $\mathfrak{G} = \delta$, le rapport entre r & s pourroit être exprimé algébriquement. Mais ce cas ne ſauroit avoir lieu, à moins qu'il ne fût $A = 0$, & $D = 0$, ce qui eſt le cas où le corps M ſeroit attiré au ſeul centre B, qui eſt déjà très connu d'ailleurs.

17. Mais cette reſſemblance des dénominateurs peut avoir lieu plus généralement $r = mx$, & $s = ny$, pour avoir:

$$\frac{dx\sqrt{m}}{\sqrt{(\alpha x+2Emxx+\mathfrak{G}mmx^3)}} = \frac{dy\sqrt{n}}{\sqrt{(\gamma y+2Enyy+\delta nny^3)}},$$

ou bien

$$\frac{dx\sqrt{\gamma m}}{\sqrt{(\alpha\gamma x+2E\gamma mxx+\mathfrak{G}\gamma mmx^3)}} = \frac{dy\sqrt{\alpha n}}{\sqrt{(\alpha\gamma y+2E\alpha nyy+\alpha\delta nny^3)}}.$$

Maintenant les dénominateurs ſeront ſemblables, ſi $\gamma m = \alpha n$, & $\mathfrak{G}\gamma mm = \alpha\delta nn$, ou $\alpha\alpha\mathfrak{G}\gamma = \alpha\gamma\gamma\delta$, donc $\alpha\mathfrak{G} = \gamma\delta$, & partant $DD - (A+B)^2 = DD - (B-A)^2$, d'où il s'enſuit

s'enſuit, ou $A = o$, ou $P = o$, ce qui encore eſt le cas où le corps eſt attiré vers un ſeul centre de force, & qui n'a aucune difficulté, puisque la courbe eſt toujours une ſection conique. D'où il ſemble, que d'autres cas ne ſont pas poſſibles.

18 Cette conſéquence eſt auſſi juſte, tant que la conſtante E n'eſt pas zéro. Mais, dès que nous prenons $E = o$, pour la reſſemblance des dénominateurs, il ſuffit qu'il ſoit $\varepsilon\gamma mm = \alpha\delta nn$. Soit donc $E = o$; $mm = \alpha\delta k$, & $nn = \varepsilon\gamma k$, ou bien $r = x\sqrt{\alpha\delta k}$, & $s = y\sqrt{\varepsilon\gamma k}$; & l'équation à réſoudre aura cette forme

$$\frac{dx\sqrt[4]{\alpha\gamma\gamma\delta k}}{\sqrt{(\alpha\gamma x + \alpha\varepsilon\gamma\delta k x^3)}} = \frac{dy\sqrt[4]{\alpha\alpha\varepsilon\gamma k}}{\sqrt{(\alpha\gamma y + \alpha\varepsilon\gamma\delta k y^3)}},$$

ou $$\frac{dx\sqrt[4]{\gamma\delta}}{\sqrt{(x + \varepsilon\delta k x^3)}} = \frac{dy\sqrt[4]{\alpha\varepsilon}}{\sqrt{(y + \varepsilon\delta k y^3)}},$$

où les dénominateurs ſont ſemblables; ce qui eſt une condition requiſe pour rendre le rapport algébrique. Mais il faut outre cela que les coefficiens des numérateurs aient un rapport rationnel, lequel étant poſé comme μ à ν nous aurons $\gamma\delta : \alpha\varepsilon = \mu^4 : \nu^4$, & partant $DD - (A - B)^2$; $DD - (A + B)^2 = \mu^4 ; \nu^4$.

19. Je dis donc que, toutes les fois que la conſtante E évanouit, & que $DD = \frac{\mu^4(A + B)^2 - \nu^4(A - B)^2}{\mu^4 - \nu^4}$, ou bien $E = o$, & $DD = AA + BB + \frac{2AB(\mu^4 + \nu^4)}{\mu^4 + \nu^4}$, les lettres μ & ν ſignifiant des nombres entiers; dans tous ces cas je dis que la courbe décrite par le corps M ſera algébrique. Car, poſant $k = \frac{1}{\varepsilon\delta}h$, & partant

$$r = x\sqrt{\frac{D + A + B}{D - A - B}h}, \quad \& \quad s = y\sqrt{\frac{D + A - B}{D - A + B}h},$$

notre

notre équation à réſoudre ſera

$$\frac{\mu\,dx}{\sqrt{(x+hx^3)}} = \frac{\nu\,dy}{\sqrt{(y+hy^3)}},$$

de laquelle j'ai démontré ailleurs, que ſon intégrale & même la complette, eſt algébrique. Mais cette intégrale ſera d'autant plus compliquée, plus le rapport des nombres μ & ν eſt compoſé. Or cela mérite d'être developpé plus en détail.

20. Rien n'empêche qu'on ne mette $h = 1$; car, quand même les quantités x & y deviendroient imaginaires, en remontant aux quantités primitives ζ, η, ou v, u, il n'en réſultera aucun inconvénient, & la réalité y ſera toujours rétablie. Or, ayant trouvé l'intégrale de cette équation $\frac{\mu\,dx}{\sqrt{(x+x^3)}} = \frac{\nu\,dy}{\sqrt{(y+y^3)}}$, & prenant $D = \sqrt{\left(AA+BB+\frac{2AB(\mu^4+\nu^4)}{\mu^4-\nu^4}\right)}$, on n'a qu'à ſubſtituer dans l'intégrale

$$x\sqrt{\frac{D+A+B}{D-A-B}} = r = pq = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\zeta\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\eta = \frac{\sin\zeta\sin\eta}{(1+\cos\zeta)(1+\cos\eta)} = \sqrt{\frac{(1-\cos\zeta)(1-\cos\eta)}{(1+\cos\zeta)(1+\cos\eta)}},$$

$$y\sqrt{\frac{D+A-B}{D-A+B}} = s = \frac{p}{q} = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\zeta\cot\tfrac{1}{2}\eta = \frac{\sin\zeta\sin\eta}{(1+\cos\zeta)(1-\cos\eta)} = \sqrt{\frac{(1-\cos\zeta)(1+\cos\eta)}{(1+\cos\zeta)(1-\cos\eta)}},$$

pour arriver à l'équation algébrique de la courbe décrite. Il ne s'agit donc que de trouver l'intégrale de l'équation

$$\frac{\mu\,dx}{\sqrt{(x+x^3)}} = \frac{\nu\,dy}{\sqrt{(y+y^3)}},$$

& pour cet effet il faut commencer par le cas $\mu = \nu = 1$, & de là monter ſucceſſivement à des plus grands nombres.

Intégration de l'équation

$$\frac{dx}{V(x + x^3)} = \frac{dy}{V(y + y^3)}.$$

21. Au défaut d'une méthode directe de trouver le rapport entre les variables x, & y, je me ſervirai de la même méthode indirecte, que j'ai expliquée autrefois en ſuppoſant l'intégrale

$$0 = \mathfrak{A} + 2\mathfrak{B}(x+y) + \mathfrak{C}(xx+yy) + 2\mathfrak{D}xy + 2\mathfrak{E}xy(x+y) + \mathfrak{F}xxyy,$$

dont l'extraction de racine donne:

$$x = \frac{-\mathfrak{B}-\mathfrak{D}y-\mathfrak{E}yy+V((\mathfrak{B}+\mathfrak{D}y+\mathfrak{E}yy)^2-(\mathfrak{A}+2\mathfrak{B}y+\mathfrak{C}yy)(\mathfrak{C}+2\mathfrak{E}y+\mathfrak{F}yy))}{\mathfrak{C}+2\mathfrak{E}y+\mathfrak{F}yy},$$

$$y = \frac{-\mathfrak{B}-\mathfrak{D}x-\mathfrak{E}xx-V((\mathfrak{B}+\mathfrak{D}x+\mathfrak{E}xx)^2-(\mathfrak{A}+2\mathfrak{B}x+\mathfrak{C}xx)(\mathfrak{C}+2\mathfrak{E}x+\mathfrak{F}xx))}{\mathfrak{C}+2\mathfrak{E}x+\mathfrak{F}xx}.$$

Donc, poſant pour abréger les formules irrationelles:

$$V((\mathfrak{B}+\mathfrak{D}x+\mathfrak{E}xx)^2-(\mathfrak{A}+2\mathfrak{B}x+\mathfrak{C}xx)(\mathfrak{C}+2\mathfrak{E}x+\mathfrak{F}xx)) = X,$$
$$V((\mathfrak{B}+\mathfrak{D}y+\mathfrak{E}yy)^2-(\mathfrak{A}+2\mathfrak{B}y+\mathfrak{C}yy)(\mathfrak{C}+2\mathfrak{E}y+\mathfrak{F}yy)) = Y,$$

nous aurons:

$$\mathfrak{B}+\mathfrak{D}x+\mathfrak{E}xx+\mathfrak{C}y+2\mathfrak{E}xy+\mathfrak{F}xxy = -X, \quad \&$$
$$\mathfrak{B}+\mathfrak{D}y+\mathfrak{E}yy+\mathfrak{C}x+2\mathfrak{E}xy+\mathfrak{F}xyy = Y.$$

22. Or l'équation ſuppoſée étant différentiée donne

$$\left.\begin{array}{l} +dx(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}x+\mathfrak{D}y+2\mathfrak{E}xy+\mathfrak{E}yy+\mathfrak{F}xyy) \\ +dy(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}y+\mathfrak{D}x+2\mathfrak{E}xy+\mathfrak{E}xx+\mathfrak{F}xxy) \end{array}\right\} = 0,$$

laquelle, en introduiſant les valeurs irrationelles X & Y, ſe change en cette forme

$$Ydx - Xdy = 0, \quad \text{ou bien} \quad \frac{dx}{X} = \frac{dy}{Y}.$$

Voilà

Voilà donc une équation différentielle entre x & y, où les variables ſont ſéparées, & dont l'intégrale eſt préciſément l'équation algébrique ſuppoſée. Cette équation eſt auſſi infiniment plus générale que la propoſée, & on voit bien que celle-ci y eſt compriſe.

23. Donc, pour rendre les formules X & Y ſemblables aux propoſées $V(x + x^3)$, & $V(y + y^3)$, les coëfficiens $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, &c. doivent être déterminés en ſorte qu'il devienne:

$$\mathfrak{B}\mathfrak{B}-\mathfrak{A}\mathfrak{C}=0; \quad \mathfrak{C}\mathfrak{E}-\mathfrak{C}\mathfrak{F}=0, \quad \& \quad \mathfrak{D}\mathfrak{D}-2\mathfrak{B}\mathfrak{E}-\mathfrak{A}\mathfrak{F}-\mathfrak{C}\mathfrak{C}=0.$$

Donc $\mathfrak{B}=V\mathfrak{A}\mathfrak{C}$; $\mathfrak{E}=V\mathfrak{C}\mathfrak{F}$, $\mathfrak{D}\mathfrak{D}=\mathfrak{C}\mathfrak{C}+\mathfrak{A}\mathfrak{F}+2\mathfrak{C}V\mathfrak{A}\mathfrak{F}$, ou $\mathfrak{D}=\pm(\mathfrak{C}+V\mathfrak{A}\mathfrak{F})$. De là nous aurons:

$$X=V(2x(\mathfrak{B}\mathfrak{D}-\mathfrak{A}\mathfrak{E}-\mathfrak{B}\mathfrak{C})+2x^3(\mathfrak{D}\mathfrak{E}-\mathfrak{C}\mathfrak{E}-\mathfrak{B}\mathfrak{F})), \text{ ou}$$

$$X=V(2x(\mathfrak{D}V\mathfrak{A}\mathfrak{C}-\mathfrak{A}V\mathfrak{C}\mathfrak{F}-\mathfrak{C}V\mathfrak{A}\mathfrak{C})+2x^3(\mathfrak{D}V\mathfrak{C}\mathfrak{F}-\mathfrak{F}V\mathfrak{A}\mathfrak{C}-\mathfrak{C}V\mathfrak{C}\mathfrak{F})),$$

qui ſe réduit à cette forme:

$$X=V2(\mathfrak{D}V\mathfrak{C}-V\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{F}-\mathfrak{C}V\mathfrak{C})(xV\mathfrak{A}+x^3V\mathfrak{F}).$$

Il faut donc prendre $\mathfrak{D}=-\mathfrak{C}-V\mathfrak{A}\mathfrak{F}$, pour avoir:

$$X=2V-(V\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{F}+\mathfrak{C}V\mathfrak{C})(xV\mathfrak{A}+x^3V\mathfrak{F}, \quad \&$$

$$Y=2V-(V\mathfrak{A}\mathfrak{C}\mathfrak{F}+\mathfrak{C}V\mathfrak{C})(yV\mathfrak{A}+y^3V\mathfrak{F},$$

24. Poſons donc $\mathfrak{F}=\mathfrak{A}$, & nous aurons

$$\mathfrak{D}=-\mathfrak{A}-\mathfrak{C}; \quad \mathfrak{B}=V\mathfrak{A}\mathfrak{C}, \quad \& \quad \mathfrak{E}=V\mathfrak{A}\mathfrak{C},$$

& partant

$$X=2V-(\mathfrak{A}+\mathfrak{C})(x+x^3)V\mathfrak{A}\mathfrak{C},$$

$$Y=2V-(\mathfrak{A}+\mathfrak{C})(y+y^3)V\mathfrak{A}\mathfrak{C},$$

d'où notre équation intégrable ſera

$$\frac{dx}{V(x+x^3)}=\frac{dy}{V(y+y^3)},$$

dont l'intégrale eſt exprimée en ſorte:

$$0=\mathfrak{A}+2(x+y)V\mathfrak{A}\mathfrak{C}+\mathfrak{C}(xx+yy)-2(\mathfrak{A}+\mathfrak{C})xy+2xy(x+y)V\mathfrak{A}\mathfrak{C}+\mathfrak{A}xxyy.$$

Ou posons $\mathfrak{C} = 1$, & $\mathfrak{A} = nn$, pour avoir:

$$0 = nn + 2n(x+y) + xx + yy - 2(1+nn)xy + 2nxy(x+y) + nnxxyy,$$

laquelle contenant la constante arbitraire, n, doit être censée l'intégrale complette de l'équation différentielle proposée.

25, Soit $n = -m$; pour avoir:

$\mathfrak{A} = mm$; $\mathfrak{B} = -m$; $\mathfrak{C} = 1$; $\mathfrak{D} = -1-mm$; $\mathfrak{E} = -m$; & $\mathfrak{F} = mm$,

de sorte que l'équation intégrale soit:

$$0 = mm - 2m(x+y) + xx + yy - 2(1+mm)xy - 2mxy(x+y) + mmxxyy,$$

d'où nous concluons:

$$x = \frac{m + (1+mm)y + myy + 2\sqrt{(m+m^3)(y+y^3)}}{1 - 2my + mmyy}, \quad \&$$

$$y = \frac{m + (1+mm)x + mxx - 2\sqrt{(m+m^3)(x+x^3)}}{1 - 2mx + mmxx}.$$

On pourra donc exprimer algébriquement tant x par y, que y par x, pour satisfaire à l'équation différentielle proposée

$$\frac{dx}{\sqrt{(x+x^3)}} = \frac{dy}{\sqrt{(y+y^3)}},$$

où je remarque que, posant $y = 0$, on aura $x = m$; & si $x = 0$, on aura $y = m$.

26. Que $\Pi.x$ marque l'intégrale $\int \frac{dx}{\sqrt{(x+x^3)}}$ prise en sorte, qu'elle évanouisse au cas $x = 0$, de sorte que $\Pi.x$ indique une fonction déterminée de x, mais transcendante. De même maniere soit $\Pi.y = \int \frac{dy}{\sqrt{(y+y^3)}}$, prenant cette intégrale en sorte que, posant $y = 0$, elle évanouisse; & l'intégrale de notre équation différentielle pourra être représentée de cette façon:

$$\Pi.x = \Pi.y - \Pi.m,$$

puis-

puisque, ſi l'on met $x = 0$, il devient $y = m$. Et cette équation finie, quoique tranſcendante, doit être cenſée équivalente à l'équation algébrique entre x & y. Donc, pour qu'il ſoit $\Pi.y = \Pi.x + \Pi.m$, il faut prendre

$$y = \frac{(m + x)(1 + mx) - 2\sqrt{(m + m^3)(x + x^3)}}{(1 - mx)^2}.$$

Intégration de l'équation

$$\frac{2dx}{\sqrt{(x + x^3)}} = \frac{dy}{\sqrt{(y + y^3)}}.$$

27. En employant les fonctions tranſcendantes expliquées, nous venons de voir, que l'égalité $\Pi.q = \Pi.p + \Pi.m$, répond à cette équation:

$$q = \frac{(m + p)(1 + mp) - 2\sqrt{(m + m^3)(p + p^3)}}{(1 - mp)^2}.$$

Donc, poſant $m = p$, pour qu'il ſoit $\Pi.q = 2\Pi.p$, nous aurons

$$q = \frac{2p(1 + pp) - 2\sqrt{(p + p^3)^2}}{(1 - pp)^2},$$

où il eſt évident, qu'il faut changer de ſigne le radical, comme étant ambigu en ſoi-même: & partant $q = \frac{4p(1 + pp)}{(1 - pp)^2}$. Poſons maintenant $\Pi.r = \Pi.q + \Pi.m$, & nous aurons

$$r = \frac{(m + q)(1 + mq) + 2\sqrt{(m + m^3)(q + q^3)}}{(1 - mq)^2},$$

ce qui ſera le rapport qui convient à cette égalité $\Pi.r = 2\Pi.p + \Pi.m$, prenant $q = \frac{4p(1 + pp)}{(1 - pp)^2}$.

28. Ou bien, ſans nous embarraſſer de l'extraction de racine, l'égalité $\Pi.q = \Pi.p + \Pi.m$ demande cette équation

$$0 = mm - 2m(p+q) + pp + qq - 2(1+mm)pq - 2mpq(p+q) + mmppqq,$$

qui ſe réduit à cette forme

$$(m + mpq - p - q)^2 = 4(1 + mm)pq.$$

Faiſons maintenant $m = p$, & l'égalité $\Pi.q = 2\Pi.p$, renferme cette équation $q(1 - pp)^2 = 4p(1 + pp)$, & prenant outre cela $(m + mqr - q - r)^2 = 4(1 + mm)qr$, l'équation entre p & r convient à cette égalité $\Pi.r = 2\Pi.p + \Pi.m$, Or, puisque m marque une conſtante quelconque, cette égalité eſt l'intégrale complette de cette équation:

$$\frac{dr}{\sqrt{(r + r^3)}} = \frac{2\,dp}{\sqrt{(p + p^3)}}.$$

29. Ecrivons maintenant x pour p, & y pour r, pour avoir l'équation différentielle propoſée $\frac{2\,dx}{\sqrt{(x + x^3)}} = \frac{dy}{\sqrt{(y + y^3)}}$; & il eſt clair que le rapport entre x & y eſt algébrique, & exprimé par ces équations:

$$y = \frac{(m + q)(1 + mq) + 2\sqrt{(m + m^3)(q + q^3)}}{(1 - mq)^2},$$

$$\& \quad q = \frac{4x(1 + xx)}{(1 - xx)^2},$$

ou, en remettant pour q cette valeur, on aura

$$y = \frac{(m(1-xx)^2 + 4x(1+xx))((1-xx)^2 + 4mx(1+xx)) + 4(1-xx)(1+6xx+x^4)\sqrt{(m+m^3)(x+x^3)}}{((1-xx)^2 - 4mx(1+xx))^2}$$

Ou conſervant la lettre $q = \frac{4x(1+xx)}{(1-xx)^2}$, l'équation intégrale ſera

$$0 = (y - q)^2 - 2m(1 + qy)(q + y) + mm(1 - qy)^2,$$

qui eſt en même tems complette.

Inté-

Intégration de l'équation.

$$\frac{3dx}{\sqrt{(x+x^3)}} = \frac{dy}{\sqrt{(y+y^3)}}.$$

30. Posons $\Pi.z = 2\Pi.x + \Pi.m$, & nous venons de voir que le rapport algébrique entre x & z est exprimé en sorte:

$$z = \frac{(m+p)(1+mp) + 2\sqrt{(m+m^3)(p+p^3)}}{(1-mp)^2},$$

prenant $p = \frac{4x(1+xx)}{(1-xx)^2}$.

Soit maintenant $m = x$, ou $\Pi.z = 3\Pi.x$, & on aura

$$z = \frac{(x+p)(1+px) + 2\sqrt{(p+p^3)(x+x^3)}}{(1-px)^2},$$

prenant $p = \frac{4x(1+xx)}{(1-xx)^2}$.

Faisons de plus $\Pi.y = \Pi.z + \Pi.m = 3\Pi.x + \Pi.m$, & nous aurons:

$$y = \frac{(m+z)(1+mz) + 2\sqrt{(m+m^3)(z+z^3)}}{(1-mz)^2},$$

31. Donc, puisque cette égalité est l'intégrale complette de l'équation différentielle proposée $\frac{3dx}{\sqrt{(x+x^3)}} = \frac{dy}{\sqrt{(y+y^3)}}$, le rapport entre x & y sera exprimé algébriquement en sorte

$$p = \frac{4x(1+xx)}{(1-xx)^2},$$

$$q = \frac{(p+x)(1+px) + 2\sqrt{(p+p^3)(x+x^3)}}{(1-px)^2},$$

$$y = \frac{(m+q)(1+mq) + 2\sqrt{(m+m^3)(q+q^3)}}{(1-mq)^2},$$

où

où il faut remarquer que, ſubſtituant la valeur de p, on aura

$$q = \frac{x(3 + 6xx - x^4)^2}{(1 - 6xx - 3x^4)^2}.$$

Intégration de l'équation

$$\frac{4dx}{\sqrt{(x + x^3)}} = \frac{dy}{\sqrt{(y + y^3)}}.$$

32. En pourſuivant la même méthode, le rapport entre les variables x & y ſera exprimé par les équations algébriques ſuivantes:

$$p = \frac{4x(1 + xx)}{(1 - xx)},$$

$$q = \frac{(p + x)(1 + px) + 2\sqrt{(p + p^3)(x + x^3)}}{(1 - px)^2},$$

$$r = \frac{(q + x)(1 + qx) + 2\sqrt{(q + q^3)(x + x^3)}}{(1 - qx)^2},$$

$$y = \frac{(m + r)(1 + mr) + 2\sqrt{(m + m^3)(r + r^3)}}{(1 - mr)^2},$$

d'où il eſt évident, comme il faut continuer ces intégrations pour toutes les formules $\frac{\mu dx}{\sqrt{(x + x^3)}} = \frac{dy}{\sqrt{(y + y^3)}}$, où μ marque un nombre entier quelconque.

Intégration de l'équation

$$\frac{\mu dx}{\sqrt{(x + x^3)}} = \frac{\nu dy}{\sqrt{(y + y^3)}}.$$

33. Qu'on cherche premierement par la méthode précédente les intégrales de ces deux égalités

$$\frac{\mu dx}{\sqrt{(x+x^3)}} = \frac{dz}{\sqrt{(z+z^3)}}, \quad \& \quad \frac{\nu dy}{\sqrt{(y+y^3)}} = \frac{dz}{\sqrt{(z+z^3)}},$$

où

où il ſuffit de prendre l'une complette, & de ſuppoſer dans l'autre la conſtante $= o$. Alors, ayant le rapport entre x & z, & entre y & z, on n'a qu'à éliminer z, pour avoir la rélation requiſe entre x & y, ce qui ſe fera aiſément, puisque l'une & l'autre intégration donne une valeur pour z, l'une par x & l'autre par y, & ces deux valeurs étant égalées entr'elles donnent d'abord l'équation cherchée.

CONCLUSION.

34. Voilà donc une ſolution parfaite du probleme que je me ſuis propoſé, d'où il eſt clair que, parmi toutes les courbes poſſibles, que le corps M puiſſe décrire étant ſollicité vers deux centres de forces, il y en a une infinité qui ſont algébriques. Cela arrive toutes les fois qu'il y a dans la ſolution générale, $E = o$, & l'autre conſtante $D = V\frac{\mu^4(A+B)^2 - \nu^4(A-B)^2}{\mu^4 - \nu^4}$, les lettres μ & ν marquant des nombres entiers quelconques. Dans ces cas on n'a qu'à chercher l'intégrale de l'égalité $\frac{\mu dx}{V(x+x^3)} = \frac{\nu dy}{V(y+y^3)}$, qui ſera toujours algébrique, comme je viens de le faire voir, & enſuite poſant

$$x = \text{tang}\tfrac{1}{2}\zeta \,\text{tang}\tfrac{1}{2}\eta . V\frac{D-A-B}{D+A+B}, \quad \&$$

$$y = \text{tang}\tfrac{1}{2}\zeta \,\text{cot}\tfrac{1}{2}\eta . V\frac{D-A+B}{D+A-B},$$

on aura une équation algébrique entre $\text{tang}\frac{1}{2}\zeta$, & $\text{tang}\frac{1}{2}\eta$, d'où l'on tirera enſuite aiſément une entre les coordonnées AP & PM.

SUR LE TEMS DE LA CHUTE D'UN CORPS ATTIRÉ VERS UN CENTRE DE FORCES, EN RAISON RÉCIPROQUE DES DISTANCES.

PAR M. J. A. EULER.

Traduit du Latin.

Quoique ce probleme ait déjà été ſouvent traité, il mérite bien qu'on le reprenne encore d'une maniere abrégée, puisque par ſa ſolution on parvient à une formule différentielle que perſonne n'a encore intégrée directement, & pour l'intégration de laquelle il faut un artifice particulier, dont l'uſage ne ſe borne pas à la ſolution de ce ſeul probleme, mais peut revenir fréquemment dans toute l'Analyſe. C'eſt ce que nous allons mettre dans un jour ſuffiſant par cette ſolution même.

En effet cette hypotheſe, parmi toutes les autres qui ſuppoſent que le centre de forces attire en raiſon des puiſſances des diſtances, eſt principalement ſujette à l'inconvénient, que la valeur intégrale de la viteſſe ne ſauroit être exprimée par des quantités algébriques, mais qu'elle dépend des logarithmes; d'où il arrive que la valeur différentielle du tems, parce qu'elle dépend de la viteſſe, ne ſauroit abſolument être intégrée, à cauſe de la quantité logarithmique qui y entre, de laquelle on tire par conſéquent la racine quarrée. Car c'eſt ſurtout dans l'intégration des formules différentielles qui renferment des quantités tranſcendantes, que l'Analyſe ſe trouve fort défectueuſe; & il eſt extrêmement rare que ces formules ſoyent ſuſceptibles d'intégration.

En

En particulier, dans le cas propoſé, on ne ſauroit eſpérer que le tems indéfini dans lequel une portion d'eſpace quelconque eſt parcourue, puiſſe jamais être exprimé par des quantités, ſoit algébriques, ſoit de celles qui renferment la quadrature du cercle ou de l'hyperbole; ce qui ſert à rendre d'autant plus remarquable, que le tems entier de la deſcente puiſſe être exprimé par cette formule ſimple qui dépend de la quadrature du cercle.

Soit la diſtance du centre de forces du point où le corps commence à tomber, a, & qu'au bout d'un certain tems t il parvienne à quelque point du milieu qu'il parcourt, dont la diſtance au point où le mouvement a commencé ſoit $= x$; la diſtance de ce même point du milieu au centre des forces ſera $= a - x$.

A préſent pour définir la force qui meut le corps dans ce point du milieu, ſoit f la diſtance où la force centripete eſt égale à la gravité: en poſant donc la maſſe du corps $=$ A, en ſorte que A dénote le poids que le corps auroit, à la ſurface de la terre, la force centripete du corps à la diſtance f du centre ſera $=$ A.

Soit de plus dans ce point du milieu, & à la diſtance $a - x$, du corps au centre, ſa force centripete $=$ P, on voit par l'hypotheſe que la force qui chaſſe le corps vers en bas ſera

à la diſtance f du centre, que nous avons appellée A, comme $\frac{I}{f}$, &

à la diſtance $a - x$ du centre, que nous avons appellée P, comme $\frac{I}{a - x}$.

Nous aurons donc la proportion ſuivante;

$$\frac{I}{f} : A = \frac{I}{a - x} : P,$$

de laquelle nous obtiendrons la valeur de la force qui ſollicite le corps à la diſtance $a - x$ du centre de forces $P = \frac{Af}{a - x}$.

Or, la force P étant trouvée, les principes connus du mouvement nous fourniſſent cette équation

$$\frac{2\,dd\,x}{dt^2} = \frac{P}{A} = \frac{f}{a - x},$$

en prenant le différentiel du tems dt pour conſtant, & en exprimant les eſpaces par des parties milliemes du pied du Rhin, l'unité à laquelle la meſure du tems ſe rapporte ſera la 250 partie d'une ſeconde.

Nous aurons donc à definir le tems t par l'équation différentielle du ſecond degré $\frac{2\,dd\,x}{dt^2} = \frac{f}{a - x}$; & afin d'en venir plus aiſément à bout, poſons pour abréger la diſtance du corps pour le tems t du centre $a - x = y$, & notre équation, à cauſe de $dd\,x = -dd\,y$, revêtira cette forme $\frac{-2\,dd\,y}{dt^2} = \frac{f}{y}$.

Préſentement, afin que cette équation ſoit rendue intégrable, qu'on la multiplie par dy, & nous obtiendrons $\frac{-2\,dy\,dd\,y}{dt^2} = \frac{f\,dy}{y}$, laquelle étant intégrée nous fournira cette égalité Conſt. $-\frac{dy^2}{dt^2} = fly$.

Or $\frac{-dy}{dt}$ exprime la viteſſe par laquelle le corps parcourt, à la diſtance y du centre de forces, le petit eſpace $-dy$. Poſons-la $\sqrt{v}$, ou ſoit v la hauteur par laquelle le corps, s'il tomboit à la ſurface de la terre, acquerroit cette viteſſe. On aura donc $v = \frac{dy^2}{dt^2}$, laquelle valeur étant ſubſtituée, l'équation revêtira cette forme Conſt. $- v = fly$.

A'

A présent, pour déterminer la quantité constante qui a été introduite par l'intégration, que l'on considere quelque état du corps qui nous soit connu, & que la quantité constante soit déterminée de façon qu'elle satisfasse à cet état du corps. Pour cet effet, que l'on considere l'état du corps au commencement, où il étoit encore distant du centre de forces de la quantité a; & comme nous avons supposé que le corps n'avoit encore eu aucun mouvement, & par conséquent aucune vitesse, nous devons satisfaire à cette condition, & accommoder notre équation de sorte que v évanouisse, en posant $y = a$. Posons donc dans notre équation Const. $- v = fly$; $y = a$, & $v = 0$, & nous aurons cette équation Const. $- 0 = fla$, par laquelle on trouve d'abord que la quantité constante est $= fla$.

Ainsi substituons la valeur trouvée pour la quantité constante, dans l'équation Const. $- v = fly$; & elle se changera en celle-ci, $fla - v = fly$; d'où l'on tire la hauteur due à la vitesse du corps à la distance y du centre $v = fl\frac{a}{y}$, & de là la vitesse même

$$Vv = Vfl\frac{a}{y}.$$

Si présentement dans cette formule on pose $y = 0$, on trouve la vitesse du corps au centre même de forces $= Vfl\frac{a}{0}$, qui est une quantité infinie pour ainsi dire du plus bas ordre, parce que la racine quarrée se tire du logarithme d'un infini, qui est déjà infiniment plus petit que $\frac{a}{0}$.

Mais revenons à notre but, & cherchons le tems de la descente t. Pour cet effet, qu'on substitue de nouveau dans l'équation $v = fl\frac{a}{y}$, pour v sa valeur $\frac{dy^2}{dt^2}$, & elle revêtira cette forme

$\frac{dy^2}{dt^2} = fl\frac{a}{y}$. De là $\frac{dy}{dt} = \sqrt{fl\frac{a}{y}}$, par laquelle équation l'élément du tems eſt auſſitôt défini, en ſorte qu'il eſt

$$dt = \frac{dy}{\sqrt{fl\frac{a}{y}}} = \frac{1}{\sqrt{f}} \cdot \frac{dy}{\sqrt{l\frac{a}{y}}},$$

d'où en intégrant, le tems indéfini de la deſcente du corps, qui répond à la diſtance y du centre de forces, ſera

$$t = \frac{1}{\sqrt{f}} \int \frac{dy}{\sqrt{l\frac{a}{y}}},$$

dans laquelle formule on doit remarquer qu'il faut intégrer de façon qu'en poſant $y = a$, le tems t évanouiſſe, parce que dans la détermination de la quantité conſtante précédente, nous avons déjà poſé que le mouvement du corps, lorsqu'il étoit encore diſtant de la quantité a du centre de forces, avoit été nul.

Toute la ſolution de ce Probleme dépend donc de l'intégration de la formule $\frac{dy}{\sqrt{l\frac{a}{y}}}$, ou, en poſant $y = az$, afin que le tems de la deſcente ſoit $t = \frac{a}{\sqrt{f}} \int \frac{dz}{\sqrt{l\frac{1}{z}}} = \frac{a}{\sqrt{f}} \int \frac{dz}{\sqrt{l - z}}$, de l'intégration de la formule $\frac{dz}{\sqrt{l - z}}$, & même ſeulement ſa valeur qui naît ſi après l'intégration on poſe $z = 1$, vû que c'eſt le tems de la deſcente entiere qu'on deſire.

Et c'eſt là cette formule même de laquelle j'ai fait mention au commencement, & dont perſonne n'a encore donné l'intégration *a priori*, quoiqu'on la cherche ſeulement pour le cas $z = 1$.

Or

Or notre formule $\frac{dz}{\sqrt{-lz}}$ peut être conſidérée comme un cas de cette formule générale $dz(-lz)^n$, qui en naîtroit en poſant $n = \frac{1}{2}$; de façon que, ſi ſa valeur $\int dz(-lz)^n$ nous étoit connue, nous connoîtrions auſſi d'abord ſa valeur $\int \frac{dz}{\sqrt{l-z}}$. En effet, ce qui eſt alors produit ſera la valeur cherchée dont nous avons beſoin pour indiquer le tems de la deſcente du corps par la diſtance a du de forces.

Conſidérons donc cette formule qui a plus d'étendue, pour nous occuper de la recherche des cas où elle admet l'intégration; & comme on a en général, quoi que ce ſoit qu'on écrive au lieu de x & de y, $\int y\,dx = xy - \int x\,dy$, après l'application faite à la formule propoſée $\int dz(-lz)^n$, nous aurons

$$\int dz(-lz)^n = z(-lz)^n + n\int dz(-lz)^{n-1};$$

& en poſant de nouveau pour $\int dz(-lz)^{n-1}$ ſa valeur équivalente $z(-lz)^{n-1} + (n-1)\int dz(-lz)^{n-2}$, nous aurons $\int dz(-lz)^n = z(-lz)^n + nz(-lz)^{n-1} + n(n-1)\int dz(-lz)^{n-2}$. De plus, comme on a pareillement

$$\int dz(-lz)^{n-2} = z(-lz)^{n-2} + (n-2)\int dz(-lz)^{n-3},$$

en ſubſtituant de nouveau cette valeur nous obtiendrons

$$\int dz(-lz)^n = z(-lz)^n + nz(-lz)^{n-1} + n(n-1)z(-lz)^{n-2} + (n-1)(n-2)\int dz(-lz)^{n-3}.$$

D'où il paroit qu'en continuant cette ſubſtitution à l'infini, on auroit

$$\int dz(-lz)^n = z(-lz)^n + nz(-lz)^{n-1} + n(n-1)z(-lz)^{n-2} + n(n-1)(n-2)z(-lz)^{n-3} + \&c.$$

ou

$$\int dz(-lz)^n = z((-lz)^n + n(-lz)^{n-1} + n(n-1)(-lz)^{n-2} + n(n-1)(n-2)(-lz)^{n-3} + \&c.$$

Cette

Cette ſérie trouvée au lieu de ſon intégrale $dz(-lz)^n$ ſe continue réellement à l'infini, à moins que n ne ſoit un nombre entier. Conſidérons donc tout d'abord le cas où n eſt un nombre entier, & voyons ſi, des valeurs de cette formule intégrale, qu'elle revêt quand on poſe pour n un nombre entier, nous pouvons conclurre quelque choſe par rapport à la valeur qui naît ſi n eſt poſé $-\frac{1}{2}$.

Or il eſt manifeſte que, toutes les fois que n eſt un nombre entier, la ſérie trouvée pour $\int dz(-lz)^n$ eſt toujours interrompue, & que le dernier terme ſeroit

$$n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots 1.2,$$

ou en renverſant, $1.2.3.4.5.\ldots\ldots n2$. Mais tous les termes précédens ſeront multipliés par la puiſſance de $-lz$ même, & par conſéquent ils évanouiront tous à l'exception du dernier, ſi au lieu de z on met l'unité. Nous aurons donc la valeur ſuivante pour

$$\int dz(-lz)^n = 1.2.3.4.5.\ldots\ldots n.$$

Ainſi, toutes les fois que n eſt un nombre entier, nous aurons le nombre abſolu pour la valeur de $\int dz(-lz)^n$; & même tous ces nombres qui naiſſent de la formule $\int dz(-lz)^n$, ſi l'on poſe ſucceſſivement pour n tous les nombres entiers, conſtitueront une progreſſion hypergéométrique; car ils ſeront

ſi $n =$	0,	1,	2,	3,	4,	5,	&c.
$\int dz(-lz)^n =$	1,	1,	1.2,	1.2.3,	1.2.3.4,	1.2.3.4.5,	&c.
ou $\int dz(-lz)^n =$	1,	1,	2,	6,	24,	120,	&c.

Or tout cela devient d'abord manifeſte par l'équation ci-deſſus trouvée,

$$\int dz(-lz)^n = z(-lz)^n + n\int dz(-lz)^{n-1},$$

laquelle, ſi, dans le terme abſolument intégrable, on poſe pour z l'unité, ſe change en celle-ci,

$$\int dz(-lz)^n = n\int dz(-lz)^{n-1}.$$

Mais,

Mais, ſi dans cette équation on poſe ſucceſſivement pour n tous les nombres entiers, comme quand $n = 0$, $\int dz\,(-lz)^0 = z$ devient $= 1$, parce qu'après l'intégration nous poſons $z = 1$, nous aurons

ſi $n = 1$; $\int dz(-lz)^1 = 1\int dz(-lz)^0 = 1 = 1$
$n = 2$; $\int dz(-lz)^2 = 2\int dz(-lz)^1 = 1.2 = 2$
$n = 3$; $\int dz(-lz)^3 = 3\int dz(-lz)^2 = 1.2.3 = 6$
$n = 4$; $\int dz(-lz)^4 = 4\int dz(-lz)^3 = 1.2.3.4 = 24$
$n = 1$; $\int dz(-lz)^5 = 5\int dz(-lz)^4 = 1.2.3.4.5 = 120$,
&c. &c.

qui ſont les mêmes nombres que nous avons trouvés ci-deſſus.

Ainſi notre valeur deſirée n'eſt autre choſe que le terme qui dans la même progreſſion répond à l'indice $n = -\frac{1}{2}$. D'où s'enſuit que tout à préſent ſe réduit à ce que nous nous efforcions de dégager ce terme par l'interpolation.

Poſons dans ce deſſein que x ſoit le terme de cette ſérie hypergéomerrique qui répond à l'indice $-\frac{1}{2}$, & par conſéquent la valeur même de notre formule intégrale propoſée: donc, par la nature de la ſérie hypergéométrique, en vertu de laquelle chaque terme dont l'indice ſurpaſſe d'une unité l'indice du terme précédent, eſt égal au terme précédent multiplié par l'indice du ſuivant, on aura

le terme qui répond à l'indice $-\frac{1}{2} = x$,
le terme qui répond à l'indice $+\frac{1}{2} = \frac{1}{2}x$,
le terme qui répond à l'indice $+\frac{3}{2} = \frac{1.3}{2.2}x$,
le terme qui répond à l'indice $+\frac{5}{2} = \frac{1.3.5}{2.2.2}x$,
le terme qui répond à l'indice $+\frac{7}{2} = \frac{1.3.5.7}{2.2.2.2}x$,
&c.

Nous aurons donc les valeurs de $\int dz\,(-lz)^n$ même, qu'elle revêt ſi, au lieu de n, on écrit tous les nombres qui croiſſent de la moitié d'une unité; & ils ſeront,

ſi $n=0$; $\int dz(-lz)^0 = 1$	$n=-\frac{1}{2}$; $\int dz(-lz)^{-\frac{1}{2}} = x$,
$n=1$; $\int dz(-lz)^1 = 1$	$n=+\frac{1}{2}$; $\int dz(-lz)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}x$,
$n=2$; $\int dz(-lz)^2 = 1.2$	$n=1+\frac{1}{2}$; $\int dz(-lz)^{\frac{3}{2}} = \frac{1.3}{2.2}x$,
$n=3$; $\int dz(-lz)^3 = 1.2.3$	$n=2+\frac{1}{2}$; $\int dz(-lz)^{\frac{5}{2}} = \frac{1.3.5}{2.2.2}x$,
$n=4$; $\int dz(-lz)^4 = 1.2.3.4$	$n=3+\frac{1}{2}$; $\int dz(-lz)^{\frac{7}{2}} = \frac{1.3.5.7}{2.2.2.2}x$,
	$n=4+\frac{1}{2}$; $\int dz(-lz)^{\frac{9}{2}} = \frac{1.3.5.7.9}{2.2.2.2.2}x$,

&c.

Et en général, ſi n eſt un nombre quelconque entier,

le terme qui répond à l'indice n ſera $= 1.2.3.4.5 \ldots n$,

le terme qui répond à l'indice $n+\frac{1}{2} = \frac{1.3.5.7.9.11 \ldots (2n+1)}{2.2.2.2.2.2}x$,

le terme qui répond à l'indice $n+1 = 1.2.3.4.5 \ldots n(n+1)$.

Mais, ſi n eſt un nombre infini, il eſt manifeſte par le caractere de la ſérie, que les termes qui répondent aux indices n, $n+1$, $n+2$, &c. ſuivront une progreſſion géométrique. C'eſt pourquoi le terme qui répond à l'indice $n+\frac{1}{2}$ ſera moyen proportionnel entre les termes qui répondent aux indices n & $n+1$. Ainſi nous en tirerons l'équation ſuivante par laquelle le nombre x même peut être défini.

$$\frac{1.3.5.7 \ldots (2n+1)}{2.2.2.2 \ldots \ldots 2} x = \sqrt{1.2.3.4 \ldots n.\, 1.2.3.4 \ldots n(n+1)},$$

ou

$$\frac{1.3.5.7 \ldots (2n+1)}{2.2.2.2 \ldots \ldots 2} x = 1.2.3.4 \ldots n.\sqrt{(n+1)},$$

D'où nous obtenons la valeur de x même,

$$x = \frac{2.4.6.8 \ldots \ldots 2n.\, 2\sqrt{(n+1)}}{1.3.5.7 \ldots (2n-1)(2n+1)},$$

& en prenant les quarrés,

$$xx = \frac{2.2.4.4.6\,6.8.8 \ldots 2n.\ 2n.\ (4n+4)}{1.3.3.5.5.7.7.9 \ldots (2n-1)(2n+1)(2n+1)},$$

ou

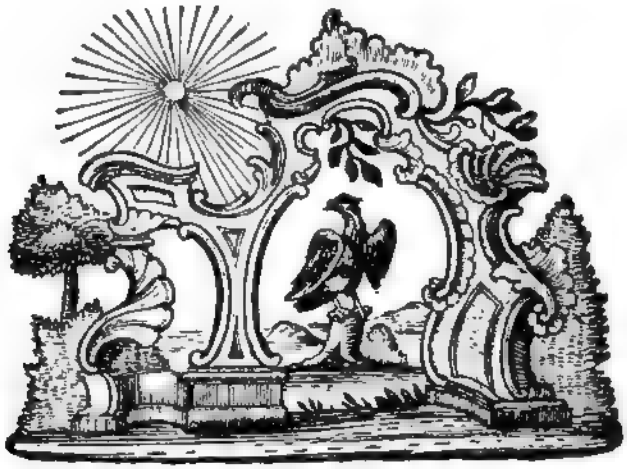
$$\frac{xx}{2} = \frac{2.2.4.4.6.6.8.8 \ldots 2n.\ 2n.\ (2n+2)}{1.3.3.5.5.7.7.9 \ldots (2n-1)(2n+1)(2n+1)}.$$

Laquelle formule trouvée par la valeur de $\frac{xx}{2}$ même, quand n eſt un nombre infiniment grand, comme nous l'avons auſſi ſuppoſé, eſt la même qne Wallis a trouvée autrefois pour la demi-circonférence d'un cercle dont le diametre $= 1$.

Si donc la circonférence d'un cercle dont le diametre $= 1$, indiquée par la lettre π, en ſorte que $\pi = 3,\ 1415926535$ &c. nous aurons cette équation $\frac{xx}{2} = \frac{\pi}{2}$, par laquelle on trouve x, c'eſt à dire la valeur de $\int \frac{dz}{\sqrt{1-zz}}$, en poſant après l'intégration $z = 1$; laquelle valeur ſera $\int \frac{dz}{\sqrt{1-zz}} = \sqrt{x}$; de ſorte que le

tems de la deſcente du corps attiré au centre de forces, en raiſon ſimple réciproque des diſtances par l'eſpace a depuis le centre, eſt $= \frac{a\sqrt{\pi}}{\sqrt{f}}$, f dénotant la diſtance où la force centripete eſt égale à la gravité.

Que ſi l'on veut ramener cette formule à une meſure abſolue, qu'on introduiſe la hauteur par laquelle un corps peſant tombe librement dans une ſeconde, laquelle ſoit g; & comme le tems de la chûte défini par les mêmes principes ſe trouve $2\sqrt{g}$, le tems que nous cherchons, exprimé en ſecondes, ſera $= \frac{a\sqrt{\pi}}{2\sqrt{fg}}$.



DU MOUVEMENT D'UN GLOBE SUR UN PLAN HORIZONTAL.

MÉMOIRE SECOND *).

PAR M. J. A. EULER.

Ayant eu, il y a quelque tems, l'honneur de préſenter à l'Académie un Mémoire, où j'ai conſidéré le mouvement d'un globe ſur un plan horizontal, j'y avois bien égard au frottement, mais je faiſois abſtraction tant de la réſiſtance de l'air que de tous les autres obſtacles qui, outre le frottement proprement dit, s'oppoſent au mouvement. Or on entend par frottement proprement dit cette force conſtante & proportionelle à la preſſion du corps mouvant, qui, ſelon une direction contraire au mouvement, commence & s'éteint ſubitement avec lui.

Je trouvai alors que le mouvement du globe, quelque irrégulier qu'il fût au commencement, ſe change toujours après un certain tems dans un mouvement rotatoire parfait; c'eſt à dire, où la viteſſe de rotation au point d'attouchement du globe ſur le plan eſt égale & contraire à la viteſſe progreſſive. C'eſt donc alors, parce que le frottement y évanouit tout à fait, que le mouvement du globe ne devroit plus être aſſujetti à aucune rétardation, & partant durer à l'infini, s'il n'éprouvoit point d'autres obſtacles.

Or l'éxpérience ne nous apprend que trop le contraire: & l'on ſait qu'un globe, qui ſe meut ſur un plan très poli, perd bientôt tout

*) Voyez le premier, Tom. XIV. p. 284.

ſon mouvement & eſt réduit en repos. Comme cette extinction du mouvement ne ſauroit être l'effet du frottement, il faut bien qu'il y ait encore d'autres obſtacles qui s'oppoſent au mouvement du globe, & auxquels il ſemble qu'on n'ait pas encore aſſez réfléchi.

On comprend aiſément que la ſeule réſiſtance de l'air n'eſt pas capable de produire cet effet; puiſqu'on ſait que, dans aucun cas, une réſiſtance qui eſt proportionelle au quarré de la viteſſe, ne ſauroit éteindre tout à fait le mouvement.

Il s'agit donc de rechercher les autres obſtacles que le globe rencontre dans ſon mouvement, enfin de découvrir la véritable cauſe qui réduit à la fin le globe en repos. Ce ſera le ſujet de mes recherches préſentes: je commencerai par examiner plus ſoigneuſement, quel effet la réſiſtance de l'air doit produire ſur le mouvement du globe, où j'aurai occaſion de faire remarquer un paradoxe bien important ſur la combinaiſon du frottement avec la réſiſtance de l'air, & qui ſemble bien mériter toute notre attention.

Enſuite je conſidérerai l'impreſſion que le globe fait ſur le plan lui-même, en s'y enfonçant tant ſoit peu: & je ferai voir que c'eſt ici qu'il faut chercher la véritable cauſe de l'extinction entiere du mouvement. Or tant d'expériences ne nous laiſſent pas douter, que, quelques durs que ſoient deux corps, lorſqu'on les preſſe l'un contre l'autre, il ſe faſſe dans chacun un petit enfoncement proportionné à la preſſion; il faut donc bien que le même effet arrive lorſqu'un globe roule ſur un plan horizontal, auquel il eſt preſſé par ſon poids. Après avoir tenu compte de cette circonſtance, on verra que la Théorie eſt parfaitement d'accord avec les phénomenes; auſſi ne ſauroit-on imaginer une autre cauſe, à l'action de laquelle le globe pourroit être aſſujetti.

PREMIERE PARTIE.

1. Quant à l'effet de la réſiſtance de l'air, je remarque d'abord, qu'il dépend uniquement du mouvement progreſſif du globe, que

que ſa direction paſſe toujours par le centre du globe, & qu'elle eſt contraire à celle mouvement du centre. Or, pour trouver la quantité de cette réſiſtance, ſi nous poſons la viteſſe du centre $= \sqrt{v}$, ou bien que v ſoit la hauteur due à cette viteſſe, on eſtime la réſiſtance de l'air égale au poids d'un cylindre d'air dont la baſe ſeroit le grand cercle du globe, & la hauteur $= v$; ce ſeroit proprement, ſelon la commune opinion, la réſiſtance qu'éprouveroit le grand cercle du globe étant mû avec la même viteſſe, & il ſemble que celle du globe devroit être poſée deux fois plus petite. Mais l'expérience nous apprend que la réſiſtance de l'air doit être eſtimée deux fois plus grande que ſelon cette regle commune, & partant égale à celle, que cette regle donne pour le grand cercle. Donc, ſi nous poſons le rayon du globe $= a$, & la raiſon du diametre à la périphérie comme 1 à π, la réſiſtance qu'éprouve le globe en ſe mouvant par l'air ſera égale au poids d'un volume d'air $= \pi aav$. Ou bien, ſi nous poſons la maſſe du globe $= M$, & que $\frac{1}{m} M$ ſoit égal au poids d'un globe d'air du même volume, parce que le volume du globe eſt $= \frac{4}{3}\pi a^3$, la réſiſtance cherchée ſera $= \frac{3Mv}{4ma}$.

2. Or, pour ne pas embrouiller cette recherche par des calculs trop embarraſſans, je ne conſidérerai que le cas où l'axe de rotation du globe eſt horizontal & perpendiculaire à la direction du mouvement du centre, en ſuppoſant toujours que le mouvement ſe fait ſur un plan horizontal. Qu'on ait donc imprimé au globe, au commencement, lorsqu'il fût encore en A, un mouvement tel, que la viteſſe du centre O ſelon OB, parallele au plan AE, ſoit due à la hauteur b, & la viteſſe de rotation dans l'équateur du globe ABCD, l'axe de rotation étant en O, & perpendiculaire à la figure, due à la hauteur c; ſuppoſons encore que la rotation ſe fait en avant dans le ſens ADCB, & en cas que la rotation ſe faiſoit en arriere dans le ſens ABCD, on n'auroit qu'à prendre la viteſſe $\sqrt{c}$ négative. Poſons pour abréger la viteſſe OB ou AE $= \sqrt{b} = \mathfrak{b}$, & celle ſelon

Planche VI. Fig. 1.

ADCB ou $Ae = Vc = \gamma$, & le point A du globe étant porté par ces deux viteſſes, il y aura deux cas à diſtinguer, ſelon que la viteſſe $\mathfrak{C}$ eſt ou plus grande ou plus petite que γ. Nous verrons dans la ſuite que l'un & l'autre cas ſe changent après un tems déterminé dans un troiſieme, qui tient un milieu entr'eux, & où $\mathfrak{C} = \gamma$.

PREMIER CAS
où $\mathfrak{C} > \gamma$.

3. Soit donc premierement $\mathfrak{C} > \gamma$, & que le globe après un tems écoulé t ſoit parvenu en P, où ſa viteſſe du centre ſelon
Fig. 3. OQ ſoit $= Vv = p$, & celle de rotation dans l'équateur ou dans le point P ſelon PSRQ $= Vu = q$. Suppoſons qu'il ſoit encore $p > q$. Or la réſiſtance de l'air agiſſant ſelon OS avec une force $= \frac{3Mv}{4ma} = \frac{3Mpp}{4ma}$, puiſque le point P ſe meut par le mouvement progreſſif ſelon PE avec la viteſſe p, & par le mouvement de rotation ſelon PF avec la viteſſe $= q$, ce point P raſera encore le plan ſelon la direction PE avec une viteſſe $= p - q$, & partant le frottement agira ſur le point P dans le ſens contraire PF; & comme cette force eſt proportionelle à la preſſion du globe M, poſons la $= \lambda M$, de ſorte que le mouvement progreſſif ſoit rétardé en tout par la force $\lambda M + \frac{3Mpp}{4ma}$, ce qui donne par les principes connus de la Mécanique $2dp = -\lambda dt - \frac{3ppdt}{4ma}$, ou bien $ds = \frac{-8madp}{4\lambda ma + 3pp}$. Enſuite, poſant le moment d'inertie du globe $= Mkk$, parce que le frottement donne le moment λMa, la réſiſtance de l'air n'entrant point ici en compte, le mouvement de rotation en ſera accéléré de ſorte que ſoit $2dq = \frac{\lambda aadt}{kk}$.

4. Donc

4. Donc, parce que depuis le commencement du mouvement la viteſſe progreſſive va toujours en diminuant, & celle de rotation toujours en augmentant, ces deux viteſſes doivent enfin s'égaler. Or, dès que cela arrive, le frottement évanouit, & les formules trouvées n'auront plus lieu; le globe commencera ſubitement à ſe mouvoir ſelon d'autres loix que je donnerai au troiſieme cas. Mais, pour trouver le tems où ce changement ſubit arrive, & où $\frac{4}{3}\lambda mq = \alpha\alpha$, de ſorte que nous ayons $dt = \frac{-8mqdp}{3(\alpha\alpha + pp)}$, & nous trouverons en intégrant $t = \frac{8mq}{3\alpha}\left(\text{A. tang}\frac{\zeta}{\alpha} - \text{A. tang}\frac{p}{\alpha}\right)$.

Et puiſque l'autre équation $2dq = \frac{\lambda qqdt}{kk}$

donne par l'intégration $2q - 2\gamma = \frac{\lambda qqt}{kk}$,

ou bien $t = \frac{2kk(q-\gamma)}{\lambda qq}$,

en poſant $p = q$, & en égalant les deux valeurs trouvées pour t, nous aurons $\frac{3\alpha kk(q-\gamma)}{4\lambda mq^3} = \text{A. tang}\frac{\zeta}{\alpha} - \text{A. tang}\frac{q}{\alpha}$, dont on ne ſauroit obtenir la valeur de q que par approximation. Cependant on voit que q aura toujours une valeur déterminée, d'où l'on trouvera le tems cherché, après lequel devient $p = q$, & qui ſera exprimé en ſorte $t = \frac{2k^2(q-\gamma)}{\lambda qq}$.

SECOND CAS
où $\zeta < \gamma$.

5. Soit maintenant $\zeta < \gamma$, & que cette même condition ait encore lieu après le tems t, lorsque le globe ſe trouve au point P; la viteſſe progreſſive $Vv = p$, y ſera donc encore plus petite que

la viteſſe de rotation dans l'équateur $\gamma u = q$, & le point P raſera le plan ſelon la direction PF, de ſorte que le frottement agit ſuivant la direction contraire PE, avec une force qui ſoit λM, & qui dans le cas préſent accélérera le mouvement progreſſif, & retardera celui de rotation. Enſuite, l'air réſiſtant au mouvement progreſſif du globe comme ci-deſſus, ſuivant la direction OS, avec une force $= \frac{3Mpp}{4ma}$; nous obtiendrons pour le mouvement du globe les deux équations ſuivantes:

I. Pour le mouvement progreſſif $dt = \lambda dt - \frac{3ppdt}{4ma}$,

$$\text{de là} \quad dt = \frac{8madp}{4\lambda ma - 3pp},$$

$$\text{& en poſant } 4\lambda ma = 3aa, \quad dt = \frac{8madp}{3(aa - pp)},$$

$$\text{dont l'intégrale eſt} \quad t = \frac{4ma}{3a} \sqrt{\frac{(a+p)(a-\mathfrak{C})}{(a-p)(a+\mathfrak{C})}}.$$

II. Pour le mouvement de rotation $2dq = \frac{-\lambda aadt}{kk}$,

$$\text{& en intégrant} \quad 2(\gamma - q) = \frac{\lambda aat}{kk},$$

$$\text{de là} \quad t = \frac{2kk(\gamma - q)}{\lambda aa},$$

$$\text{de ſorte que nous ayons} \quad \frac{4ma}{3a} \sqrt{\frac{(a+p)(a-\mathfrak{C})}{(a-p)(a+\mathfrak{C})}} = \frac{2kk(\gamma - q)}{\lambda aa}.$$

6. Si $\mathfrak{C}$ étoit plus petit que a ou $b < \frac{3}{4}\lambda ma$; p ſeroit toujours plus petit que a; de même, ſi $\mathfrak{C} > a$, ou $b > \frac{3}{4}\lambda ma$, p demeureroit toujours plus grand que a, & on n'auroit $p = a$, qu'après

qu'après un tems infini. Or, quoiqu'il arrive, il y aura toujours à la fin $q = p$, & on obtient pour ce terme

$$\frac{3\alpha kk(\gamma - p)}{2\lambda m a^3} = l\frac{(\alpha - \xi)(\alpha + p)}{(\alpha + \xi)(\alpha - p)},$$

d'où il faut chercher par approximation la quantité p, laquelle étant trouvée, on tirera aiſément le tems t, où $p = o$, qui ſera

$$t = \frac{2kk(\gamma - p)}{\lambda aa}.$$

Mais, dans le cas où $\xi = \alpha$, la valeur de p ne ſera plus aſſujettie à aucune variation, & il y aura conſtamment $p = \alpha$; c'eſt à dire le mouvement progreſſif ſera uniforme: or le mouvement rotatoire dans l'équateur lui deviendra égal après un tems écoulé

$$t = \frac{2kk(\gamma - \alpha)}{\lambda aa}.$$

Donc tous les deux cas que nous venons de développer ſe réduiſent après un tems déterminé au cas $q = p$, dont la ſolution renferme des difficultés qui lui ſont tout à fait particulieres, & dont je vais donner une évolution complette.

TROISIEME CAS
où $\xi = \gamma$.

7. Conſidérons donc le cas où $\xi = \gamma$, & ſi l'on faiſoit abſtraction de la réſiſtance de l'air, le globe continueroit ſelon le calcul à rouler uniformement ſur le plan. Mais la réſiſtance de l'air produit un effet tout particulier. Au premier inſtant, il eſt clair que le globe ne reſſent aucun frottement: or, dès qu'il ſe meut plus outre, la réſiſtance de l'air le repouſſant ſelon OS avec une force $= \frac{3Mb}{4ma}$, le mouvement progreſſif en ſera rallenti, comme on le peut encore voir par les formules de ci-deſſus. Mais, comme le mouvement de

rotation n'en ſouffre cependant aucun changement, dès l'inſtant ſuivant le point P acquerra un mouvement ſelon PF, & toute la quantité du frottement λM lui réſiſtera ſelon la direction contraire PE. Enſuite, le mouvement de rotation commencera auſſi d'en ſentir l'effet en devenant de plus en plus lent, juſqu'à ce qu'il redevienne égal au mouvement progreſſif. Maintenant, comme il ſe trouve au même cas qu'au commencement, il faudroit recommencer ces recherches de nouveau. Or une telle évolution inſtantanée, où le frottement devient alternativement, ou égal à zéro, ou ſubitement égal à λM, avanceroit très peu une parfaite connoiſſance du mouvement entier: d'ailleurs un tel développement étant trop périlleux & trop ſujet aux faux pas, enfin très peu conforme aux principes de la Mécanique, il ſera plus convenable de l'abandonner & d'entreprendre cette recherche d'une toute autre façon.

8. Je remarque d'abord que, le mouvement de rotation demeurant le même, le mouvement progreſſif ne ſauroit être retardé par la réſiſtance de l'air, ſans que le point P en reçoive un mouvement, & en raſant le plan en reſſente l'effet du frottement. Or cette force qui réſulte du frottement étant contraire à la réſiſtance de l'air, pourvu que celle-ci ne ſoit pas plus grande que le frottement total λM, elle en ſera toujours détruite. Car c'eſt ici qu'il faudra faire remarquer, que le frottement doit être eſtimé tout autrement lorsqu'il attire un mouvement déjà produit que lorsqu'il s'oppoſe à un mouvement naiſſant; dans le premier cas, il eſt toujours, comme nous l'avons ſuppoſé jusqu'ici, d'une même grandeur, ſavoir λM, mais dans l'autre cas, comme il ne fait qu'empêcher le mouvement qui va naître, il doit être eſtimé égal à la force ſollicitante, puisqu'il en empêche l'effet tant que cette force ſollicitante ne ſurpaſſe pas la quantité λM. Et dès que la force ſollicitante ſurpaſſe cette quantité λM, le frottement ne lui oppoſe plus que ſa force naturelle λM, & agira alors ſur le mouvement conformément aux regles établies, par leſquelles on pourra déterminer le mouvement dans ce cas. Il ſe préſente donc

deux

deux cas à conſidérer, ſelon que la force qui agit au point P eſt plus petite ou plus grande que λM.

9. Or, avant que d'entreprendre une évolution complette de ces deux cas, il nous conviendra de chercher de quelle quantité doit être une force qui agit ſelon PE, afin que le point P demeure en repos. Il eſt clair qu'on trouvera cette force requiſe en poſant les accroiſſemens des deux viteſſes ξ & γ (qui ſont égales entr'elles) auſſi égaux entr'eux.

Soit donc la force PE que nous cherchons $= Mz$, & comme la force née de la réſiſtance de l'air ſelon OS eſt $= \frac{3M\xi\xi}{4ma}$, nous en trouverons les accroiſſemens des viteſſes ſuivans:

$$2d\xi = zdt - \frac{3\xi\xi dt}{4ma}, \quad \& \quad 2d\gamma = \frac{-aazdt}{kk}.$$

Donc, afin que ces deux accroiſſemens deviennent égaux entr'eux, nous trouvons $z = \frac{3\xi\xi kk}{4ma(aa+kk)}$, de ſorte que la force PE requiſe pour tenir le point P en repos eſt $= \frac{3M\xi\xi kk}{4ma(aa+kk)}$.

Tandis donc que cette force eſt plus petite que λM, le frottement fournira lui-même très amplement cette force, & empêchera par là que le point P raſe le plan. Or ſi la force trouvée eſt plus grande que λM, le frottement ne la ſauroit plus fournir, & partant il nous faudra mettre au lieu de la force PE une force plus petite λM, laquelle ne pouvant plus retenir le point P en repos, ce point P commencera en effet à ſe mouvoir en arriere. Dévelopons maintenant l'un & l'autre cas en particulier.

I.

10. Soit premierement $\frac{3\mathfrak{G}\mathfrak{G}kkM}{4ma(aa+kk)} < \lambda M$, ou $\mathfrak{G}\mathfrak{G} < \frac{4\lambda ma(aa+kk)}{3kk}$, puisque le point P ne ſouffre aucun frottement, & partant le mouvement du centre & celui de rotation décroiſſent également, ces deux mouvemens demeureront toujours égaux entr'eux, & le globe roulera d'un mouvement rotatoire rallenti. Savoir, ſi après un tems écoulé t la viteſſe du centre eſt $= p$, on a auſſi la viteſſe de rotation dans l'équateur $= p$, & à cauſe de la force ſelon PE $= \frac{3Mkkpp}{4ma(aa+kk)}$,

on obtiendra pour le mouvement du globe

$$2dp = \frac{-3appdt}{4m(aa+kk)},$$

ou bien $\frac{2dp}{pp} = \frac{-3adt}{4m(aa+kk)}$,

& en intégrant $\frac{2}{\mathfrak{G}} - \frac{2}{p} = \frac{-3at}{4m(aa+kk)}$,

& de là $p = \frac{8m\mathfrak{G}(aa+kk)}{8m(aa+kk)+3\mathfrak{G}at}$.

Les deux viteſſes du globe décroiſſent donc également de plus en plus, mais elles n'évanouiront tout à fait qu'après un tems infini.

II.

11. Or, s'il y a au commencement $\frac{3\mathfrak{G}\mathfrak{G}kkM}{4ma(aa+kk)} > \lambda M$, ou $\mathfrak{G}\mathfrak{G} > \frac{4\lambda ma(aa+kk)}{3kk}$, le mouvement de rotation ſurpaſſera bientôt celui du centre; ſavoir, quand même il y auroit $\gamma = \mathfrak{G}$,

on aura, après un tems écoulé t; $q > p$, & le frottement agira ſelon PE avec toute ſa force $= \lambda M$.

On obtiendra donc les deux équations ſuivantes:

$$2\,dp = \lambda\,dt - \frac{3ppdt}{4ma},$$

$$2\,dq = \frac{-\lambda a a dt}{kk}.$$

D'où en intégrant, & poſant comme ci-deſſus (5)

$$\tfrac{4}{3}\lambda ma = \alpha\alpha, \quad \text{à cauſe de } \mathfrak{G}\mathfrak{G} > \frac{\alpha\alpha(aa + kk)}{kk},$$

ou $\mathfrak{G} > \alpha$; ſi nous poſons qu'il ſoit encore $p > \alpha$, nous obtiendrons cette double valeur pour t:

$$t = \frac{4ma}{3a}\,l\,\frac{(p+\alpha)(\mathfrak{G}-\alpha)}{(p-\alpha)(\mathfrak{G}+\alpha)} = \frac{2kk(\mathfrak{G}-q)}{\lambda aa},$$

12. Comme la viteſſe p décroit, & qu'elle ne ſauroit être diminuée au de là du limite α, la viteſſe q décroiſſant en attendant beaucoup plus vite, on aura avec le tems encore une fois $q = p$, de ſorte qu'il faudra alors recommencer la recherche de nouveau; ſavoir, ſi $\frac{3ppkkM}{4ma(aa+kk)} \leq \lambda M$, on ſe ſervira des préceptes donnés au §. 10. & ſi $\frac{3ppkk}{4ma(aa+kk)} > \lambda$, on ſe ſervira de ceux du §. précédent. Mais nous allons voir que ce dernier cas ne ſauroit plus avoir lieu, de ſorte que le globe finit par ſe mouvoir ſelon les préceptes donnés au §. 10.

13. Puisqu'on a dès le commencement $q > p$, & qu'enſuite il devient derechef $q = p$, il eſt néceſſaire que pendant cet eſpace de tems la différence entre q & p devienne la plus grande; ce qui arri-

arrivera effectivement lorsque $dq - dp = 0$, & partant lorsque $pp = \frac{4\lambda ma(aa + kk)}{3kk}$, ou $pp = \frac{aa(aa + kk)}{kk}$. De là on voit que, puisque la viteſſe p continue à décroître, lorsqu'il y aura encore une fois $p = q$, il faudra qu'il ſoit

$$pp < \frac{4\lambda ma(aa + kk)}{3kk}:$$

de ſorte que le mouvement du globe ne ſera plus aſſujetti à aucun changement, mais qu'il commencera dès ce moment à être conforme aux formules du §. 10. Le globe continuera donc de rouler ſur le plan, de maniere qu'il y ait toujours $q = p$, & tant ſon mouvement progreſſif que celui du centre décroîtront également, mais ils n'évanouiront tout à fait qu'après un tems infini. D'ailleurs cet eſpace de tems, pendant lequel le globe ſe meut en raſant le plan depuis le commencement où $\gamma = 6$, juſqu'à ce qu'il devienne derechef $q = p$ eſt bien à remarquer, & il ſera convenable de développer un cas particulier.

14. Je ſuppoſerai donc que le globe qui ſoit compoſé d'une matiere homogene, ſoit 2000 fois plus peſant qu'un globe d'air du même volume, de ſorte qu'on ait $m = 2000$, & $kk = \frac{2}{5}aa$. Enſuite, ſoit pour le frottement $\lambda = \frac{1}{3}$, & on obtiendra

$$\frac{4\lambda ma(aa + kk)}{3kk} = 3111\tfrac{1}{9}a.$$

Poſons maintenant que le globe ait au commencement reçu un mouvement tel que, tant ſa viteſſe progreſſive que celle de rotation dans l'équateur ſoit due à la hauteur $6480a$, pour avoir $6 = \gamma = 36\sqrt{5a}$, & à cauſe de $\alpha a = \frac{8}{9}\frac{2}{5}\frac{0}{0}a$, & $\alpha = \frac{4}{5}\sqrt{5a}$, on trouvera (11),

$$t = 40\sqrt{5a}\,l\frac{(3p + 40\sqrt{5a})(36 - \frac{40}{3})}{(3p - 40\sqrt{5a})(36 + \frac{40}{3})} = \tfrac{1}{5}^2(36\sqrt{5a} - q)$$

Soit

Soit $p = xV5a$, & $q = yV5a$, de ſorte que nous ayons

$$t = 40V5a\, l\frac{17(3x+40)}{37(3x+40)} = \frac{12V5a}{5}(36-y),$$

& pour trouver le tems où il arrive que $p = q$, ou bien que $x = y$, on aura à réſoudre cette équation

$$l\frac{17(3x+40)}{37(3x-40)} = \frac{3(36-x)}{50}.$$

15. La différence entre p & q eſt la plus grande lorsque $pp = \frac{2800}{9}a$, ou $p = \frac{20}{3}V70a$, & partant lorsque $x = \frac{20}{3}V14$: de ſorte que, pour le moment où $p = q$, il y aura $x < \frac{20}{3}V14$, ou bien $x < 25$, & puisque $3x - 40$ doit être une quantité affirmative, nous apprennons encore que $x > 13\frac{1}{3}$: ce qui nous aidera à chercher la valeur de x de l'équation du §. précédent, ſachant maintenant que cette valeur doit être contenue entre les limites $13\frac{1}{3}$ & 25. Or les logarithmes qui entrent dans ce calcul étant des logarithmes hyperboliques, afin que nous puiſſions nous ſervir des logarithmes tabulaires, nous devons changer notre équation en celle-ci

$$2,30258509\, l\frac{17(3x+40)}{37(3x-40)} = \frac{1}{5}(36-x),$$

ou $36 - x = 38,376418\, l\frac{17(3x+40)}{37(3x-40)}$, ou bien encore

$$48,96175 - x = 38,376418\, l\frac{3x+40}{3x-40},$$

laquelle ſera la plus propre pour trouver la valeur de x par approximation; ce qui ſe fera par les ſuppoſitions ſuivantes

s'il étoit $x = 20$, on obtiendroit $28,96175 = 26,824$

s'il étoit $x = 19$, on obtiendroit $29,96175 = 29,02497$, &

s'il étoit $x = 18$, on obtiendroit $30,96175 = 31,73730$.

De là on conclut la vraye valeur pour $x = 18,453$, & partant $p = 18,453\sqrt{5a}$; $pp = v = 1702,56a$, & enfin

$$t = 42,113\sqrt{5a}.$$

Pour réduire cette valeur aux meſures vulgaires du tems, ſoit g la hauteur par laquelle un corps grave tombe dans une ſeconde, & on aura $t = 21,057\sqrt{\frac{5a}{g}}$ ſecondes:

Donc, g étant $= 15,625$ pieds du Rhin, ſi nous poſons $a = \frac{1}{16}$ pied, nous trouverons $t = 2,779$ ſecondes.

16. Comme cette viteſſe $v = 1702,56a$, eſt plus petite que le limite trouvé au §. 15. $3111\frac{1}{9}a$; le globe commencera dès-lors à rouler avec un mouvement rotatoire continuellement rallenti ſelon les loix trouvées au §. 10. Pour en donner un exemple, ſoit comme ci deſſus $m = 2000$, $\lambda = \frac{1}{3}$, & $kk = \frac{2}{5}aa$; enſuite que l'une & l'autre viteſſe du globe ſoit due à la hauteur b; ou, pour réduire d'abord toutes les quantités à des meſures abſolues, ſi g eſt la hauteur par laquelle un corps grave tombe dans une ſeconde, la viteſſe du globe répondra à l'eſpace $= 2\sqrt{bg}$ par ſeconde. Donc, après un tems t, la viteſſe du mouvement tant progreſſif que rotatoire du globe ſera $= \frac{112000a\sqrt{b}}{112000a + 15t\sqrt{b}}$. Et ſi l'on demande quelle ſera la viteſſe du globe après n ſecondes, on n'aura qu'à poſer pour t ſa valeur de $2n\sqrt{g}$, & la viteſſe du globe ſera encore ſi grande qu'il en pourra parcourir dans une ſeconde l'eſpace

$$\frac{22400a\sqrt{bg}}{11200a + 3n\sqrt{bg}}.$$

Par conſéquent, ſi la viteſſe au commencement répond à l'eſpace de c pieds par ſeconde; après n ſecondes la viteſſe du globe ne répondra plus qu'à $\frac{22400ac}{22400a + 3nc}$ pieds par ſecondes, & partant la viteſſe

ſera

ſera décrue juſqu'à la moitié, c'eſt à dire, juſqu'à $\frac{1}{2}c$ après $\frac{22400a}{3c}$ ſecondes.

17. D'où l'on voit que, quand même on introduit au calcul la réſiſtance de l'air, & qu'on l'eſtime ſelon la maniere ordinaire, comme nous l'avons fait au §. 1; le globe gardera toujours, après un tems quelque grand qu'il ſoit, encore un reſte de mouvement, & que ce mouvement ne s'éteindra qu'après un tems véritablement infini.

Par exemple, ſoit $c = 10$ pieds, & $a = \frac{1}{10}$ pieds, de ſorte qu'après n ſecondes la viteſſe du globe ſoit encore

$$\text{de } \frac{2240}{224 + 3n} \text{ pieds par ſeconde,}$$

& partant

après le tems de			la viteſſe ſera de	
min.				
1	=	60	5, 544	pieds par ſeconde.
2	=	120	3, 835	
3	=	180	2, 932	
4	=	240	2, 373	
5	=	300	1, 993	
10	=	600	1, 106	
15	=	900	0, 766	
30	=	1800	0, 398	
60	=	3600	0, 212	

De ſorte que, dans l'eſpace d'une heure entiere, le globe aura encore conſervé quelque mouvement.

18. Mais comme en effet & ſelon les expériences le mouvement du globe ſur un plan horizontal s'éteint bientôt tout à fait, il nous reſte de rechercher la cauſe de ce phénomene, qui, comme nous venons de voir, ne ſauroit être l'effet ni de la réſiſtance de l'air ni du frotte-

ment proprement dit. Car; quant à la réſiſtance de l'air, il n'y a point de doute que les formules que nous en avons tirées, ne ſoient conformes & à la vérité & aux expériences.

Il eſt bien vrai que les Phyſiciens ont obſervé, que pour des viteſſes extrêmement petites, la réſiſtance de l'air doit à proportion être eſtimée un tant ſoit peu plus grande que pour les viteſſes médiocres; laquelle augmentation eſt attribuée à la ténacité de l'air: de ſorte qu'il nous auroit fallu ajouter une certaine, mais très petite, quantité conſtante à la réſiſtance de l'air ſurtout lorsque le globe commence à ſe mouvoir lentement. Or je doute que cette petite augmentation introduite au calcul nous eût expliqué la ceſſation du mouvement: elle eſt trop petite pour ne pouvoir pas être négligée à l'égard de la réſiſtance de l'air, comme nous l'avons exprimé dans notre calcul.

D'ailleurs, quand même on feroit mouvoir un globe ſur un plan horizontal inclus dans un récipient dont on ait tiré l'air, il me ſemble que je pourrois avouer hardiment que ſon mouvement s'éteindroit néanmoins très vite. De ſorte que, puiſqu'on ne ſauroit en aucune façon faire conſentir le calcul avec l'expérience, ni par la réſiſtance de l'air ni par le frottement proprement dit, la cauſe en doit abſolument être ſituée dans le plan même ſur lequel le globe ſe meut; ce que je vais examiner dans cette ſeconde Partie.

SECONDE PARTIE.

19. En effet, ſi nous examinons avec attention le mouvement d'un globe ſur un plan horizontal, il ne nous ſera pas difficile de découvrir dans ſon roulement, outre le frottement & la réſiſtance de l'air, encore un autre obſtacle né de l'impreſſion du globe dans le plan: Savoir, en faiſant réflexion que tant le globe que le plan ſont des corps ni parfaitement durs ni parfaitement élaſtiques, lorsque le globe ſe meut ſur le plan, quelque dur que ſoit ce plan, le globe y fera toujours par ſon poids une impreſſion de ſorte que le point qui en ſe mouvant entre pour ainſi parler dans le plan, en ſouffre réciproquement une réaction

réaction & comme cette nouvelle force de réaction: paſſe par le centre du globe O, ſa direction étant oblique, il en naitra une force qui ſollicite le globe en arriere ſelon la direction OS.

Il nous faudra donc encore ajouter au frottement; comme nous l'avons eſtimé jusqu'ici, une petite force qui ſollicite le globe ſelon la direction OS contraire au mouvement, & qui ſera d'autant plus petite que le plan ſur lequel le mouvement ſe fait eſt plus dur, cette force encore n'évanouira qu'avec le mouvement même.

20. Comme cette force qu'on doit ajouter au frottement eſt conſtante, on la peut très aiſément combiner avec l'autre particule conſtante dont j'ai fait mention au §. 18. & qui doit être ajoutée à la réſiſtance de l'air. De ſorte que la force de ci-deſſus (§. 10) $\frac{3app}{4m(aa+kk)}$ par laquelle le mouvement rotatoire du globe eſt retardé, doit encore être augmentée d'une certaine particule conſtante, que je nommerai δ, & qu'il ſera permis de négliger dans les mouvemens rapides, mais auſſi dont l'effet ſera d'autant plus conſidérable que le mouvement du globe ſera devenu plus lent. Et ce ſera de cette maniere, en ayant égard à la particule δ, que nous trouverons le parfait conſentement du calcul d'avec l'expérience.

21. Or on aura pour la rétardation du mouvement rotatoire

$$2dp = -\delta dt - \frac{3appdt}{4m(aa+kk)},$$

c'eſt l'équation dont je me ſuis ſervi au §. 10; comme il y s'agit des mouvemens lents, j'y ai ſuppoſé la viteſſe initiale due à la hauteur ϵ plus petite que $\frac{4\lambda ma(aa+kk)}{3kk}$. On obtiendra donc de cette équation

$$-dt = \frac{8m(aa+kk)dp}{4\delta m(aa+kk)+3app},$$

laquelle en posant pour abréger $4\delta m(aa + kk) = 3aaa$, se change en $-\frac{\delta dt}{2a} = \frac{a\,dp}{aa + pp}$, dont l'intégrale est

$$\frac{\delta t}{2a} = \text{A tang}\,\frac{\mathfrak{G}}{a} - \text{A tang}\,\frac{p}{a},$$

d'où l'on voit que, posant $p = 0$, le globe arrive effectivement au repos après un tems écoulé $t = \frac{2a}{\delta}$ A. tang $\frac{\mathfrak{G}}{a}$; or a est $= 2\sqrt{\frac{\delta m(aa + kk)}{3a}}$. Il est donc clair que, quelque petite que soit la particule δ dont on doit augmenter la résistance de l'air, le mouvement du globe s'éteindra pourtant conformément à l'expérience après un tems fini.

22. Pour réduire ces formules à des mesures absolues, soit g la hauteur par laquelle un corps grave tombe dans une seconde, soit encore c l'espace parcouru dans une seconde par une vitesse égale à celle que le globe a reçu au commencement, ou soit $\mathfrak{G} = \frac{c}{2\sqrt{g}}$.

Ensuite, supposant que le mouvement du globe s'éteint après n secondes, il faudroit qu'il soit $t = 2n\sqrt{g}$, & notre équation réduite à des mesures absolues obtiendra la forme suivante

$$2n\sqrt{g} = \frac{2a}{\delta}\,\text{A tang}\,\frac{c}{2a\sqrt{g}},$$

de sorte que le tems de la durée du mouvement du globe sera exprimé en secondes de cette façon

$$n = \frac{a}{\delta\sqrt{g}}\,\text{A tang}\,\frac{c}{2a\sqrt{g}},$$

ou bien, en ſubſtituant pour α la valeur qu'on lui a donnée au §. 20, on trouvera

$$n = 2V\frac{m(aa + kk)}{3\delta ag} \text{ A tang } \frac{cV3a}{4V\delta m(aa + kk)g},$$

où il faut remarquer que g dénote 15,625 pied du Rhin.

23. Comme l'arc du cercle qui entre dans nos formules ne ſauroit ſurpaſſer le quadrant ou $\frac{\pi}{2}$; quelque vite qu'ait été le mouvement du globe au commencement, pourvu qu'il n'ait pas excedé ſon limite indiqué au §. 21, tout ſon mouvement s'éteindra encore avant

$$\pi V\frac{m(aa + kk)}{3\delta ag} \text{ ſecondes,}$$

Donc, en faiſant des expériences, ſi nous obſervons combien de ſecondes s'écoulent juſqu'à ce que le mouvement le plus vite s'éteint, nous en pourrons conclurre la valeur de la particule δ, & pour divers plans, & pour divers globes.

24. Au reſte il ſe préſente ici une queſtion très importante, ſavoir, le plan avec les autres circonſtances demeurant les mêmes, ſi la particule δ eſt conſtante, ou ſi elle dépend de la grandeur & du poids du globe? Elle ſeroit conſtante ſi cette autre force qu'on doit ajouter à la réſiſtance de l'air, étoit proportionelle au poids du globe, ce qui paroit aſſez conforme à la vérité. D'ailleurs on ne ſauroit ici rien déterminer ni par des calculs ni par des ſpéculations; mais il conviendroit de faire pluſieurs expériences & d'en conclurre pour chaque cas la valeur de la particule δ.

25. Si δ étoit une quantité conſtante, la durée du mouvement ſeroit d'autant plus grande que le globe ſeroit & plus grand & plus peſant. Or, pour rendre ceci plus clair & plus intelligible, ſervons nous d'un exemple. Soit $m = 2000$, ou poſons que le globe

ſoit 2000 fois plus peſant que l'air. Enſuite, le globe étant compoſé d'une matiere homogene, nous aurons encore $kk = \frac{2}{3}aa$, & partant

$$n = 40\sqrt{\frac{7a}{3\delta g}} \cdot \text{A tang} \frac{c\sqrt{3}}{89\sqrt{7\delta ag}}.$$

De plus, poſons $c = 10$ pieds, $a = \frac{1}{100}$ pieds, & à cauſe de $g = 15,625$ pieds, nous trouverons

$$n = \frac{16}{5}\sqrt{\frac{7}{3\delta}} \text{ A. tang } \frac{1}{100}\sqrt{\frac{3}{7\delta}}$$

Maintenant δ étant très petit, ſi nous poſons que cette particule de la réſiſtance devient égale à l'autre lorsque la viteſſe du globe fait $\frac{1}{10}$ pieds par ſeconde, nous trouverons à peu près $\delta = \frac{1}{2000000}$, & ſi nous poſons la même choſe lorsque la viteſſe du globe répond à 1 pieds par ſeconde, nous aurons $\delta = \frac{1}{2000}$.

Or cette valeur ſemble être trop grande pour un plan bien poli, & trop petite pour un plan rude.

26. Feignons quelques valeurs pour δ, & cherchons pour chaque cas la durée du mouvement.

Soit $\sqrt{\frac{3}{7\delta}} = \varepsilon$, de ſorte que ſoit $\delta = \frac{3}{7\varepsilon\varepsilon}$, &

$$n = \frac{112.\varepsilon}{15} \text{ A tang } \frac{\varepsilon}{10}.$$

Et

Et nous aurons pour les poſitions ſuivantes les valeurs correſpondantes pour n contenues dans cette Table

ε	δ	n		
10	$\frac{3}{700}$	$\frac{1}{1}\frac{2}{5}\cdot\varepsilon$ A tang 1	=	58″, 64
20	$\frac{3}{2800}$	$\frac{1}{1}\frac{2}{5}\cdot\varepsilon$ A tang 2	=	165, 34
30	$\frac{3}{6300}$	$\frac{1}{1}\frac{2}{5}\cdot\varepsilon$ A tang 3	=	279, 76
40	$\frac{3}{11200}$	$\frac{1}{1}\frac{2}{5}\cdot\varepsilon$ A tang 4	=	378, 62
50	$\frac{3}{17500}$	$\frac{1}{1}\frac{2}{5}\cdot\varepsilon$ A tang 5	=	512, 75
60	$\frac{3}{25200}$	$\frac{1}{1}\frac{2}{5}\cdot\varepsilon$ A tang 6	=	629, 80
70	$\frac{3}{34300}$	$\frac{1}{1}\frac{2}{5}\cdot\varepsilon$ A tang 7	=	746, 96
80	$\frac{3}{44800}$	$\frac{1}{1}\frac{2}{5}\cdot\varepsilon$ A tang 8	=	864, 09
90	$\frac{3}{56700}$	$\frac{1}{1}\frac{2}{5}\cdot\varepsilon$ A tang 9	=	981, 29
100	$\frac{3}{70000}$	$\frac{1}{1}\frac{2}{5}\cdot\varepsilon$ A tang 10	=	1098, 50

C'eſt pourquoi, ſi l'on obſervoit par exemple, le tems de la durée du mouvement de $3' = 180''$, on trouveroit réciproquement $\varepsilon = 21,28$, & partant $\delta = \frac{1}{1050}$ laquelle valeur devient égale à l'autre partie de la réſiſtance, ſavoir celle qui dépend de la viteſſe, lorsque la viteſſe du globe eſt due à la hauteur de $\frac{1}{3}\frac{2}{1}\frac{2}{7}$ pieds, ou bien lorsque la viteſſe répond à $4,^{\circ}_{5}$ pieds par ſeconde.

27. Il paroit hors de doute qu'aux jeux de *Billard* la particule δ doit être eſtimée encore plus grande que nous ne l'avons ſuppoſée dans la table précédente, parce que les billes, avec quelque force qu'on les pouſſe, ne gardent cependant leur mouvement que pendant peu de ſecondes: il eſt bien vrai qu'elles perdent beaucoup de leur mouvement par les réflexions des bandes; cependant, quand même on ôteroit la bande, je doute fort ſi la bille ſe mouvroit pendant une minute entiere. Peut-être la particule δ ne ſurpaſſera-t-elle pas même $\frac{1}{800}$ ou encore $\frac{1}{1000}$: & comme on ne ſauroit ici, en aucune façon, attribuer cet effet à la ténacité de l'air, qui ſelon les expériences eſt trop petite, la cauſe n'en peut être que la grande impreſſion que la bille fait dans le drap. Auſſi remarque-t-on très diſtinctement com-

me le drap ſe comprime à meſure que la bille s'y meut, de laquelle compreſſion par conſéquent doit naître cette même force que nous avons indiquée par la lettre δ. On ne ſauroit ici objecter que cette force ſe détruit par la reſtitution du drap en arriere, le drap n'étant point un corps parfaitement élaſtique, & cette reſtitution n'arrivant pas aſſez promtement.

28. Donc, ſi nous poſons $\delta = \frac{1}{1000}$, & $m = 2000$; kk étant $= \frac{2}{5}aa$, l'expreſſion donnée au §. 22. aſſignera le tems écoulé depuis le commencement du mouvement juſqu'à ſon extinction, en ſecondes, de cette maniere

$$n = \frac{400\sqrt{7a}}{\sqrt{3g}} \text{ A. tang } \frac{c\sqrt{3}}{8\sqrt{7ag}}.$$

Soit enſuite le rayon du globe $= \frac{1}{12}$ pieds du Rhin; puisqu'alors $g = 15\frac{5}{8}$ pieds, ſi nous exprimons de même la viteſſe c en pieds du Rhin, nous obtiendrons

$$n = \frac{160}{\sqrt{15}} \text{ A. tang } \frac{c\sqrt{3}}{10\sqrt{5}} = 41,3118 \text{ A. tang } 0,07746c,$$

Et partant, lorsque c ne ſurpaſſe pas quelques pieds, on aura aſſez exactement

$$n = \frac{16}{5}c - \frac{4}{625}c^3 + \frac{9}{390625}c^5 - \text{ \&c. ſecondes,}$$

De ſorte que, la viteſſe initiale c étant donnée, le tems de la durée n' ſera comme je l'ai préſenté dans cette petite table

c	n
pieds	ſecondes
1	3, 19
2	6, 35
3	9, 43
4	12, 41
5	15, 27

29.

29. Au reſte, ſi nous voulons faire l'application des formules trouvées aux expériences, je remarque d'abord que, pour l'ordinaire, on n'imprime aux globes qu'un mouvement progreſſif; dont la viteſſe a été poſée ci-deſſus $= \mathfrak{C}$, de ſorte qu'il ſoit $\gamma = 0$.

Enſuite il nous faudra déterminer la continuation du mouvement avant qu'il ſe change dans un rotatoire parfait par les formules données au §. 3. mais ayant égard d'augmenter partout la réſiſtance de l'air de la particule δ, de ſorte que nous ayons à préſent

$$2dp = -2(\lambda + \delta)dt - \frac{3ppdt}{4ma}; \quad 2dq = \frac{\lambda aadt}{kk},$$

d'où, en poſant $\frac{4}{3}(\lambda + \delta)ma = \alpha\alpha$, l'on trouve à cauſe de $\gamma = 0$,

$$t = \frac{8ma}{3\alpha\alpha}\left(\text{A tang}\frac{\mathfrak{C}}{\alpha} - \text{A tang}\frac{p}{\alpha}\right) = \frac{2kkq}{\lambda aa}.$$

Le mouvement du globe ſe changera donc dans un mouvement rotatoire parfait, lorsque $q = p$, ou bien après un tems où

$$\text{A tang}\frac{\mathfrak{C}}{\alpha} - \text{A tang}\frac{p}{\alpha} = \frac{3\alpha kkp}{4\lambda ma^3},$$

& des qu'on a trouvé par cette équation la valeur convenable de p, le tems même écoulé depuis le commencement juſqu'au mouvement rotatoire parfait ſera $t = \frac{2kkp}{\lambda aa}$.

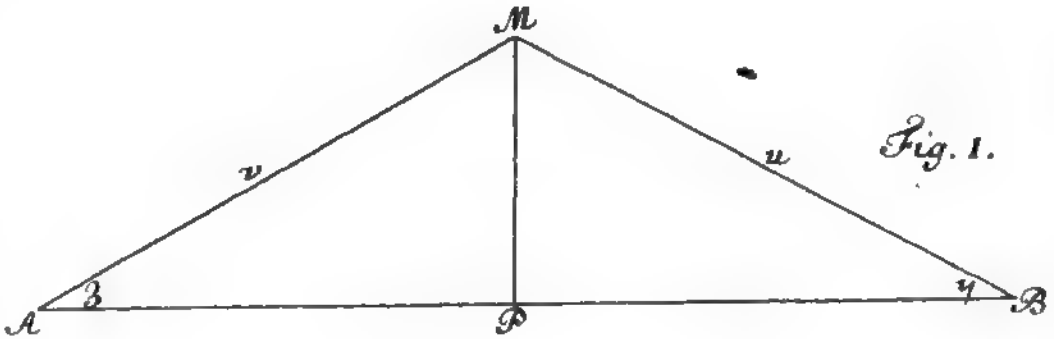
Depuis lequel moment où la viteſſe tant progreſſive que rotatoire eſt $= p$, le développement ultérieur du mouvement, juſqu'à ſa fin, doit être calculé par les préceptes donnés aux §. 22. & ſuivans.

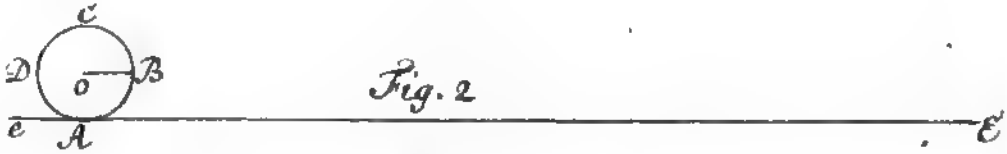
30. D'ailleurs, comme δ eſt pour l'ordinaire une fraction très petite, & λ dont on ne ſauroit ſavoir la valeur trop exactement à peu près $= \frac{1}{3}$, il eſt clair qu'en calculant le mouvement avant qu'il ſe change dans un rotatoire parfait, il ſera permis de négliger la particule δ, & ſe ſervir des préceptes donnés ci-deſſus §. 3.

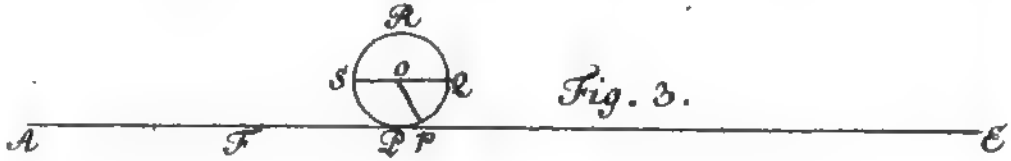
Or, dès que le mouvement eſt devenu rotatoire parfait, toute ſa détermination ultérieure dépendra uniquement de cette particule δ, & on n'aura plus d'égard au frottement proprement dit, & partant à la quantité λ.

D'où nous apprenons que, lorsque le globe a un mouvement rotatoire parfait, où il paroit que la ſeule réſiſtance de l'air lui eſt contraire, il y a pourtant encore une autre force répulſive dont la quantité, la maſſe du globe étant $=$ M, eſt $=$ δM, ou bien ſelon toutes les conjectures à peu près $=$ $\frac{1}{100}$M.

Or il conviendroit plutôt de faire pluſieurs expériences, & de déterminer pour chaque cas particulier, ſelon la qualité différente du plan, & ſelon la grandeur & peſanteur du globe mouvant, la véritable quantité de cette force; ſon exiſtence étant déjà très ſuffiſamment prouvée par des obſervations, pour ainſi dire, journalieres.







Mem. de l'Acad. 1760. Pl. 6. pag. 284.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* * *

ANALYSE
DE LA NOTION DU GOUT.
PAR M. FORMEY.

Je n'ignore pas que le ſujet que je viens d'indiquer eſt un de ceux qu'on a le plus ſouvent traités, & qu'il a été manié par de très habiles gens. Je crois avoir lu à peu près tout ce qu'on a écrit de plus conſidérable là deſſus; mais ce n'eſt d'après aucun de ces Ouvrages que je vais tracer mes réflexions, quoique je ne vouluſſe pas nier que la plûpart d'entr'elles ne ſe trouvent ailleurs. Il ſe peut qu'elles ſoient un réſultat de cette réminiſcence vague & obſcure qui ſe conſerve dans notre eſprit, de toutes les choſes que la converſation ou la lecture lui ont ſouvent offertes; mais ce qu'il y a de certain, c'eſt qu'elles ſont nées d'elles-mêmes dans le mien, ſans aucun rapport ſenſible avec l'action précédente de ſemblables cauſes, & qu'ayant cru y démêler quelque choſe de propre à répandre du jour ſur une matiere intéreſſante, & qu'on a pour le moins auſſi ſouvent embrouillée qu'éclaircie, j'ai d'abord jetté rapidement ſur le papier la ſuite d'idées que le travail de la méditation avoit produites comme en bloc: & à préſent je vais les développer, les étendre, les orner, autant que je puis en être capable, pour en former un Mémoire qui ne ſoit pas indigne de quelques momens d'attention.

Le Gout, rélativement à l'ame, eſt ainſi nommé par métaphore; c'eſt un terme emprunté du nom d'un de nos cinq ſens, de celui dont l'uſage conſiſte à diſtinguer dans les corps ſapides certaines qualités qui nous affectent, & qui produiſent un nombre innombrable de

de ſenſations particulieres & différentes, réunies ſous la ſenſation générale du *Goût*. De même que notre corps eſt expoſé l'action & à l'impreſſion d'une infinité d'objets, & que l'organe du *Goût* en particulier ſavoure une foule de choſes différentes; de même auſſi notre ame, à meſure que les idées naiſſent & ſe développent en elle par l'intervention des ſens, ſe plait ou ſe déplait dans la conſidération de ces idées, travaille à faire renaître celles qui lui ont plû, & à éloigner celles qui lui ont déplû; & en agiſſant ainſi, montre du *goût* pour les unes & du *dégoût* pour les autres. Le parallele entre les objets du *goût* matériel, & ceux du *goût* de l'ame, s'étend encore plus loin. Comme il y a des ſaveurs ſimples, qui ſe trouvent dans les corps que la nature nous fournit, ſans aucune préparation ou addition de notre part, & des ſaveurs compoſées où l'art combine différentes choſes d'un goût agréable pour en former un tout plus agréable encore; pareillement les choſes qui plaiſent ſeules & iſolées à notre ame, lui plaiſent encore d'avantage, quand certaines combinaiſons en raſſemblent pluſieurs ſous un même point de vue. Un Diſtique, un Quatrain, peuvent être goûtés; mais ils ne le ſeront jamais autant, choſes égales, qu'une Tragédie, un Poëme Epique. Il faut en dire autant d'un petit pavillon, ou ſalon de Jardin, & d'un magnifique Palais. Plus le nombre des choſes qui nous plaiſoient chacune en particulier, s'augmente, pourvu que ce ſoit avec un certain ordre, & ſuivant certaines regles, plus notre *goût* eſt flatté & ſatisfait.

Tels ſont les rapports entre les deux eſpeces de *Goût* dont nous ſommes ſuſceptibles; mais une différence bien marquée, & véritablement ſpécifique, les diſtingue, de maniere à ne pouvoir plus les confondre. Le *Goût corporel*, celui dont la langue & le palais ſont le ſiege, porte à l'ame une ſenſation, mais il l'y porte entierement confuſe, ſans qu'il exiſte, ni puiſſe jamais exiſter, un degré quelconque de poſſibilité d'y diſtinguer quoi que ce ſoit. C'eſt le cas de toutes les ſenſations. L'oeil n'apperçoit point les parties primitives des corps d'où partent les impreſſions de l'étendue & des couleurs; l'oreille ne ſaiſit point les vibrations élémentaires de l'air qui forment les

ſons

ſons & les modulations; & il y a encore plus de groſſiéreté dans la perception des choſes tactiles & olfactives. Voilà le partage, & en même tems le caractere diſtinctif, des ſenſations corporelles, & du *Goût* en particulier. Mais l'ame va plus loin; elle conſidere, autant qu'il lui eſt poſſible, dans les choſes qu'elle goûte, les cauſes ou les raiſons du plaiſir qu'elle y trouve: & quoique pluſieurs circonſtances dont nous parlerons dans la ſuite, viennent traverſer ſes opérations & ſes recherches à cet égard, il eſt toujours certain qu'elle tend à une ſorte d'analyſe des objets du *Goût*, & que ce ſont les progrès de cette analyſe qui augmentent ceux du *Goût*, l'épurent & le perfectionnent: ce qui arriveroit toujours, ſi l'analyſe étoit toujours juſte, conforme aux qualités réelles des choſes, & qu'elle ne fût pas ſi ſouvent dérangée & altérée par de fauſſes impreſſions, & des préjugés de toute ſorte. De là la dépravation du *Goût*, & les contradictions qui regnent entre les goûts, ſoit des particuliers, ſoit des nations.

Quoiqu'il en ſoit, l'ame ne goûte que ce en quoi elle commence à découvrir quelque choſe qu'elle juge être une beauté, ou une perfection; la naiſſance de cet acte, le premier inſtant de cette découverte, annonce que le *Goût* n'eſt plus un ſimple méchaniſme, une appartenance du corps, ſi je puis ainſi dire; mais que l'ame y intervient, & qu'elle ſe l'eſt appropriée. C'eſt donc ici le lieu de placer ma définition du *Goût*, qui va ſervir de baſe à toutes les réflexions de ce Diſcours, & qui, ſi je ne me trompe, aura les conditions requiſes dans une bonne définition, dans une définition exactement appliquable à toutes les parties du défini, & qui devient enſuite une notion féconde & directrice, d'où procedent d'autres définitions juſtes & utiles.

Le Gout eſt en général *la connoiſſance des beautés quelconques qui ſont répandues dans les Ouvrages de la Nature & de l'Art, en tant que cette connoiſſance eſt accompagnée de ſentiment.* Toutes les équivoques, tous les embarras, qui regnent dans les raiſonnemens ordinaires ſur le *Goût*, diſparoiſſent, ce me ſemble, à l'aide de cette définition, & diſparoîtront d'autant mieux qu'on l'approfondira, & qu'on ſaura l'appliquer. En effet ces embarras & ces équivoques

viennent de ce qu'on a presque toujours tronqué la définition, en bornant le *Goût*, tantôt à la connoiſſance ſeule, tantôt au ſentiment ſeul. Les uns ont cru qu'avoir du *goût*, c'étoit pouvoir expliquer, développer, diſcourir, raiſonner; & qu'un homme qui ſoumettoit les objets du *goût* à ces opérations, étoit par là même *un homme de goût*. Les autres ont prétendu que celui qui, à la ſeule préſence des objets en queſtion, étoit ému, affecté, ébranlé, quelque fois même enthouſiaſmé & ravi, poſſédoit le *goût*, quoiqu'il ne fût pas en état de donner la moindre idée de ce qui produiſoit en lui de ſemblables ſituations. L'aſſertion ne ſauroit avoir lieu, ni au premier, ni au ſecond égard. Il n'y a quelquefois pas la moindre étincelle de *goût* dans les perſonnages les plus doctes & les plus profonds; ils ont beau s'épuiſer en préceptes; en diſtinctions, & en analyſes; faute de ſentiment, il leur arrive de condamner des beautés qui ne peuvent être ſaiſies & ſenties que par une faculté dont ils ſont deſtitués; ils voudroient tout tirer au cordeau, tout ſoumettre à l'équerre; & dès-lors les Graces, qui ne reſpirent qu'aiſance & liberté, s'enfuyent ſans retour, les ſaillies heureuſes, les traits hardis de génie, les licences des grands Maîtres, diſparoiſſent, & font place à une triſte & ennuyeuſe ſéchereſſe. D'un autre côté, ceux qui n'ont pour guide qu'un ſentiment aveugle, marchant à tâtons, vont quelquefois ſe heurter fort rudement contre les principes du bon-ſens, & ne ſauroient ſurtout être d'aucune utilité pour former & diriger les autres, puiſqu'un ſimple ſentiment eſt une idée incommunicable.

J'avoue cependant que, s'il y avoit néceſſité d'opter entre la connoiſſance & le ſentiment, & qu'on ne pût donner le nom de *Goût* qu'à l'une de ces deux choſes, il appartiendroit à plus juſte titre à la ſeconde qu'à la premiere, puiſque c'eſt le ſentiment ſeul qui a de l'analogie avec ce que nous appellons *goût* à l'égard du corps. La connoiſſance juge & apprécie; mais ce n'eſt qu'après que le ſentiment a goûté; & par conſéquent, ſi l'on vouloit parler à la rigueur, il n'y a que le ſentiment qui goûte. On peut le comparer à l'inſtinct des animaux; & comme lui il eſt ſûr juſqu'à un certain point. Il l'eſt cependen-

pendant beaucoup plus dans les animaux, premierement parce qu'il eſt beaucoup moins varié; il s'en faut infiniment qu'il y ait autant d'objets qui les affectent, & dont les impreſſions ſe croiſent, ſe traverſent, & ſouvent ſe détruiſent l'une l'autre: en ſecond lieu, & ſurtout, parce qu'il ſe réduit au pur méchaniſme, ou peu s'en faut, l'ame des bêtes n'ayant, ni raiſonnement, ni liberté, ni tous ces caprices qui agitent continuellement celle des hommes, qui les jettent hors de la route, & leur font perdre de vue le vrai *goût*, le *goût* ſimple & naturel, qu'ils étouffent ſous l'amas d'une infinité de *goûts* fantasques & imaginaires. Il n'eſt pas ſurprenant que les controverſes ſur le *goût* ſoyent interminables, & qu'elles aillent quelquefois juſqu'à faire nier ſon exiſtence; puisque très ſouvent tel ou tel *goût* particulier qui fait l'objet de la diſpute eſt faux, dénaturé, & inconciliable, ſi je puis parler ainſi, avec aucune ſorte de principe.

L'étonnante diverſité des *Goûts* n'eſt pas difficile à expliquer d'après la définition que nous avons donnée du *Goût* en général, conſidéré en ſoi & dans ſes cauſes réelles & primitives. Cette diverſité vient, & doit néceſſairement venir, de l'inégale diſtribution des deux principes du *goût;* des connoiſſances & du ſentiment. Je crois qu'on pourroit affirmer, qu'il n'y a perſonne à qui l'une ou l'autre de ces deux choſes manque abſolument. Les gens les plus groſſiers & les plus ſtupides ont certaines lueurs obſcures, certaines notions confuſes du Beau, tout comme ils ont une Logique naturelle, à l'aide de laquelle ils tirent des conſéquences de certains principes. D'un autre côté, il n'y a point d'individu humain dénué de tout ſentiment, inacceſſible à toute impreſſion, pour qui tout ſoit égal & indifférent; quoiqu'il y en ait qui pouſſent l'inſenſibilité extrêmement loin, & qui reſſemblent plus à des ſtatues qu'à des êtres organiſés & vivans. De ces deux points, je veux dire, du plus bas degré de connoiſſance & du plus bas degré de ſentiment, partent & s'élevent les uns au deſſus des autres une infinité d'états intermédiaires juſqu'aux deux points oppoſés, ſavoir la connoiſſance la plus diſtincte & le ſentiment le plus exquis. Cet eſpace

eſt rempli à l'égard des hommes, (car on pourroit l'enviſager auſſi à l'égard d'une chaîne d'Etres dont l'eſpece humaine ne ſeroit qu'un chaînon,) il eſt rempli, dis-je, par tous les habitans de cette Terre, qui ont été, ſont, & ſeront, & dont chacun a eu, a, ou aura ſon *goût* propre, & différent de celui de tous les autres, proportionellement au degré de connoiſſance qu'il poſſede, & au ſentiment dont il eſt doué. Ici, comme partout ailleurs, le principe des *Indiſcernables* a lieu.

Dans l'uſage ordinaire, ceux en qui l'on ne remarque aucune connoiſſance, aucune réflexion rélative aux objets du *goût*, ſont cenſés entierement privés d'idées à cet égard, quoiqu'ils en ayent toujours, comme nous venons de le remarquer, de plus ou moins confuſes. Ce païſan, qui, à la vue de quelque chef-d'oeuvre de Peinture ou de Sculpture, ouvre de grands yeux & une bouche béante, roule aſſurément dans ſa tête quelques idées du Beau, accommodées à la portée de ſon génie; mais, comme il eſt incapable de les développer, & qu'il n'en réſulte aucun effet ſenſible, elles ſont comptées pour rien: c'eſt un infiniment-petit qui n'entre dans aucun calcul, qui ne groſſit aucune ſomme. Ceux qui ne donnent aucun ſigne de ſentiment, & que rien ne tire de leur léthargique indifférence, ſont auſſi réputés ſans *goût*, quoiqu'on ne puiſſe douter, qu'il ne s'excite en eux quelque ébranlement, qu'ils n'éprouvent quelque chatouillement ſecret, mais qui n'eſt pas ſuffiſant pour les tirer de leur aſſiette. Ce dernier ordre de perſonnes eſt le plus rare; la Nature eſt beaucoup plus libérale du ſentiment que de la connoiſſance: ou plutôt le ſentiment eſt un don immédiat de la Nature, & par conſéquent doit être univerſel, au lieu que la connoiſſance préſuppoſe toujours un travail, un développement d'idées, qui dépend du concours de certaines circonſtances, dont l'exiſtance eſt caſuelle. Ces remarques étoient néceſſaires pour ôter toute équivoque dans celles qui vont ſuivre, où nous ſemblons ſuppoſer dans les uns un *Goût* de pure théorie, & dans les autres un *Goût* de pur ſentiment.

Arrêtons nos regards ſur ces contrées que la lumiere des Sciences & des Arts éclaire, où l'on a de fréquentes occaſions de voir, d'en-

d'entendre, de lire des Ouvrages, qui chacun dans leur genre ſont le fruit du *Goût*, & où les converſations roulent fréquemment ſur ces matieres. Le *Goût* ſemble avoir fixé ſon empire dans de ſemblables lieux; mais il s'y exerce d'une maniere ſi bizarre qu'on a bien de la peine à démêler l'eſprit & les loix de cet empire, & à les concilier avec des loix antérieures & immuables, celles de la Raiſon & du Bon-ſens.

D'abord on diſtingue dans la foule quelques perſonnes qui ont acquis de la célébrité, & dont les productions ont eu une vogue qu'ils ne manquent pas d'attribuer uniquement à leur mérite, à la perfection de leurs Ouvrages, quoique l'expérience prouve ſouvent qu'elle n'eſt l'effet que du caprice & de certaines circonſtances paſſageres. Ces Illuſtres du Siecle ne manquent gueres de s'ériger en Légiſlateurs, & de vouloir aſtreindre les autres à ſuivre les modeles qu'ils leur ont tracés, à puiſer dans leurs Ecrits, comme dans la plus pure, peu s'en faut qu'ils ne diſent, l'unique ſource du *goût*. Le ton impoſant avec lequel ils parlent, & les éloges dont d'ignorans admirateurs les accablent, en impoſent aux eſprits vulgaires. De jeunes gens qui entrent dans la carriere d'Auteurs, croyent n'avoir rien de mieux à faire que d'aller à la gloire par une route qu'ils trouvent frayée: & voilà comment il arrive qu'un homme peut donner le ton & la loi en fait de *goût* à ſon ſiecle, & s'arroger une eſpece de Dictature ſous laquelle tout plie. Cependant la Raiſon ne ſauroit perdre ſes droits; & il ſe trouve toujours quelcun qui, de ſens froid, examine, peſe, évalue les ouvrages & les talens des Grands-hommes à la mode, & parvient à ſe convaincre qu'il y a plus d'illuſion & de preſtige dans leur fait, que de valeur réelle & de prix intrinſeque. Ce ſont, pour l'ordinaire, des imaginations vives, des génies ardens, en qui tout pétille, tout étincele, mais dont le ſort eſt pareil à celui des fuſées qui s'elevent avec un grand éclat, pour retomber éteintes & amorties. Otez-leur le mérite de l'expreſſion & de l'imitation; ce qui reſte reſſemblera à ce *ſubjectum* ou *ſubſtratum* des accidens, dont les Scholaſtiques parloient tant, & qu'on ne ſauroit découvrir ni reconnoître à aucune marque.

Ces gens-là gâtent beaucoup plus ſouvent le *goût* qu'ils ne le perfectionnent; ils n'ont gueres qu'un ſeul moule dans lequel ils jettent tout, comme ſi chaque genre d'ouvrage n'avoit pas ſes beautés propres & incommunicables. Cela vient de ce qu'ils n'ont point de théorie fixe, qu'ils n'ont jamais étudié les regles, qu'ils ne ſont jamais remontés aux principes, & qu'un fol orgueil leur perſuade qu'ils ſont au deſſus de tout cela. On eſt quelquefois ſurpris que tant d'ignorance puiſſe accompagner tant de préſomtion; mais ce phénomene, à force d'être devenu commun, ceſſe d'être ſurprenant.

Vis à vis de ces Oracles, mais dans une ſituation beaucoup moins brillante, ſont placés ces Savans profonds & méditatifs, qui ont lu & relu tout ce qui a été dit ſur quelque ſcience rélative au *Goût*, telles que ſont l'Eloquence, la Poëſie, l'Art du Théatre; qui ont ſoigneuſement & ſcrupuleuſement rédigé tous les préceptes qui s'y rapportent; qui en ont formé des eſpeces de théories ou de ſyſtemes; & qui de là, comme d'un Tribunal, citent, accuſent & jugent ceux qui travaillent dans le genre où ils prétendent être Maîtres & Docteurs. On ne ſauroit nier que de très habiles gens n'ayent tourné leurs vues de ce côté-là, & n'ayent fort bien réuſſi dans les Traités didactiques qu'ils ont compoſés. Mais, généralement parlant, ils n'ont pas eu aſſez de la portion du *Goût* qui conſiſte dans le ſentiment; leur Critique s'eſt ſouvent appéſantie mal à propos ſur des choſes dont ils ne ſentoient pas les beautés & les fineſſes; &, ſi l'on en avoit quelquefois crû leurs avis, certains Ouvrages qui ſont reconnus à préſent pour excellens, n'auroient pas été entrepris & exécutés. On ſait, par exemple, qu'il n'a pas tenu à *Perru*, cet *Ariſtarque* de ſon temps, que *Boileau* ne renonçât à la compoſition de ſon *Art Poëtique*, qui eſt cependant le chef-d'oeuvre de ce grand Poëte, & peut-être de toute la Poëſie Françoiſe. Néanmoins je ſuis dans l'idée que ceux qui veulent ſe diſtinguer par des productions marquées au bon coin, doivent conſulter les Maîtres, s'inſtruire dans des Livres de théorie, & s'affermir même juſqu'à un certain point dans la connoiſſance exacte des regles, avant que de ſe livrer au feu, à la verve

qui

qui les entraîne. L'incorrection, la legèreté, la ſuperficialité, qui fait le caractere de presque tous les Livres frivoles dont on eſt inondé, vient uniquement du mépris pour les regles, & de la ridicule penſée que le génie, ordinairement très médiocre dans ceux qui penſent ainſi, & l'imitation, viennent à bout de tout.

Au deſſous de ces deux ordres de Juges qui préſident aux Jeux Olympiques de la Littérature, ſont les combattans & les ſpectateurs. Les combattans ſont préciſément ces Auteurs, ou Artiſtes ſubalternes, dont je viens de parler, qui entrent dans la lice, & courent la carriere au bruit confus & mêlé, tantôt de quelques applaudiſſemens, tantôt & plus ſouvent de la riſée & des ſifflets. C'eſt le *Goût*, qui les fait partir tous: mais comment les conduit-il? A travers champs, ou par les routes les plus tortueuſes. La fureur d'écrire eſt un mal épidémique, & ſes effets ſont inconcevables. Au milieu des tourbillons de pouſſiere qu'excitent tant d'Ecrivains qui ſe croyent inſpirés par le Dieu du *Goût*, tandis qu'ils ſont poſſédés par quelque mauvais Génie, le moyen que la lumiere pure & tranquille de la vérité & de la décence, (les deux choſes qu'*Horace* exigeoit avec tant de raiſon,) ſe conſerve. Les gens de bon-ſens craignent d'être confondus parmi une foule auſſi mépriſable; & il ſe forme un préjugé général, qui n'eſt à la vérité qu'un préjugé, mais dont la réfutation n'eſt pas aiſée, c'eſt que les Sciences & les Lettres ſont plus nuiſibles qu'utiles. Cela n'eſt pourtant vrai que des écarts où ſe jettent ceux qui les cultivent, & non des vérités mêmes qui forment le fonds & la réalité des connoiſſances humaines: vérités qui ſeront toujours utiles, tant qu'elles ſeront traitées & préſentées par des gens d'un jugement ſolide & d'un goût épuré.

Paſſons aux Spectateurs. Ce ſont eux qui compoſent ce redoutable Public, devant lequel les Auteurs paroiſſent presque toujours à genoux, & qu'ils ne ceſſent jamais de craindre lors même qu'ils paroiſſent le braver. Le Public a-t-il ſimplement un *goût*, ou a-t-il effectivement du *goût?* C'eſt de la déciſion de ce probleme que dépend la conduite qu'on doit tenir à ſon égard. Il y a des tems & des lieux

ſieux où le public ſembleroit n'avoir qu'un *goût* vague, confus, peu digne de l'attention de ceux qui lui préſentent leurs ouvrages. Mais il ne faut pas s'y méprendre. Ce ſont des états paſſagers & extraordinaires, comme le ſont dans un homme la fievre ou le tranſport de quelque paſſion. Ceux qui travaillent dans la vue de complaire à cette ſorte de *goût*, & d'obtenir les ſuffrages du jour, ne connoiſſent pas le Public, celui qui mérite des égards, & de l'approbation duquel on doit être jaloux.

Pour développer cette idée, qui eſt ſans contredit très importante, puiſqu'il n'y a point d'écueil plus funeſte aux réputations qu'une déférence pour le Public accordée ou refuſée mal à propos, je diſtingue un public paſſager, fugitif, pour ainſi dire, & un Public conſtant, impériſſable. Le premier eſt le plus nombreux, & peut même pendant un tems éclipſer l'autre. C'eſt celui que les déclamations charment, que les grands traits, quoique groſſiers, frappent, qui veut de l'eſprit où il n'en faut point, & qui le méconnoit où il eſt, en un mot qui donne presque toujours à gauche, tant qu'il juge par lui-même. Voilà le Public qui fait pour l'ordinaire ces fortunes littéraires & ces réputations, dont les apparences ſont les mêmes, ou plus brillantes encore, que celles qui ſont fondées ſur les talens réels & ſur le vrai mérite. Mais, ſi le Public légitime, celui qui a ſeul le droit de régler les rangs, ne met ſon ſceau à de pareilles déciſions, elles perdent bientôt toute leur force: au bout d'un certain tems à peine en conſerve-t-on le ſouvenir, ou bien ce ſouvenir eſt un ſujet d'étonnement. On demande, comment il eſt poſſible que tels & tels Auteurs, un *Ronſard*, par exemple, & ceux qui formoient avec lui la fameuſe Pleïade, ayant été mis ſi haut par leurs contemporains, tandis qu'on les voit aujourdhui ſi bas, & presqu'oubliés. La raiſon en eſt que le vrai Public n'avoit pas jugé, ſoit qu'il n'exiſtât pas alors, ou que ſa voix fut trop foible pour ſe faire entendre. Il eſt fâcheux à la vérité pour un Auteur excellent, (& le cas eſt ſouvent arrivé,) de paſſer toute ſa vie ſans recueillir ce fruit le plus précieux de ſes veilles, ces applaudiſſemens qui affectent ſi délicieuſement ceux qui en ſont l'objet. Cette

Poſté-

Poſtérité ſur laquelle on fonde ſes éſpérances eſt à certains égards un trop foible dédommagement des avantages réels, des honneurs & des biens qu'emportent à nos yeux & à notre dam des gens fort inférieurs. Il y a pourtant une eſpece de lâcheté de céder à ces motifs, & de ſe livrer, le ſachant & le voulant, au torrent de quelque mauvais goût dominant. Un homme qui a des principes décidés, & qui penſe noblement, n'écoutera jamais que le *dictamen* intérieur de ſa raiſon & de ſa conſcience, & s'y conformera ici comme partout ailleurs. Il ſied donc bien à des perſonnes de ce caractere, non de braver hautement le Public, de le mépriſer & de l'inſulter ſans ménagement, (cette manoeuvre eſt toujours meſſéante & dangereuſe,) mais de le regarder comme n'exiſtant point, de demeurer fidele à ſa façon de penſer, & de travailler à bon compte, dans l'attente que les ſentences injuſtes & partiales qu'il faut actuellement eſſuyer, ſeront un jour rectifiées. C'eſt la conſolation du bon Auteur, tout comme celle de l'homme de bien. Mais il n'y a rien de plus ridicule que de voir les mauvais Auteurs y chercher leur refuge, ſe plaindre d'un ton groteſquement lamentable de l'injuſtice du ſiecle, faire des Appels au bas desquels la Poſtérité mettra *néant*, tout comme le font leurs contemporains. Il n'y a point de chétif Ecrivain, quelque disgracié qu'il ſoit des Muſes, & même du bon-ſens, qui ne parle du Public & de la Poſtérité avec autant de hardieſſe que s'il y avoit pour lui un Public & une Poſtérité. Cela vient de ce que tous les hommes ſont dans le cas de *Ciceron*, lorſqu'il revenoit de ſa Queſture. Il croyoit que toute la ville de Rome ne s'entretenoit que de ce qu'il avoit fait dans l'exercice de cette Magiſtrature: & l'on ne ſavoit pas ſeulement à Rome où *Ciceron* avoit été.

Ce que nous avons dit des jugemens tumultueux du Public inférieur, peut-être vérifié par des exemples quotidiens. Tirons-en de la Prédication & de la Peinture. Un Prédicateur, ſurtout s'il a le mérite de la nouveauté, débite avec emphaſe des diſcours pleins de verbiage & vuides de ſens; il deſcend de chaire en fendant des flots d'Auditeurs extaſiés; il n'y a que deux ou trois Juges compétens qui ſe diſent à l'oreille que le Chryſoſtome prétendu n'eſt qu'un vain ja-

ſeur ou un hardi Déclamateur. Vous n'entendez pas aujourdhui la voix de ces Juges; mais ce ſera pourtant celle qui prévaudra, & qui ſeule réglera dans la ſuite la réputation de ce Prédicateur, qu'on verra bientôt rentrer dans ſon premier néant. Il en eſt de même du Tableau. Expoſez-le aux yeux d'une troupe de perſonnes de tout ordre. Il va être mis en pieces: il n'y a pas un trait que les uns ne veulent ôter, d'autres conſerver, & d'autres changer. Que ſera le Peintre, ſurtout ſi c'eſt un Peintre excellent, & que ſon Tableau ſoit digne de lui? Il écoutera froidement ce babil, & laiſſera juger les connoiſſeurs, ou agir le tems, qui ne manqueront pas de lui rendre bonne juſtice. Je remarque ſeulement, & je finis par là mes réflexions ſur le Public, que les connoiſſeurs contemporains, & du même métier, ſont ſouvent plus ſuſpects & moins équitables que le gros du Public, quoique celui-ci ſoit moins capable de juger. Il n'eſt pas beſoin d'en dire la raiſon. Tout le monde ſait ce que peuvent la rivalité, la jalouſie, l'envie.

Je m'engagerois à préſent dans un Traité, & même fort étendu, ſi je voulois détailler les différentes cauſes de la variété des *goûts*, qui naiſſent du climat, de l'éducation, & de toutes les impreſſions externes, ſurtout de celles qui ſont habituelles. Il n'eſt pas poſſible que la même choſe plaiſe à une imagination Orientale, toujours en fermentation, & pour qui les hyperboles les plus outrées, ou les allégories les plus bizarres, ne ſont que des figures ſimples & familieres, & un habitant glacé des contrées voiſines du Pole. Les différences que la Nature a miſes dans la couleur, dans la ſtature, & juſqu'à un certain point dans les linéamens des Peuples, ſe trouvent également dans leur eſprit, dans leur génie, dans leur humeur & dans leur *goût*. Mais, quelque immenſe que paroiſſe l'amas des faits qui en réſulte, il eſt au fonds réductible à une ſeule notion, à la haiſon de notre ame avec ſon corps, & par le moyen de ce corps avec les diverſes parties de l'Univers. L'homme n'eſt pas une machine; mais à pluſieurs égards il eſt très machinal. Quiconque en particulier néglige la culture des facultés de l'ame, & lui laiſſe perdre l'empire naturel & légi-

time

rime qu'elle a ſur les opérations du corps, n'agit plus que par reſſort & par impulſion, & ſe trouve réduit au même méchaniſme qui produit les actions des brutes. Or on ne ſauroit diſconvenir que ce ne ſoit là le cas des nonante-neuf centiemes du genre humain, & que la raiſon ſuffiſante des *goûts* à leur égard ne ſoit uniquement une raiſon hiſtorique, un fait à la connoiſſance duquel il faut remonter, pour découvrir la cauſe de leurs *goûts* dans les impreſſions matérielles qu'ils ont reçues. La recherche détaillée de ces faits eſt infinie, & n'entre point dans notre plan. L'excellent Ouvrage de M. le Préſident de *Monteſquieu*, ſur l'*Eſprit des Loix*, eſt rempli de principes & de réflexions, dont il eſt très aiſé de faire l'application à notre ſujet.

Tels ſont donc les *goûts* partiaux & individuels, répandus dans le Monde, & diſperſés parmi la maſſe des hommes. Je demande à préſent en quoi conſiſte le *Goût* par excellence, le *Goût* porté au plus haut degré de perfection dont il ſoit ſuſceptible, le *Goût ſupreme?* Et avant que de répondre, je diſtingue deux ſortes de *Goût ſupreme.* Le premier eſt celui qui convient à une Intelligence finie, & ſpécialement à l'homme, tel que nous le connoiſſons; le ſecond, celui que poſſede l'Intelligence infinie. L'homme n'exerce aucune faculté de l'ame d'une maniere pure, c'eſt à dire, exempte du commerce & du mêlange des ſens & de l'imagination. C'eſt ce qui l'arrête dans le progrès des idées diſtinctes, & ne lui permet jamais d'en former qui ſoyent pleinement adéquates. Toujours quelque ombre, quelque nuage élevé de la région inférieure des ſens dans la région ſupérieure de l'Entendement, y répand un degré plus ou moins conſidérable d'obſcurité ſur les idées que nous voudrions ſpiritualiſer, & dégager, ſi je puis ainſi dire, de toute *corporéité.* Cela eſt vrai & néceſſaire à tous égards; mais cela eſt d'une double néceſſité à l'égard du *Goût.* La raiſon en eſt manifeſte. Le *Goût* a pour baſe le ſentiment; & qu'eſt-ce que le ſentiment, ſinon une perception confuſe des objets, acquiſe par le moyen des impreſſions que ces objets font ſur les organes? Il y a plus encore: dans des idées d'un autre genre vous partez, il eſt vrai, d'une premiere idée acquiſe par les ſens, mais

vous vous en éloignez quelquefois de maniere à la perdre entierement de vue, vous allez d'abſtractions en abſtractions juſqu'aux notions les plus épurées, & qui paroiſſent les plus immatérielles. L'entrepriſe de ſéparer les deux principes conſtituans du *Goût*, la connoiſſance & le ſentiment, eſt vaine & impoſſible. Tout cela poſé, nous n'aurons pas de peine à aſſigner quel eſt le *Goût ſuprême* dans l'homme: C'eſt *le plus haut degré de connoiſſance joint au ſentiment le plus exquis.* Celui qui poſſede actuellement cet aſſemblage, ou qui en approche le plus, (car la perfection, en quelque genre que ce ſoit, n'eſt pas le partage de l'homme, c'eſt ſimplement ſon modele, ou le but vers lequel il doit tendre,) celui, dis-je, qui réunit ces deux prérogatives dans le plus haut degré auquel une Créature telle que l'homme puiſſe les porter, eſt le poſſeſſeur; le dépoſitaire du *Goût ſuprême.* J'eſtime cependant que ce *Coryphée* du *Goût* n'exiſte point, & même qu'il ne ſauroit exiſter. Je me fonde ſur ce que deux facultés d'un genre différent ne ſe trouvent jamais dans un même individu au plus haut degré; la force, la ſupériorité de l'une a toujours lieu aux dépens de l'autre. Ce qu'on dit communément du Jugement & de la Mémoire, je le dis avec plus de droit de la partie théorétique du *Goût*, & de la partie ſenſible. Un Eſprit qui ſe nourrit de réflexions & de vues profondes, n'eſt pas ordinairement porté aux objets de ſentiment, & ſurtout aux fineſſes, aux délicateſſes dont leur perception eſt ſuſceptible; & réciproquement, les ames ſenſibles à l'excès ont une eſpece d'éloignement pour la ſpéculation & l'analyſe des idées. Ainſi il me paroit contraire à la Nature & à l'Expérience, de ſuppoſer la réunion des deux choſes dont il s'agit, pouſſées l'une & l'autre juſqu'où elles peuvent aller.

Elevons enfin nos regards juſqu'à l'Etre ſupreme. Toutes les facultés de nos ames ont quelque analogie avec des attributs divins qui ſont éminemment en Dieu ce que ces facultés ſont dans l'homme. Mais il ne faut jamais faire uſage de ce principe, (qui d'ailleurs eſt vrai, important & fécond,) ſans ſe ſouvenir que tout ce qui procede de notre imperfection & de nos limitations, ne ſauroit exiſter en Dieu de quelque maniere que ce ſoit. Ainſi, quoique cet Etre adorable voye, juge,

juge, raiſonne, ſe repréſente le paſſé, & embraſſe tous les genres de connoiſſances; il n'y a pourtant en lui, ni ſenſations, ni actes d'imagination ou de mémoire, ni en général quoi que ce ſoit de ſemblable à ce qui procede de la liaiſon de notre ame avec le corps & avec les êtres matériels. Toute la partie du *Goût* qui conſiſte dans le ſentiment, ne ſauroit donc convenir à Dieu, & par là même ces nuages & ces obſcurités dont nous parlions tout à l'heure, n'ont aucun accès dans l'Intelligence divine; tout y eſt ſouverainement net & lumineux; & pour tout dire en un mot, le *Goût ſupreme* en DIEU eſt *la connoiſſance infiniment diſtincte, totalement adéquate, du Beau, tant en général que dans toutes les déterminations dont il eſt ſuſceptible & qu'il reçoit dans le ſyſteme actuel de l'Univers.* Mais, comme Dieu trouve ſurtout en lui-même, & dans ſon eſſence, le vrai & l'unique Beau, l'original divin & accompli de toute perfection; le principal objet de ſon *goût*, c'eſt lui-même, c'eſt l'intuition & la poſſeſſion de ſon être, dans laquelle ſe trouve en même tems le ſouverain bien, la ſouveraine félicité. Ces dernieres idées réveillent à la vérité celles de plaiſir & de ſentiment; auſſi rien n'empêche, quand on a bien poſé toutes les diſtinctions précédentes, qu'on n'attribue à ce Dieu que l'Ecriture nomme LE DIEU BIENHEUREUX, & qui l'eſt en effet, le plaiſir & le ſentiment qui conviennent à la nature de ſon bonheur.

RÉFLEXIONS
SUR
LA NATURE ET LES CAUSES DE LA FOLIE.
PAR M. DE BEAUSOBRE.
QUATRIEME MÉMOIRE.

Dans pluſieurs endroits des Mémoires, que j'ai eû l'honneur de préſenter à l'Académie, dans le courant de l'année derniere, j'ai combattu l'idée de ceux qui veulent chercher dans quelque partie viciée du corps la raiſon premiere des maladies de l'eſprit. Il me reſte ſur ce ſujet quelques réflexions à faire.

Si l'on croit trouver dans un état extraordinaire du corps ou de quelqu'une de ſes parties, la raiſon premiere d'un dérangement réel ou apparent des opérations de l'ame, il faut y chercher auſſi la cauſe des foibleſſes de l'eſprit, que l'âge ſemble amener, & c'eſt ce qu'on n'a pas manqué de faire: l'on a crû que, les organes étant uſés, les eſprits animaux émouſſés, peut-être même diſſipés, l'eſprit foibliſſoit: un vieillard imbécile a paru un phénomene facile à expliquer, on a regardé ſon état comme une ſuite naturelle des injures du tems: on s'eſt repréſenté cet état d'enfance, qui accompagne quelquefois la vieilleſſe, comme ces infirmités du corps qui viennent avec le tems, c'eſt à dire, qui ne ſont autre choſe que l'effet naturel d'une machine uſée, & la folie comme une maladie violente qui emporte un jeune homme au printems de ſes jours: ici c'eſt une machine détraquée, là c'eſt une machine dont les reſſorts ſont uſés. J'ai dit qu'il étoit étonnant, qu'avec ces idées on voulut encore ſoutenir la ſpiritualité de l'ame, quoiqu'il ne ſoit que trop vrai que les Philoſophes ſont rarement

ment à l'abri des contradictions. Il me ſemble qu'on ne ſçauroit accorder cette ſpiritualité avec ces ſyſtemes monſtrueux, qui remontent à la même ſource pour expliquer les indigeſtions & les inconſéquences.

Cependant on voit tous les jours des phénomenes qui ſemblent contredire ce que j'ai eſſayé de prouver. Un peu de vin anime un homme, chaſſe certaines idées pour en ramener d'autres, paroit même lui donner de l'eſprit: c'eſt un autre tableau qui ſuccede au premier. Une indigeſtion abaſourdit un homme, il ne penſe presque plus, le chagrin ſuccede au plaiſir; il voit tout en noir & les plus riantes perſpectives deviennent d'affreux tableaux: la fievre chaude, qui fait naitre de violens tranſports, & la morſure d'un chien enragé, ſemblent nous priver de l'uſage de la raiſon: on n'ignore pas les dangereux effets de ces longues maladies qui énervent l'homme, & ce qui eſt encore plus, les triſtes & malheureuſes ſuites de l'ivrognerie, qui hébetent ceux qui s'y abandonnent. Quoi! un peu de ſalive qui ſe communique au ſang, quoi! la rapidité inégale du ſang qui circule dans les veines, quoi! les eſprits d'une liqueur, quoi! un coup à la tête, auroient tant d'influence ſur les opérations de l'ame, & ce ne ſeroit pas comme cauſes immédiates & premieres? Mais ſi ce ſont là des cauſes immédiates des changemens qu'éprouve l'ame, pourquoi d'autres dérangemens du corps ne ſeroient ils pas des cauſes premieres de la folie? Voilà ce qu'on peut alléguer de plus fort. J'ai bien des choſes à répondre à ces expériences dont on tire de fauſſes conſéquences: conſéquences qui pourroient cependant être juſtes, ſans qu'on pût en inférer que la folie ſuppoſe toujours un dérangement dans le cerveau, ou dans quelque autre partie du corps. Qu'on me diſe ſi un homme paſſionné n'a pas des momens de folie; combien de paſſions n'ont pas conduit au delire! qu'on me diſe ſi le chagrin & la douleur n'en ont pas fait autant, & ſi cela eſt, il eſt prouvé que la folie peut naitre ſans une altération préalable du corps: j'en puis dire autant de la colere; dans cette paſſion le ſang eſt violemment agité, mais cette activité & cette rapidité dans la circulation du ſang produiroient elles les phé-

no-

nomenes qui accompagnent l'emportement, ſi l'ame avant que de ſortir de ſon aſſiette n'avoit eu des repréſentations qui l'ont affectée? Si donc il y a des cas où il eſt impoſſible que la cauſe de la folie ſe trouve dans quelque altération du corps, & ce qui plus eſt, ſi je puis expliquer ce qui paroit le plus étrange dans la folie, ſans m'écarter de l'explication que j'en ai donnée, tandis qu'il faut abandonner les cauſes phyſiques lorſqu'on veut expliquer les phénomenes que j'allégue, il eſt naturel de conclure en faveur de l'opinion que je ſoutiens. Dans les objections qu'on me fait, on confond deux choſes eſſentiellement différentes: je n'ai point dit que la folie n'étoit jamais accompagnée de quelques dérangemens dans le corps: tout au contraire: non ſeulement je crois que ces dérangemens peuvent être des ſuites naturelles de la folie, mais je conviens encore qu'ils peuvent l'occaſionner & en devenir des cauſes médiates ou ſecondaires. Notre ame eſt faite pour être dans une eſpece d'harmonie avec notre corps: le corps eſt pour ainſi dire le monde de l'ame: c'eſt à la faveur de cet inſtrument qu'elle agit & qu'elle ſouffre: n'importe de quelle maniere, pourvu que ce ne ſoit point cet *Influ-phyſique*, le plus monſtrueux de tous les ſyſtemes, lorſqu'on admet la ſpiritualité de l'ame.

Si l'on vouloit que les altérations du corps fuſſent la cauſe premiere de la folie, il faudroit admettre que ces mêmes dérangemens la produiſiſſent toujours; mais l'expérience prouve le contraire. Il en eſt des cauſes phyſiques qui produiſent la folie comme de ces mets innocents, qui dans de certaines circonſtances deviennent des poiſons dangereux. Choiſiſſons deux exemples, qui puiſſent ſervir à éclaircir mon idée.

Le vin chaſſe le chagrin, égaye l'homme, l'anime, lui donne des ſaillies: il ſemble lui donner de l'eſprit. Comment cela arrive-t-il? rien de plus aiſé à concevoir. Qu'un homme s'occupe d'une idée chagrinante; tout abſorbé dans une triſte réverie, il ne ſonge qu'à cela, rien ne le réveille, parce que le même objet eſt toujours préſent à ſon eſprit; un peu de vin vient donner plus de rapidité à la circulation du ſang, il ſe ſent plus leger, il lui ſemble avoir acquis un nou-

nouveau degré de force, il ſent du plaiſir à trouver ſes organes plus propres à exercer leurs fonctions; ſon corps eſt une machine dont les reſſorts ſont bandés: bientôt une ſecrette joye s'éléve, c'eſt un contentement intérieur attaché à l'état de ſanté. Si on n'apperçoit pas ces idées, ce n'eſt pas qu'elles ne ſoient bien préſentes à l'eſprit, mais c'eſt qu'elles ne le ſont pas avec le degré de clarté néceſſaire pour être apperçues: à cet état ſuccédent des propos, ces propos deviennent intéreſſants parce qu'ils ſont nés dans un heureux inſtant: la Nature enfin parle, & qui ne l'écoute pas lorsqu'elle parle? Le chagrin diſparoit parce que des objets riants en ont pris la place; on parle avec plus de facilité: ce ſont des étincelles d'un feu que la cendre ne couvre plus. Qui pourroit douter que tout cela ne s'explique & ne ſe comprenne ſans qu'il faille avoir recours à l'influ-phyſique, & ſuppoſer que le vin étant monté au cerveau ait donné à l'ame une activité & des idées qu'elle n'avoit pas? Le même effet eût été produit, ſi on eût trouvé quelque autre moyen de chaſſer le chagrin, ſi on eût perſuadé à cet homme affligé que ce qui le tourmente n'exiſte point, ſi on eût flatté ſa paſſion, ſi on eût ſatisfait une partie de ſes deſirs pour en irriter adroitement quelques autres. On verra quelque choſe de plus approchant encore de l'effet du vin, ſi on tâche de diſtraire l'homme chagrin par quelque ſpectacle qui l'attache, ſi on lui préſente des objets qui l'occupent, ſi on le détourne de ce qui pourroit réveiller en lui des idées déſagréables.

Ce qui arrive à un homme hébété par l'yvrognerie, ne ſervira pas moins à éclaircir les idées que je me ſuis faites de la folie. Un homme tombé dans cet état eſt un homme qui a paſſé une ſuite d'années ſans que ſon eſprit ait fixé longtems les mêmes objets; la rapidité avec laquelle les idées ſe ſont ſuccédées chez lui les unes aux autres, a été une ſuite naturelle de l'état où ſon ame s'eſt repréſenté le corps qu'elle anime; à cet état du corps agité par le vin a ſuccédé d'ordinaire une eſpece d'anéantiſſement, qui a fait naître à ſon tour le deſir d'une nouvelle agitation: le corps pour avoir été trop agité a perdu ſa force, il languit. Il eſt donc arrivé ici deux choſes: 1) l'ame a perdu

la coutume de fixer longtems la même idée, 2) & elle a gagné l'habitude de trouver l'état naturel de ſon corps ſi différent de celui où il eſt lorsque le vin commence à faire ſon effet, qu'en comparant ces deux états, le premier lui paroit un mal-aiſe. Ajoutez à cela qu'un yvrogne trouve le travail inſupportable; il ſemble manquer de beaucoup de ces idées néceſſaires à un jugement ſain, par la raiſon qu'il les a laiſſées trop longtems ſans ſe les rappeller: c'eſt une eſpece de Géométrie perdue, de Logique oubliée: c'eſt l'uſage de la comparaiſon négligé. Une preuve de ce que j'avance, c'eſt que la même choſe arriveroit à un homme livré à toute autre paſſion. Qu'un homme s'attache au jeu, au point de ne faire autre choſe, à une femme qui ne l'occupe que de bagatelles, aux diſſipations de toutes eſpeces; & bientôt on verra qu'il eſt vrai de dire que l'eſprit s'affoiblit lorsqu'il n'agit point, ou qu'il ne fixe que les mêmes idées.

Ces réflexions ſerviront à expliquer tous ces autres phénomenes, par où l'on voudroit prouver que l'ame & ſes fonctions ſont ſoumiſes à tout ce que le corps éprouve. On comprendra que, ſi le corps & ce qui l'environne peuvent paroitre quelquefois influer ſur l'ame, ce n'eſt aſſurément pas de la maniere dont on ſe l'imagine. Un Auteur moderne fort célébre, & avant lui Hippocrate & Arbuthnot, ont ſoutenu que le climat influoit ſur l'eſprit d'une nation, & ſur la nature de ſon gouvernement. Cela peut être vrai ſans qu'on puiſſe en conclure que des cauſes phyſiques agiſſent immédiatement ſur l'ame. Dire que la peſanteur de l'air, indiquée par la différente hauteur du Mercure, variant dans les païs du nord, plus que dans ceux du midi, il faille que les habitans des contrées ſeptentrionales éprouvent un mouvement plus varié dans les fibres du corps, & qu'ils ſoient plus actifs; c'eſt, lorsqu'on n'explique pas de quelle activité il peut être queſtion, prêter la main à des ſyſtemes ſinguliers, à des opinions plus voiſines de la chimere que de la réalité. Il y auroit, en ſuppoſant que cette variation dans le mouvement des fibres influât ſur l'eſprit, un climat pour les ſoux & un climat pour les ſages. Mais, ſi l'on prouve qu'il y en a où une machine, telle que le corps humain, peut faire jouer ſes reſſorts

avec

avec plus de facilité & plus longtems, & qu'il s'en trouve où cette machine peut perdre tout ſon mouvement, ſoit parce que les reſſorts en ſont trop lâches ou trop bandés, ſoit parce que les liquides néceſſaires à cette machine s'accumulent où ſe diſſipent trop, on ne prouve autre choſe par là ſi ce n'eſt qu'il y a des climats où l'ame a de la peine à ſe ſervir de ſon inſtrument, comme il y en a d'autres où elle peut s'en ſervir plus aiſément.

Si l'on veut expliquer la folie par des cauſes purement phyſiques, il faut convenir que toutes les affections de l'ame ne peuvent être expliquées autrement. Je ſçais bien qu'on prétend trouver dans le cerveau des foux quelque dérangement: mais, quand on en trouveroit chez tous les foux, ce qui n'eſt pas, peut-on dire pour cela que ces changemens ſoient des cauſes immédiates de la folie? ne peuvent-ils pas en être les ſuites? Si les altérations de quelque partie du corps pouvoient avoir un ſemblable effet, combien notre ame ne ſeroit-elle pas affectée chaque jour de mouvemens extraordinaires, notre corps y étant ſujet à chaque inſtant! Y auroit-il un inſtant de notre vie ſans folie? Ce ſont ces idées qui ont conduit Mr. de Sauvages à ſoutenir, dans ſon Ouvrage ſur les nouvelles claſſes de maladies, qu'il y avoit un délire univerſel & un délire particulier; il ſuppoſe dans le premier toutes les fibres du cerveau viciées, & il n'en ſuppoſe de telles dans le ſecond que quelques unes.

Qu'on réfléchiſſe un peu à l'embarras où les Anatomiſtes ſe jettent, lorſqu'ils veulent aſſujettir l'ame aux mouvemens du cerveau. Mr. Lieutaud prétend que la nature ne peut agir que par quatre moyens, par la peſanteur, par la legéreté, par l'impulſion & par l'attraction; il rejette les trois premiers pour ne s'arrêter qu'au dernier: ſelon lui, la matiere de l'eſprit animal acquiert par des circulations réitérées le degré de legéreté, de petiteſſe, & de chaleur, propre à le rendre ſuſceptible des impreſſions du magnétiſme: la liaiſon du corps & de l'ame reſſemblera donc à l'effet de l'aimant ſur le fer.

Si l'on conſidere le cerveau, la moëlle de l'épine, & les nerfs, on rencontre partout un corps pulpeux, plus ou moins ſolide, recou-

vert de deux enveloppes, & arroſé de quelques vaiſſeaux ſanguins, & l'on voit que le grand uſage du cerveau eſt de ſéparer l'eſprit animal des liquides où il ſe trouve. Ces eſprits animaux paroiſſent deſtinés à exciter en nous les ſenſations, & à y produire le mouvement: on ſçait qu'une partie quelconque du corps peut perdre le ſentiment ſans perdre le mouvement, & perdre le mouvement en conſervant le ſentiment: voilà des faits: mais conclure de là qu'il y ait dans les nerfs, (inſtrumens du ſentiment comme du mouvement,) deux ſortes de matieres, qui ne ſont pas ſoumiſes aux mêmes loix, & dont l'une extrêmement ſubtile ſert à produire les ſenſations, & l'autre plus groſſiere à produire le mouvement, pour prouver que la premiere de ces matieres agit ſur l'ame & en reçoit à ſon tour des impreſſions; c'eſt s'imaginer que l'eſprit ne differe de la matiere que par la ſubtilité des parties: or comme la petiteſſe ou la ſubtilité n'eſt qu'une rélation, par la raiſon que ce qui nous paroit petit eſt très grand à d'autres égards, on ne gagnera jamais rien à ces ſubterfuges, & il faudra toujours convenir que l'ame ne ſouffre point d'impreſſion immédiate, ou que l'ame eſt matiere.

D'ailleurs ce ſyſteme ſouffre encore beaucoup de difficultés: les phyſiciens les plus habiles ne les écarteroient pas quand même on admettroit la matérialité de l'ame. La glande pinéale, qu'on a voulu prendre pour le ſiege de l'ame, eſt de la nature de la ſubſtance corticale; elle eſt très ſouvent graveleuſe, elle n'a pas dans les mêmes ſujets la même conſiſtance: tandis que le cerveau eſt de tous les viſceres celui qui eſt le moins ſujet aux variétés. Il eût donc du moins été raiſonnable de choiſir une autre place dans le cerveau, & non pas la ſeule dont la conformation n'eſt pas conſtante; non pas une partie où les eſprits animaux doivent naturellement ſéjourner le moins.

Tous les Anatomiſtes ont conclu de ce que les nerfs paſſent dans les glandes ſalivales, que le fluide nerveux ſe méloit avec la ſalive; & ils ont cru que la rage, cauſée par la morſure d'un chien enragé, étoit l'effet de la ſalive de ce chien qui ſe mêloit avec le fluide nerveux: cela leur a paru d'autant plus vraiſemblable, que l'on a même vû des

gens

gens devenir enragés ſans avoir été mordus, & ſimplement pour avoir avalé quelque peu de la ſalive d'un chien enragé. Mais, ſi la ſalive peut avoir un effet immédiat ſur les eſprits animaux, pour déranger les opérations de l'ame, je demanderai pourquoi un homme n'eſt pas auſſitôt enragé que mordu, & pourquoi il eſt néceſſaire que ce poiſon ait fait pendant neuf jours un ravage conſidérable dans le corps avant que la folie paroiſſe, tandis que quelques verres de vin produiſent dans ſi peu de tems un effet bien marqué.

Il eſt bien probable que les ſenſations ſont l'ouvrage des nerfs: car, plus une partie du corps a de nerfs & plus elle eſt ſenſible; c'eſt pourquoi la graiſſe ne paroit avoir aucune *ſenſibilité*. Ces nerfs ſont remplis d'un fluide qu'on appelle nerveux, qui eſt comme je l'ai dit ſéparé du ſang dans le cerveau, & qui paroit être en mouvement dès que le nerf eſt touché. Il reſte donc à ſavoir ſi ce ſont les membranes des nerfs, ou le fluide nerveux, à qui l'on doit attribuer ce que nous appellons ſenſations. Beaucoup d'Anatomiſtes ont été pour le fluide, mais il ſemble que ſi leur opinion étoit véritable, il faudroit que le cerveau fût de la plus grande ſenſibilité, puiſqu'il s'y trouve une grande quantité de ce fluide: cependant, ſi l'on en excepte les vaiſſeaux ſanguins & les pellicules, il n'y a rien dans le cerveau qui ait quelque ſenſibilité apparente. Comme les pellicules qui l'environnent en ont une ſi grande, il ſemble qu'il n'y a aucun doute que ce n'eſt point au fluide nerveux qu'on doit les ſenſations. Ce qui confirme cette idée, c'eſt que la douleur augmente toujours avec la tenſion des parties. Je conclus de là que les eſprits animaux n'ont rien de commun avec les ſenſations.

Les eſprits animaux échappant à notre vue, tout ce qu'on a pû en dire n'eſt fondé que ſur des conjectures hazardées: en vain le fameux Wirdig, dans ſa *Medicina ſpirituum*, a-t-il tenté d'en diſtinguer pluſieurs eſpeces: il n'a fait que prouver que la phyſique devient un roman dès que l'expérience ceſſe de l'éclairer. Comme les eſprits animaux ſe trouvent en abondance dans la ſalive, & que la nature ne

fait rien ſans raiſon, il faut convenir que les eſprits animaux aident à la digeſtion: croira-t-on après cela que le même moyen qui fait digérer, faſſe auſſi penſer?

Mais examinons ce qui ſe paſſe ordinairement en nous, & nous verrons qu'il n'eſt rien moins que néceſſaire d'avoir recours à l'action immédiate des eſprits animaux & des nerfs pour expliquer les opérations de l'ame: à moins qu'on ne veuille établir pour principe, que parce qu'il y a dans le corps certains mouvemens qui accompagnent ou qui ſuivent les repréſentations de l'ame, & dans l'ame certaines repréſentations qui accompagnent ou qui ſuivent les mouvemens du corps, l'ame agiſſe immédiatement ſur le corps, & le corps ſur l'ame.

Dans la colere le coeur bat avec plus de viteſſe & plus de force qu'à l'ordinaire: le mouvement plus rapide du ſang rend auſſi plus rapide le mouvement du fluide nerveux & des eſprits animaux: j'en conviens. Mais que s'enſuit-il de là? L'ame ſe repréſente ce qui ſe paſſe dans le corps très confuſément: s'appercevant d'un plus grand mouvement, elle ne ſe ſent plus portée à fixer le même objet, elle eſt diſtraite, & pluſieurs repréſentations différentes ſe ſuccedent les unes aux autres: mais, comme la loi de continuité exige qu'il y ait un rapport entre ces idées qui ſe ſuccedent, il arrive que dans cet état une idée étant vivement repréſentée, celles qui l'accompagnent ou qui la ſuivent ont avec elle un rapport bien ſenſible; c'eſt pour cela qu'un homme en colere ſe rappelle tout ce qui ſert à condamner celui qui échauffe ſa bile. Un homme en colere, obſédé des idées claires qui ſe ſuccédant rapidement reparoiſſent tour à tour, & de ces idées obſcures qui le fatiguent ſans qu'il s'en apperçoive, eſt comme hors de lui; les actes de ſa volonté ſont auſſitôt exécutés que repréſentés poſſibles à ſon eſprit: c'eſt une folie momentanée. L'imagination peint vivement, le corps agité ſe prête aiſément au mouvement, tout eſt tendu: la ſenſibilité des parties augmente; l'ame en harmonie avec le corps s'attache aux idées préſentes, toute autre idée eſt écartée: & c'eſt ce qui fait comprendre pourquoi un homme irrité oublie

oublie en un inſtant tout ce qu'il ſe rappelle aiſément dans le commun de la vie, & qui l'empêche alors de faire ce qu'il fait dans l'emportement. Dans la triſteſſe le contraire arrive, & j'aurois tort de perdre du tems à m'arrêter ici.

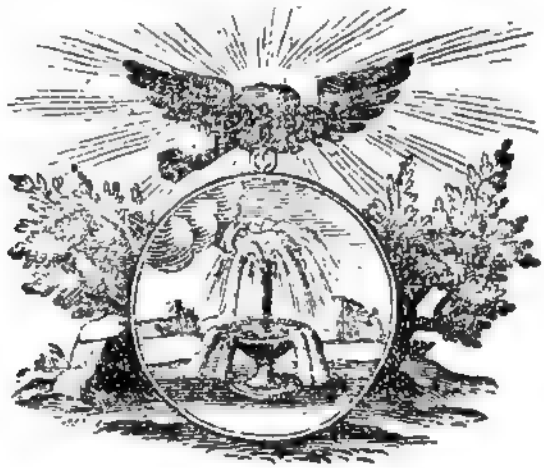
Dira-t-on enfin, pour combattre l'opinion que je défends, que, l'imagination étant ſoumiſe aux mouvemens du corps, il faut pourtant convenir que la folie eſt l'effet d'un dérangement quelconque du corps? Alléguera-t-on ce que rapporte Mr. de la Condamine, des Omaguas, habitans des environs du fleuve des Amazones, qui ont deux plantes, l'une que les Eſpagnols appellent *Floripendo*, & l'autre appellée dans le païs *Curupa*, dont ils ſe ſervent pour s'enyvrer pendant vingt-quatre heures? Ces plantes priſes en infuſion, ou comme du tabac en poudre, rempliſſent l'imagination de ces habitans de toutes ſortes de bizarreries, & ils ſont alors dans cet état de gaieté, qui ſemble n'avoir aucune liaiſon avec leur état précédent. Mais ces plantes font l'effet que produit le vin; & j'ai dit ailleurs ce qu'on peut répondre à cette objection.

L'ame s'apperçoit de ce qui ſe paſſe dans le corps, & ſes opérations ſont analogues aux changemens que le corps éprouve: le corps ſouffre des impreſſions de l'ame: mais l'on voit que la folie nait ſouvent ſans que le corps puiſſe être, en aucune maniere, même une cauſe éloignée de ce changement extraordinaire. Ce n'eſt donc alors que dans l'ame même qu'il faut chercher la raiſon de la folie: & l'y trouver pour un ſeul cas, c'eſt l'y trouver pour tous. Il nous reſtera ſans doute toujours quelque choſe de difficile à expliquer, ſçavoir comment, lorsque la folie eſt née par des cauſes pſychologiques le corps ſe détruit & ſe dérange, & comment lorsque le corps ſe détraque, il s'enſuit dans les opérations de l'ame des variations analogues à ces dérangemens: mais, quand on aura expliqué comment l'ame eſt inſtruite de ce qui ſe paſſe hors d'elle, & comment le corps obéit à l'ame, j'expliquerai auſſi ce qui reſte ſur le ſujet que je traite de difficile & d'obſcur.

Il

Il s'agit de trouver un ſyſteme qui ſatisfaſſe à toutes les difficultés: quand on ſuppoſe la ſpiritualité de l'ame, celui de l'harmonie préétablie paroit y ſatisfaire plus que tous les autres, & il ne nous manque peut-être qu'une connoiſſance plus ſolide de l'ame elle-même, pour prouver la vérité de cette hypotheſe.

Il ſuffit ici 1) que la folie puiſſe naitre & naiſſe ſouvent, ſans que le corps entre pour rien dans la cauſe de ce mal, 2) que lorsque la folie eſt occaſionnée par des maladies, ce qui ſe paſſe dans l'ame ſoit un effet de ſa propre force, qui agit d'une maniere analogue à ſes repréſentations: l'ame ne pouvant ſe repréſenter que ce qui eſt, 3) enfin qu'on auroit tort de conclure que l'ame perde ſes facultés, ou que ſes facultés ſoient altérées, parce que les actions extérieures ne repondent point à ſon état ordinaire: on n'accuſera point un muſicien habile de donner de faux tons lorsque ſon inſtrument n'eſt pas accordé.



RÉ-

RÉFLEXIONS
SUR
LA NATURE ET LES CAUSES DE LA FOLIE.
CINQUIEME MÉMOIRE.

Dans le dernier Mémoire que j'ai eu l'honneur de préſenter à cette Aſſemblée, j'ai cherché à prouver, que ce n'eſt pas dans quelque altération du corps, qu'il faut chercher la raiſon immédiate des maladies de l'eſprit. J'ai combattu l'opinion contraire, dans la ſuppoſition que l'ame fut réellement ſujette à des maladies; mais j'avois établi dans un Mémoire précédent, que l'ame ne pouvoit ſouffrir comme force d'autre dérangement, que celui de l'affoibliſſement. Or, comme il ne ſe perd point de force dans la nature, cet affoibliſſement n'eſt pas même poſſible dans l'ordre naturel des choſes: l'anéantiſſement de toutes les forces de l'ame ſeroit ſa deſtruction; & l'anéantiſſement d'une partie de ſes forces l'affoibliſſement dont nous parlons. L'un & l'autre ne peut être effectué par les voyes ordinaires de la nature: c'eſt à Dieu, qui a tout tiré du néant, qu'il faut remonter pour trouver une cauſe ſuffiſante aux effets, que les loix de la deſtruction naturelle ne ſauroient produire.

Il ne s'agit donc que des maladies apparentes de l'eſprit: de ce prétendu affoibliſſement, de ce dépériſſement apparent des forces de l'ame: ce n'eſt plus qu'un mal ſuppoſé que j'ai expliqué. On voit, il eſt vrai, dans les vieillards & dans les foux, comme dans les perſonnes attaquées d'un mal violent, des phénomenes qui ſemblent indiquer que les opérations de l'ame ne ſe font plus; mais ſi la difficulté de s'exprimer dans les gens timides ne prouve pas leur imbécillité, pourra-t-on croire qu'un dérangement aſſez extraordinaire dans le corps, pour

empêcher que les actions ne dépoſent en faveur de l'uſage de la raiſon, prouve que la raiſon elle-même ſoit affoiblie?

En ſuppoſant donc l'ame inaltérable, ſi j'oſe ainſi parler, on voit comment des cauſes phyſiques peuvent occaſionner la folie ſans jamais en être la cauſe efficiente: cela doit arriver toutes les fois qu'elles ſeront de nature à porter l'imagination à altérer la repréſentation de l'état préſent.

La repréſentation de cet état préſent (extérieur) ne peut être altérée que de deux manieres, l'une en y faiſant entrer ce qui n'exiſte pas, ou ce qui n'exiſte pas de la maniere dont il eſt repréſenté; l'autre en ſupprimant ce qui exiſte réellement. Tant que l'ame s'apperçoit que ce qui arrive d'extraordinaire eſt l'effet d'un dérangement quelconque, il n'y a point de folie; mais, lorsque l'ame, pleine des repréſentations occaſionnées par ce dérangement, s'en rapporte entierement à l'imagination, il y a de la folie, plus ou moins ſelon les circonſtances.

Comme l'ame ſe repréſente tout ce qui l'environne, & que ces repréſentations ſont ou obſcures ou claires, il eſt néceſſaire qu'un dérangement extraordinaire dans le corps amene dans l'ame des repréſentations analogues, claires ou obſcures; tant que l'ame attribuera ces repréſentations extraordinaires à quelque état extraordinaire du corps, elle jugera ſainement, & n'éprouvera que de la douleur ou de la triſteſſe: mais, ſi elle ſe livre à ces repréſentations nouvelles, ſi tout ce que lui peint ſon imagination lui paroit autant de ſignes certains de choſes réellement exiſtantes hors d'elle, alors ne fixant ſon attention que ſur ces repréſentations, ces dérangemens du corps pourront être des cauſes éloignées de la folie.

Il eſt ſans doute impoſſible d'indiquer quelle eſpece de dérangemens dans le corps pourroit l'occaſionner. Premierement, quelque ſuccès qu'ayent eu les recherches des Anatomiſtes dans ces derniers tems, il nous reſte encore tant de choſes à découvrir ſur les ſenſations & ſur les organes des ſens, qu'il y auroit même de la témérité à hazarder

zarder quelques conjectures ſur cette matiere: en ſecond lieu, les mêmes dérangemens ne produiront pas toujours les mêmes effets dans différents ſujets, l'imagination de différents individus n'étant pas la même. Mais, quels que ſoient ces dérangemens, il nous ſuffit ici de ſavoir qu'il faut qu'ils ſoient de nature à occaſionner une altération dans la repréſentation que l'ame ſe fait de l'état préſent (extérieur). Quelque petite que ſoit cette altération, elle préſentera à celui qui l'éprouve une chaîne d'idées tout à fait différente de celle qu'il devroit naturellement avoir, elle lui offrira un autre monde: mais un homme qui voit un autre ſuite de choſes que tous les autres hommes, peut-il s'accorder & harmonier avec eux?

Il n'eſt pas néceſſaire de chercher dans le cerveau, & dans les organes les dérangemens propres à occaſionner la folie. Tout autre mal peut avoir le même effet: cela dépend de l'imagination du malade. Qu'un homme, par exemple, ait le malheur de perdre ce qui lui eſt cher, que l'idée de cette perte l'afflige, qu'occupé continuellement de ſa perte, il laiſſe à ſon imagination plus d'empire qu'il ne lui en faut; on le verra paſſer inſenſiblement de la triſteſſe à la mélancholie, & de la mélancholie à la folie. Ce qu'on peut dire de plus vraiſemblable, c'eſt que quelques dérangemens ſeront des cauſes médiates de la folie pour tous les hommes, tandis que d'autres ne le ſeront que pour quelques uns: que les uns produiront leur effet beaucoup plutôt que d'autres, &c.

Je remarque encore que ce ne ſeront point les repréſentations claires qui produiront le plus ſouvent cet effet: quelque conſidérables que ſoient les dérangemens, s'ils ſont repréſentés clairement à l'ame, ils n'auront d'autre effet que de rendre l'état du malade douloureux: & pourvu que celui qui ſouffre ne s'attriſte pas au point de paſſer, comme je l'ai dit, par degrés de la triſteſſe à la folie, il n'y a point à craindre pour lui: ce ſont les douleurs ſourdes & longues qui font naitre ordinairement la triſteſſe; les douleurs vives & fortes ne durant gueres on voit la joie & la tranquillité ſuccéder bientôt à l'impatien-

ce: c'eſt ainſi que les repréſentations obſcures ſont le plus à craindre; ce ſont elles qui font travailler l'imagination, & l'imagination frappée, l'ame ſe repréſente l'état préſent extérieur tout autrement qu'il n'eſt: tranſportant le paſſé au préſent, & effaçant le préſent qui eſt comme éclipſé par les repréſentations vives de ce qui n'exiſte pas.

A juger cependant par expérience, il paroit que c'eſt dans le cerveau que ces dérangements ſe trouvent le plus ſouvent. On a remarqué que c'étoit aux yeux qu'on diſtinguoit communément les foux. En effet il y a des hommes dont le regard annonce ce qu'ils ont à craindre, & rarement trouve-t-on des foux dont les yeux ne décelent le triſte état où ils ſe trouvent. Mais ils ont cela de commun avec tous les hommes: ce n'eſt qu'une longue étude de la diſſimulation, & de la gêne, qui peut apprendre aux hommes à ne pas ſe trahir par leurs regards. Les yeux ſont immobiles & fixés ſur un ſeul objet lorsque notre attention eſt fixée: celle des foux l'eſt toujours: leur regard a quelque choſe de farouche, parce qu'il eſt immobile, & il l'eſt ſouvent ſans qu'ils aient une repréſentation claire de l'objet qu'ils fixent. Comme il leur importe peu, ou qu'ils n'ont aucune raiſon, de promener leurs regards, ils ſont quelquefois ſans aucun mouvement de la prunelle. Cela leur arrive toujours lorsque l'imagination leur peint vivement l'objet de leur folie. D'autres fois il arrive que leurs yeux ſont errants, qu'ils les promenent continuellement ſur tous les objets qui les environnent, qu'ils fixent même tous ces objets ſans en appercevoir aucun.

Après ce que je viens d'établir, oſerois-je hazarder de déterminer ce que c'eſt que la folie; & ce que c'eſt qu'être foû? Il me ſemble qu'en rapprochant tout ce que nous appercevons dans les hommes que nous appellons ainſi, & en retranchant de cette idée collective ce qui n'eſt pas eſſentiel, on peut appeller fou, un homme qui, éveillé, & jouiſſant de l'uſage de ſes ſens, ſe trouve dans un état où il ne diſtingue plus les repréſentations que ſon imagination produit de celles qui ſont analogues à ſes ſenſations, & où ſes erreurs, démenties

par

par le témoignage des ſens, ou oppoſées aux notions communes, ſont le triſte fruit des ſenſations qu'il croit avoir. Qu'au reſte cet état ſoit accompagné de fureur, ou qu'il ſoit fort tranquille, qu'il ait ou n'ait pas de longs intervalles, qu'il amene peu ou beaucoup d'erreurs, enfin qu'il differe peu ou beaucoup de l'état ordinaire; c'eſt ce qui ne change rien à la nature même du mal: ce ne ſont là que différents degrés d'un mal, qui peut être plus ou moins violent, des modifications d'un état qui peut être modifié d'une infinité de manieres.

Lorsque cet état eſt l'effet de cauſes purement morales, il eſt difficile d'y remédier, on s'apperçoit du mal lorsqu'il n'eſt plus tems d'y porter remede. Dans le commun de la vie, les premiers accès d'une folie de cette eſpece ne paroiſſent que des écarts d'imagination, ou des inconſéquences. La raiſon a de trop longs intervalles, les repréſentations des objets extérieurs ſont encore diverſion à ces repréſentations obſcures dont l'effet eſt à craindre. Le mal à ſon dernier période éclate tout à coup; & alors il n'eſt plus de reſſources que dans quelques intervalles de repos, qui ne ſervent ſouvent qu'à empirer le mal.

Mais, ſi cet état eſt occaſionné par quelques dérangemens que le corps ait ſouffert, par quelques douleurs, par quelque mouvement extraordinaire des liquides, ſi cet état, dis-je, eſt en quelque façon l'effet de cauſes phyſiques; alors les remédes pourront quelque choſe: il ne s'agira que de ſçavoir ce qui eſt vicié dans le corps, mais cela ne ſera point aiſé. Le plus grand nombre des foux n'ont pas, ſurtout dans les commencemens, une maladie bien ſérieuſe; & ſouvent, à l'exception d'un ſang épaiſſi, on ne trouve en eux rien qui puiſſe être l'objet d'une gueriſon à entreprendre. Ce qui fait qu'on a recours à la Médécine, c'eſt l'état où les foux ſe trouvent après un certain eſpace de tems: ſi l'on eſpere les rétablir en guériſſant le mal que différens accès ont pu produire dans le corps, on ſe trompe fort. Lorsqu'un fou s'échauffe, s'irrite, dérange ſa façon de vivre, paſſe les nuits dans les veilles, & ne jouit que rarement du ſommeil ſi néceſſaire, il eſt naturel que ſa

ſanté ſe dérange. Quand on dit qu'un ſang épaiſſi, après avoir produit le mal hypocondriaque, mot ſi propre à cacher notre ignorance, peut auſſi produire la folie, que dit-on autre choſe ſi ce n'eſt que ce mal-aiſe, où un ſang épaiſſi & un corps lourd nous mettent quelquefois, amene naturellement un homme à conſidérer avec lenteur & avec chagrin certaines idées déſagréables, parce que l'ame ſe repréſentant l'état du corps ſe repréſente auſſi cette difficulté de faire jouer les organes, & de varier ſes repréſentations, & parce que l'ame étant active, & cherchant hors de l'état préſent de quoi s'occuper, ou ſe diſtraire, tombe naturellement ſur ce qu'elle craint ou eſpere pour lors le plus? C'eſt ordinairement cet état de mal-aiſe, qui amene ces maladies ſi ſingulieres, enfans de l'imagination, comme l'hydrophobie, l'aërophobie: cette répugnance pour l'eau & pour l'air eſt quelquefois ſi forte, qu'il y a tout à riſquer ſi l'on veut bruſquer le malade.

Il ne faut pas croire que les furieux ſoient ceux qu'on guérit le plus difficilement. On guérit de la rage. Ce ſont les foux les plus tranquilles dont la gueriſon eſt la plus déſeſpérée. Quand le corps eſt bien bouleverſé, les changemens que les remedes y produiſent, font naître un calme, qui frappant l'eſprit en impoſe ſouvent à l'imagination: c'eſt un réveil après un ſonge effrayant.

Ainſi la rage, la phrénéſie, la fievre chaude, le tranſport au cerveau &c. ſont des maladies du corps, où les opérations de l'ame paroiſſent altérées ou ſupprimées, parce que le corps ne fait pas ſes fonctions, ou ne les fait pas comme il le devroit: la folie eſt un état où les opérations de l'ame paroiſſent altérées, ou ſupprimées, parceque l'imagination dénature ou ſupprime la repréſentation de l'état préſent extérieur: la mélancholie eſt un état, où les opérations de l'ame ſont moins actives, parce que l'eſprit eſt trop occupé d'idées déſagréables: un homme mélancholique ſe diſtingue du fou, en ce qu'il ne confond pas les ſenſations avec les images que préſente l'imagination, ou que du moins cela ne lui arrive que très rarement.

De là il eſt aſſez naturel de conclure, que, ſi l'art des Médecins peut porter quelques ſecours efficaces, c'eſt dans le cas où des cauſes phy-

phyſiques ont dérangé tout à fait l'oeconomie intérieure, & le ſyſteme de l'organiſation: il faut alors, ou rétablir l'inſtrument dont l'ame ſe ſert, ou s'attendre à toutes les ſuites que peut avoir une liaiſon, ſinon interrompue du moins affoiblie, & qui doit reſter entiere ſi, par les actions extérieures du corps, l'ame doit paroître jouir comme auparavant de toutes ſes facultés.

Mais qu'eſpérera-t-on de la Médecine lorsque ces dérangemens phyſiques ſont l'effet inſenſible de la folie, ou, pour parler plus clairement, de tout ce que le corps a ſouffert en conſéquence des volontés de l'ame pendant tout le tems où elle s'eſt trouvée avoir eu l'imagination trop vivement frappée. Les remédes, s'ils ont quelque effet, ne feront autre choſe que relever une machine, qu'on abbat un inſtant après. L'art du Médecin ne peut ſe montrer que dans la guériſon de ces malades, dont les maux ont été de nature à affecter leur imagination: alors c'eſt à deviner le ſiege du mal, ou la nature du dérangement, & les remédes propres à rétablir l'état naturel que le Médecin doit employer toute la ſagacité dont il eſt capable.

On m'objectera ſans doute qu'il pourroit y avoir des cas, où la Médecine ſeroit encore d'un puiſſant ſecours, bien que le corps n'ait été dérangé qu'enſuite de l'état violent où l'ame s'eſt trouvée: on me parlera de l'effet de ces frayeurs violentes dans un danger imminent. Mais, ſi l'on fait attention, que la folie ne peut alors avoir d'autre cauſe, que l'impreſſion trop vive d'un malheur qu'on croyoit voir arriver, & qu'il eſt néceſſaire que le corps ſouffre des mouvemens extraordinaires de l'ame, en vertu d'une liaiſon, qui eſt encore un phénomene inexplicable, on verra que les ſecours de la Médecine, pouvant ſervir peut-être à rétablir le corps, ne pourront pas pour cela ôter de l'eſprit l'impreſſion que la vue du danger y a faite. Tout dépend de l'eſprit, ou plutôt de l'imagination: le corps pourra ſe reſſentir toujours de la commotion qui s'y eſt faite, & l'eſprit revenir à lui: le corps pourra ſe rétablir par des remedes donnés à propos, & l'eſprit reſter frappé de cette repréſentation qui fait extravaguer. S'il

arrive

arrive donc que l'homme attaqué d'un accès de folie reprenne ſon bon ſens, & garde un corps affoibli ou détraqué, ou bien qu'il perſévere dans l'état de folie, quoique ſon corps ait été rétabli dans ſon état naturel, pourra-t-on dire que la Médécine ait pu guerir ce fou?

Peut-être penſera-t-on que les effets ſinguliers de quelques poiſons, de quelques philtres &c. ſi tant eſt que ces effets ſoient réels, paroiſſent non ſeulement prouver que la folie peut être quelquefois une ſuite immédiate des dérangemens du corps, mais encore que les remedes peuvent guérir la folie, puiſqu'ils ont rétabli pluſieurs perſonnes qui avoient pris de ces philtres, ou de ces poiſons, dont l'effet avoit été de déranger leur eſprit.

On citera ſans doute l'exemple de Lotichius, ce Poëte fameux en Allemagne, qui prétend avoir eu le malheur de perdre la raiſon, après avoir pris un philtre qu'on lui donna dans une Auberge où il ſe trouvoit: il raconte que les accès de ſa folie ne duroient pas, que les intervalles étoient fréquents & longs, qu'il en devint chauve, mais qu'enfin il fut parfaitement rétabli. Sans conteſter la vérité d'un fait atteſté par le témoin qui doit être le moins ſuſpect, il s'agiroit de ſçavoir ſi Lotichius ne ſeroit pas devenu fou ſans avoir pris ce philtre; mais je veux ſuppoſer encore que ſans ce breuvage il ne l'eût jamais été, ne ſe peut-il pas que ce philtre agiſſant avec tant de violence, ou pendant un ſi long eſpace de tems, l'imagination de ce Poëte vint à être frappée, & que cette imagination une fois affectée, certaines idées le firent extravaguer, juſqu'à ce que les douleurs, les inquietudes, le mal-aiſe ayant ceſſé par le moyen de remedes convenables, Lotichius ne ſe repréſenta plus ces idées qui le faiſoient extravaguer? L'action de ce philtre ſur le corps revient à ce qui arrive aux gens pris de vin, ce que j'ai examiné ailleurs: la différence n'eſt que dans la durée de l'effet.

Ce ſont des moyens, d'un genre bien différent de ceux des remédes ordinaires, qu'il faut tenter pour eſpérer de donner quelque ſecours à ces malheureux, d'autant plus dignes de pitié, que leur douleur

leur & leurs regrets, dans les intervalles lucides, viennent empoiſonner le plaiſir qu'ils ont de retrouver l'uſage de la raiſon. Qu'il eſt triſte de n'ouvrir les yeux que pour voir ſa miſere! Moments de raiſon achetés bien cher!

Avant de ſonger au ſecours qu'on pourroit porter au mal, c'eſt à ſon origine qu'il faut penſer. Soigneux de la découvrir, par le rapport fidele de ceux qui ont vécu avec le malade, il faut auſſi s'attacher à connoitre le caractere & le tempérament de celui qu'on veut guérir.

Partant de cette idée, que la folie conſiſte ſurtout en une trop longue & trop vive contemplation d'un ſeul & même objet, ou d'une ſeule & même idée, on conçoit qu'elle peut être de différente nature: & que, ſi les principes ſur leſquels on pourroit établir la maniere dont il faut s'y prendre pour la guérir, peuvent être appliqués à tous les cas, ce n'eſt que comme on applique les principes généraux à des cas particuliers.

C'eſt donc à diſtraire le malade qu'il faut porter ſes premiers ſoins: il faut tâcher d'écarter de ſon eſprit l'idée qui y eſt toujours préſente; il faut tâcher de lui faire tourner ſon attention ſur d'autres objets; la multiplicité des repréſentations obſcurcira la repréſentation fatale: & un intervalle lucide gagné ainſi peut faire eſperer d'en gagner de plus longs, & enfin de rétablir le malade. Je conviens de la difficulté de traiter ainſi un malade de cette eſpece: mais c'eſt le ſeul moyen de réuſſir.

Je ne prétens point exclure les ſoins & les ſecours du Médecin; je les regarde même comme néceſſaires à certains égards, pourvu qu'on ne confonde pas des choſes d'une nature bien différente, & que j'ai cherché à diſtinguer ſcrupuleuſement. Lorsque la repréſentation fatale eſt due à un certain état dérangé, à une douleur, ou à quelque diſpoſition extraordinaire du corps, le Médecin, en rétabliſſant l'état naturel, en aſſoupiſſant la douleur, en changeant la diſpoſition où le corps ſe trouve, rétablit le malade, lorsque ſon eſprit n'a point

été aſſez affecté, pour que l'imagination puiſſe repréſenter un état paſſé comme ſi c'étoit un état préſent. Mais cette eſpece de folie eſt appellée ainſi fort improprement: ce n'eſt que la ſituation d'un homme qui ſe repréſente confuſément, mais trop vivement, l'état fâcheux où il ſe trouve; & dans la folie il eſt eſſentiel que les fantômes de l'imagination étouffent ou obſcurciſſent les repréſentations de l'état préſent.

Quelquefois il eſt aiſé de ſçavoir l'idée qui a frappé un fou: ou il en parle toujours, ou ſes actions la découvrent. Mais il arrive auſſi qu'il eſt aſſez difficile de la découvrir; ſoit que les foux ne ſe la rappellent pas dans les momens lucides, ſoit que ſe la rappellant ils n'ont pas le courage de la dire. Cette idée eſt ſouvent rélative à des circonſtances particulieres qui ne ſont connues qu'à la perſonne intéreſſée; il ſe peut même que ce ſoit une idée qui ne s'apperçoive que dans certains momens, comme cela eſt aſſez ordinaire aux foux hypochondres; j'en connois un qui paroit un phénomene inexplicable, ſi l'on n'a recours à cette ſuppoſition. Celui dont je parle eſt un homme de lettres, qui a de très longs intervalles lucides, qui pendant le tems de ſon repos raiſonne très bien, dont les moeurs ſont pures, qui n'eſt ni bigot ni incrédule, en qui l'on n'apperçoit ni mélancholie, ni dérangement de l'eſprit, qui ſuſceptible de ſentiment peut éprouver une grande triſteſſe ou un grande joie, ſans être expoſé à aucun accès de folie, mais qui de tems à autre s'appercevant que ces malheureux accès vont revenir, va lui-même ſe rendre à la maiſon des foux, lorſqu'il les ſent arriver, & en ſort lorſqu'ils ſont paſſés. Cela lui eſt arrivé pluſieurs fois, mais non pas dans des tems reglés: les intervalles ont été quelquefois de ſix à huit mois.

Un fait ſemblable, connu à Berlin, & arrivé il y a peu de tems, ne ſauroit être expliqué, ſi l'on ne ſuppoſe que cette idée, d'où nait la folie, c'eſt à dire celle dont l'eſprit eſt alors ſi frappé, peut quelquefois être tellement obſcurcie par d'autres idées ou d'autres repréſentations qu'il eſt impoſſible aux foux de ſe la rappeller, lorſqu'elle n'agit pas ſur l'imagination avec ſa violence accoutumée. Cette idée

eſt

eſt dans l'alternative, ou de n'être point apperçue, ou de l'être avec trop de chaleur pour laiſſer l'eſprit dans ſon aſſiette naturelle.

Une Dame, à qui l'on avoit toujours reproché beaucoup de hauteur & un eſprit d'un commerce fort difficile, avoit fait ſouffrir ſon mari pendant pluſieurs années: un matin elle le fit appeller pour ſe raccommoder avec lui, pour lui demander pardon de toutes ſes vivacités & de tous ſes emportemens; & lorsque le mari pénétré de ce retour lui témoigne l'envie qu'il a de vivre en paix avec elle, elle lui dit qu'elle avoit été obligée de preſſer le moment de réconciliation, parce qu'elle étoit aſſurée que dans trois jours elle ſeroit enragée. La ſurpriſe du mari eſt facile à imaginer: il ne put jamais découvrir ce qui lui faiſoit tenir ce langage: les regrets de ſa conduite paſſée ne parurent point avoir troublé ſon eſprit, la crainte de l'avenir ne parut pas non plus la menacer du même malheur: le mari enfin fut le triſte ſpectateur de la réalité de cette prédiction: cette Dame devint enragée le troiſieme jour, & mourut le huitieme dans l'état le plus violent où l'on ait jamais vu un fou.

Dans l'un & l'autre de ces deux cas, on voit qu'il y a une certaine ſituation de l'ame, où, ſortant pour ainſi dire hors d'elle même, elle n'eſt frappée que d'une idée qui l'agite avec beaucoup de violence, & qui ſe fait preſſentir lors même qu'elle n'eſt pas encore clairement repréſentée.

Lorsque je fais réflexion à ce qui arrive à ceux qui, ayant été bleſſés dangereuſement, ſentent ſouvent des douleurs, qui leur indiquent un changement de tems que d'autres ne prevoient pas: je ſuis tenté de comparer l'état du corps de ces bleſſés, qui ſouffrent de l'impreſſion de l'air extérieur, à l'état de l'ame des foux qui dans les momens lucides voyent confuſément le danger qui les menace. Un homme digne de foi m'a raconté, qu'un de ſes amis ayant un jour vû la foudre tomber ſur un arbre auquel il étoit appuyé, ſentoit tous les ans au même jour des angoiſſes terribles, lors même qu'il ne ſongeoit pas à ce qui lui étoit arrivé.

Ces phénomenes pſychologiques, & beaucoup d'autres, ſont des miſteres inconcevables, ſi l'on n'a recours à des idées obſcures, qui peuvent émouvoir l'ame, comme une douleur ſourde peut incommoder un homme, ſans qu'il puiſſe dire ce que c'eſt qu'il ſouffre.

Les folies de ce genre ſont peut-être incurables: comment écarter des idées, que celui là même qu'elles frappent ne ſe rappelle plus lorsqu'il revient à lui! Quel moyen pour découvrir d'où & comment nait cette malheureuſe idée? Quelque diſſipation que nous cherchions à oppoſer au retour de cette idée, peut-être que cette diſſipation même ſervira à la reproduire avec plus de violence que jamais.

Il s'enſuit de tout ce que je viens d'établir, que, s'il y a quelques ſecours à eſpérer des remedes, c'eſt 1) lorsque la folie a ſa ſource dans la repréſentation d'un état dérangé du corps, 2) ou lorsqu'ayant ſa ſource dans une idée dont l'imagination a été frappée, les dérangemens phyſiques qui s'en ſont ſuivis aident à entretenir la folie. Cependant dans l'un & l'autre cas, ces remedes ne ſont utiles, qu'autant qu'il eſt poſſible de retablir le dérangement phyſique, & qu'autant qu'il reſte encore à l'ame, après la guériſon du corps, aſſez d'empire ſur l'imagination, pour que la repréſentation de l'état paſſé ne ſoit pas plus vive que la repréſentation de l'état actuel, c'eſt à dire, pour que l'ame ne confonde pas avec les ſenſations, les fantômes que produit cette imagination, ou ce qui revient au même, pour qu'elle n'altere pas les ſenſations.

Qu'on juge après cela de la difficulté de la guériſon: la nature des dérangemens phyſiques eſt presque toujours inconnue, & le rétabliſſement de ces dérangemens eſt d'autant plus difficile, que les remedes qui peuvent agir juſques ſur le cerveau, ſont d'un dangereux uſage, & le ſont à proportion du degré d'efficacité qu'ils poſſedent. Mais, toutes ces difficultés étant levées, la guériſon n'eſt pas encore auſſi ſure qu'on pourroit le croire: l'imagination frappée une fois eſt difficilement bridée.

Il en eſt bien autrement encore de toutes ces eſpeces de folie, qui, n'étant pas nées à la ſuite d'un dérangement phyſique, n'en ont produit que de très foibles. Ici le ſecours de la Medécine eſt parfaitement inutile: le ſecours du raiſonnement eſt impoſſible, comme nous l'avons prouvé dans un des Mémoires précédens; cet homme qui ſe croyoit Dieu le Pere, auroit-on pu le guérir par les remedes, ou par le raiſonnement?

Quand on réfléchit ſur les abus infinis qui regnent dans ces triſtes aziles où l'on enferme les foux, on déſeſpere de parvenir à recueillir aſſez d'expériences pour guider heureuſement ceux qui veulent ſoulager ces malheureuſes victimes de l'imagination. L'humanité ſembleroit demander qu'on fit les plus grands efforts pour les ſoulager ou les guérir; le coeur eſt déchiré à la vue de pareils maux: & peu d'hommes cependant peuvent s'aſſurer de n'être jamais expoſés à les ſouffrir, à moins de prendre pour aſſuré qu'il ne nous arrivera jamais ce qui arrive rarement.

RÉFLEXIONS PHILOSOPHIQUES

SUR

L'UTILITÉ DE LA POËSIE DRAMATIQUE *).

PAR M. SULZER.

La Poëſie dramatique a cela de commun avec pluſieurs autres établiſſemens importants, qu'on la doit plutôt au hazard & à pluſieurs changemens ſucceſſifs, qu'aux vues de celui qui en eſt l'inventeur. Nous ignorons en quel tems & en quel lieu les ſpectacles qui ont produit la Poëſie dramatique, ont pris naiſſance. Les Grecs s'en diſent les inventeurs, comme des autres beaux-arts. Mais il eſt probable qu'ils les ont reçus de quelque peuple plus ancien qu'eux. Toutefois l'hiſtoire qu'ils nous donnent de leur commencement & de leurs progrès, eſt aſſez dans le vrai. Le premier germe, duquel on vit éclorre longtems après la Poëſie dramatique, n'étoit qu'un divertiſſement paſſager auquel ſe livroient des vignerons après la vendange. Bientôt ce divertiſſement devint un uſage annuel; puis une cérémonie religieuſe, qui dégénéra enſuite en une farce, que quelques Poëtes, conduits par un goût ſupérieur, ont changée peu à peu en un ſpectacle régulier & très intéreſſant, dans lequel la Poëſie, la Muſique, & la Philoſophie même, étalent ce qu'elles ont de plus ſublime.

Du tems de *Solon* ce qu'on appelle *Tragédie* n'étoit qu'une farce avec laquelle un Poëte, nommé *Theſpis*, amuſoit la populace d'Athenes. Ce ſage Légiſlateur, ne prévoyant pas à quel point ce ſpectacle pour-

*) Lû dans l'Aſſemblée publique du 5 Juin, 1760.

pourroit être ennobli, le défendit *). Quelque tems après, des Poëtes plus philoſophes que *Theſpis* le perfectionnerent au point que, malgré le reſpect qu'on avoit pour les loix de *Solon*, il fut autoriſé par les Loix, & fit même partie d'une des Fêtes les plus reſpectables. Les Athéniens étoient ſi éloignés de croire que ce ſpectacle perfectionné fût dangereux, ou ſeulement inutile, qu'ils dépenſerent des ſommes immenſes pour le ſoutenir avec dignité. Un Auteur ancien rapporte qu'une des Tragédies de *Sophocle* coûta plus au tréſor public que toute la guerre contre les Perſes.

Après que le Théatre fut perfectionné par *Eſchyle*, par *Sophocle*, & par *Euripide*, perſonne ne s'aviſa de le regarder comme préjudiciable aux bonnes moeurs. On y vit ſouvent *Socrate* entouré de ſes diſciples. En effet il faudroit avoir une étrange morale pour condamner la repréſentation des Tragédies Grecques qui nous reſtent, ſi l'on en excepte une ou deux. Les Romains avoient introduit ces ſpectacles dès les premiers tems de la Republique. Mais, très inférieurs aux Athéniens dans la délicateſſe du goût & des ſentimens, ils ne ſçurent pas l'ennoblir comme eux. Le Théatre conſerva toujours à Rome quelque reſte du mauvais goût & de l'indécence qui le caractériſoient dans ſa premiere inſtitution. La grande dépravation des moeurs, dans les derniers tems de la République & ſous les Empereurs, affecta auſſi le Théatre, ſurtout après qu'on y eût produit les Mimes, les Pantomimes & les Baladins. On n'y voyoit alors que des repréſentations obſcenes, deshonnêtes, & même infames. Ces ſpectacles dangereux ſe ſont attiré les cenſures des Philoſophes & de ces premiers Docteurs Chrêtiens qu'on nomme les Peres de l'Egliſe: & c'eſt depuis ce tems-là que, dans pluſieurs païs, il y a un opprobre attaché à la profeſſion d'Acteur. C'eſt ainſi que le Théatre a conſervé juſqu'à nos jours une partie de ſa mauvaiſe réputation, malgré la réforme conſidérable qu'on y a faite. Depuis peu un homme celebre a tâché de lui porter le coup mortel, en le repréſentant comme très dangereux aux moeurs.

Le

*) Voyez *Diogene Laërce* dans *Solon.*

Le goût de tous les peuples policés décide en faveur du Théatre; & aucun raiſonnement ne le fera abolir. Au lieu donc de vouloir détruire un établiſſement que le goût ſoutiendra toujours, il vaut mieux tâcher de le perfectionner, & de le rendre vrayement utile, ſi cela eſt poſſible. Il faut voir, ſi, malgré les taches qui défigurent le Théatre, on peut y découvrir quelque mérite ſupérieur aux défauts. C'eſt ce que je me propoſe d'examiner dans ce Diſcours.

Pour juger ſans prévention de la valeur morale du Théatre, il ne faut point inſiſter ſur une de ſes formes particulieres. Il y a ſans doute des Pieces de Théatre qui ne produiſent aucun bien, ni ſur l'eſprit, ni ſur le coeur des ſpectateurs, qui ſont même préjudiciables aux bonnes moeurs. Je conviens qu'il y a beaucoup de vrai dans ce que M. Rouſſeau dit au déſavantage de ces ſpectacles. Il y en a qui préſentent exactement ce qu'*Horace* nomme

Peccare docentes hiſtorias *),

des hiſtoires qui enſeignent à trahir la vertu.

Mais il ne s'enſuit pas de là que tout le genre ſoit vicieux, & que l'inſtitution en général ſoit nuiſible aux bonnes moeurs. Je ne conſidérerai pas ici le Théatre tel qu'il eſt aujourdhui, mais tel qu'il pourroit être, en conſervant ſon agrément; & je crois que, ſans aucun ſophiſme, & ſans amener les raiſons de bien loin, on peut prouver que la Poëſie dramatique en général eſt une des inventions les plus utiles, & que le Théatre peut devenir un des établiſſemens les plus reſpectables.

Au fond, une Piece dramatique n'eſt qu'une repréſentation vraye & naturelle d'une action intéreſſante, qui produit quelque événement heureux ou malheureux, dans un Etat, dans une famille, ou dans la vie d'un ſeul homme. Qu'y a-t-il dans cette notion de la Poëſie dramatique, qui puiſſe nous la rendre ſuſpecte? Un Poëte ſans moeurs & ſans principes peut ſans doute repréſenter une action peu édifiante, peu inſtructive, & même ſcandaleuſe; mais il eſt également poſſible qu'on choiſiſſe une action très inſtructive pour ceux qui la voyent, & qui produiſe de très bons effets ſur la façon de penſer & ſur

*) Hor. Od. I. III. od. 7.

ſur les ſentimens des ſpectateurs. Le Théatre par ſa nature n'exige point de ſujet qui ait absolument le défaut de gâter l'eſprit ou les ſentimens du ſpectateur. Je ne crois pas que perſonne s'aviſe de ſoutenir que, ſans ces défauts, une action ne pourroit être intéreſſante rélativement au Théatre. Car, on pourroit citer un bon nombre de Tragédies & de Comédies qui ont eu beaucoup de ſuccès ſans avoir ces défauts. Or il n'eſt pas difficile de prouver qu'une telle action, maniée par un Poëte philoſophe, & repréſentée au Théatre, peut être très utile aux ſpectateurs.

Je remarque d'abord que, dans la façon de nous faire connoître une action intéreſſante, le Poëte a beaucoup d'avantage ſur l'Hiſtorien, indépendamment même de la repréſentation. Sans ſortir de la vérité des faits, il les préſente dans le point de vue le plus avantageux, en éloignant tout ce qui n'eſt pas eſſentiel, en découvrant les reſſorts les plus cachés qui font agir les hommes. L'action peinte dans le drame eſt un *Beau idéal*. Comme un amant paſſionné ne voit pas dans la perſonne aimée une beauté limitée, telle qu'elle eſt dans la nature, mais une beauté celeſte que forme ſon imagination exaltée, de même le Poëte nous repréſente l'action perfectionnée par ſon génie: & c'eſt par là qu'il nous frappe bien plus fortement que l'Hiſtorien. L'action théatrale eſt un tableau d'une belle ordonnance, d'un beau coloris & d'une grande force d'expreſſion; l'action décrite par l'Hiſtorien eſt un deſſein ſans ordonnance tracé pour faire connoître hiſtoriquement le fait dont il s'agit. Il eſt vrai que le Poëte ne reſte pas dans la vérité hiſtorique. Mais ſes fictions mêmes ſont dans la vérité de la nature morale: elles ſont fauſſes par rapport aux tems, aux lieux & au noms des perſonnes, mais très vrayes par rapport aux ſituations & aux caracteres. L'action dramatique ne donne pas le fait, tel qu'un témoin oculaire l'auroit vû, mais tel que le verroit une intelligence ſupérieure qui lit dans les coeurs, qui pénetre dans l'intérieur des choſes, & qui en éloigne tout ce qui n'y eſt pas eſſentiel, pour en avoir une idée plus juſte & plus frappante.

On peut même ſoutenir, ſans rien outrer, que la Poëſie dramatique nous inſtruit beaucoup mieux que l'expérience, vû que la plupart du tems celle-ci ne nous préſente que le dehors des perſonnes. Il n'y a point d'état, point de condition, point de ſituation importante dans la vie, ſoit publique, ſoit privée, que la Poëſie dramatique ne ſçache peindre de façon à ne nous y rien laiſſer ignorer. Le Poëte raſſemble les traits qui ſervent à caractériſer ces différentes rélations; il rapproche les faits, & il découvre ce que l'expérience même nous cache. Veut-il nous inſtruire des embarras de la grandeur? Il trouve moyen de nous introduire dans le cabinet d'un Grand; & non content de nous faire voir toutes les marques extérieures de ſon embarras, il le rend éloquent: les expreſſions les plus énergiques, les remarques les plus fines, nous peignent vivement les inquiétudes & les chagrins, qui accompagnent la grandeur. Que les Grands ſont quelquefois accablés de chagrins au milieu de la gloire qui paroit les entourer: c'eſt une remarque triviale qui ne frappe pas beaucoup. Mais, ſi dans *l'Iphigénie en Aulide d'Euripide*, nous en voyons l'exemple, nous ſommes vivement touchés. On ſait par mille événemens, que les plus puiſſantes Maiſons ſouveraines ſont ſujettes à de grands revers & à de grandes calamités. L'*Andromaque*, ou l'*Hecube* du Poëte Grec rendent témoin de cette vérité d'une façon qui fait frémir; & l'idée en reſte vivement imprimée pendant toute la vie.

Dans le monde même, les objets qu'il importe le plus de connoitre & d'approfondir, s'offrent rarement à notre vue tels qu'ils ſont. Mille choſes concourent à déguiſer l'homme, à nous donner le change ſur les biens & les maux, ſur le mérite & le crime. On ne voit ces objets dans leur vrai jour qu'après avoir fait mille réflexions que tout le monde n'eſt pas capable de faire, & on ne parvient à ces connoiſſances que lorsqu'il eſt trop tard d'en profiter. Le Théatre peut abréger cette route; on y voit l'homme, comme on ne le voit que très rarement dans la ſociété, à découvert, ſans fard, ſans diſſimulation & ſans la moindre ombre de réſerve. Chacun y

pen-

penſe tout haut; & dans les affaires les plus importantes, dans les épanchemens les plus ſecrets de l'ame, le ſpectateur eſt le confident de l'Acteur. Le Poëte, après avoir paſſé la meilleure partie de ſa vie à approfondir les différens caracteres des hommes, à connoitre à fond les paſſions, à obſerver dans leurs vrais jours les vertus & les vices, à peſer le bien & le mal attachés aux états & aux conditions qui diſtinguent les hommes, à ſaiſir les points de vue propres à faire bien juger de chaque ſituation importante; étale ſes précieuſes connoiſſances dans la Poëſie dramatique: & il le fait d'une façon à nous communiquer en peu de tems, & de la maniere la plus énergique, ce qu'il n'a connu lui-même qu'après une longue ſuite d'obſervations & de réflexions. Voilà en général en quoi conſiſtent les avantages de ce genre de Poëſie. Je ne crois pas qu'il y ait rien d'outré dans ce tableau. Le Poëte philoſophe, tel que je l'ai ſuppoſé, n'eſt pas un être imaginaire; & les ſujets tels que je les demande pour les Pieces dramatiques s'offrent de tous côtés, pourvû que le Poëte ait aſſez de génie pour créer de nouvelles formes.

Après ces remarques générales, nous allons conſidérer quelques avantages particuliers de la Poëſie dramatique. D'abord, il eſt viſible qu'il n'y a aucun genre auſſi propre que celui-ci à donner des exemples & des modeles des vertus. *Platon* a dit, que l'homme deviendroit éperduement amoureux de la vertu, s'il pouvoit la voir ſous une forme viſible. Il n'y a que la Poëſie dramatique qui puiſſe donner cette forme à la vertu. Le Poëte peut arranger l'action de façon que l'homme vertueux y paroiſſe dans tout éclat poſſible. Je ſais bien que, d'après un ancien préjugé, les Pieces dramatiques ſont ordinairement arrangées de façon que la vertu ſuccombe, pour exciter la compaſſion. Mais l'eſtime pouſſée juſqu'à l'admiration n'eſt, ni moins douce, ni moins vive que la compaſſion, par conſéquent rien n'empêche le Poëte, de repréſenter la vertu ſupérieure à tout ce qui lui eſt oppoſé. Rien ne l'empêche de nous montrer une jeune homme qui, comme *Hercule*, eſt ſupérieur aux attraits de la volupté, & qui, malgré les enchantemens du vice, ſe jette dans les bras de la vertu & y trouve ſa récompenſe.

Une cataſtrophe heureuſe aura-t-elle moins de charmes qu'une cataſtrophe malheureuſe? Qu'eſt-ce qui pourroit intéreſſer davantage qu'un Souverain, qui, au milieu des malheurs publics, eſt le pere de ſes peuples, un Miniſtre fidele à ſa patrie, qui eſt le boulevard des citoyens contre un Tyran, un homme integre, dont la probité eſt ſupérieure à la méchanceté des Courtiſans & qui, après de longs combats, triomphe de ſes ennemis? Le Poëte ſeul eſt capable de repréſenter les vertus dans tout leur éclat, en raſſemblant les faits, en amenant les ſituations les plus frappantes, en leur donnant du relief par des contraſtes, en leurs oppoſant les plus grandes difficultés. Tous ces moyens qui rendent l'action théatrale tout à fait intéreſſante, ſont en même tems très propres à faire briller la vertu.

La ſatisfaction intérieure qui récompenſe les bonnes actions, & le bonheur qui eſt le prix de la vertu, ſont encore des objets importans que le ſeul Poëte dramatique peut nous faire ſentir avec cette énergie qui nous enflamme du deſir de nous l'approprier.

D'un autre côté, la méchanceté & le crime, dévoilés ſur le théatre, peuvent produire de grands effets. Il importe d'autant plus de recourir à ce moyen de démaſquer le ſcelerat, qu'il eſt rare de le voir dans la nature ſous ſa vraye forme. Combien de ſcélérats ne voit-on point entourés d'un nuage brillant de fortune & de bonheur? Et quel dangereux exemple cela ne donne-t-il point à des ames honnêtes qui ne pénétrent pas dans l'intérieur de cette félicité apparente? Qu'on produiſe donc ces faux heureux ſur le Théatre, afin que tout le monde y voye avec quelle viteſſe ce faux bonheur diſparoit au moment que le ſcélérat eſt ſeul & abandonné à la réflexion! Le ſpectateur ſera témoin des inquiétudes mortelles & des paſſions dévorantes qui l'accablent; il l'entendra déteſter ce prétendu bonheur, & il aura de l'horreur d'une ſituation, qu'il étoit tenté d'envier.

J'avoue que ces ſalutaires effets que j'attribue à la Poëſie dramatique me paroiſſent ſi vrais & ſi inconteſtables, que je ſuis ſurpris qu'on en ait pu douter. *Je voudrois bien*, dit M. Rouſſeau, *qu'on me mon-*

montrât clairement & ſans verbiage, par quel moyen le Théatre peut produire en nous des ſentimens que nous n'avons pas, & nous faire juger autrement des êtres moraux que nous en jugeons nous-mêmes. J'oſe le dire; je crois voir fort clairement, ce que cet homme ſi pénétrant, n'a pu voir.

Il eſt vrai que le goût du beau & du bon paroit être antérieur à toute inſtitution. Mais qu'on ne s'y trompe pas. Ces germes ſont ſi foibles au fond de l'ame, qu'il eſt très facile de les étouffer. Combien n'y a-t-on point d'exemples, que des ſentimens qui paroiſſent innés & indeſtructibles, ayent été entierement effacés? L'homme né avec un jugement droit & de bons ſentimens, n'en profitera pas beaucoup, s'il a le malheur de vivre parmi des hommes corrompus. Il prend leurs ſentimens, leurs préjugés & leurs moeurs, quelque oppoſés qu'ils ſoyent à la bonté naturelle de ſon caractere. On a vu des hommes courageux & magnanimes, devenir peu à peu lâches & puſillanimes pour avoir vêcu avec des gens de ce caractere; on a vu des hommes d'un grand ſens & qui poſſédoient de grandes lumieres acquiſes, tomber dans des ſuperſtitions puériles, pour avoir vêcu avec des foux ſuperſtitieux. D'où il vient que des Nations entieres ont des préjugés qui font honte à la raiſon, & des ſentimens qui dégradent l'homme?

Cela ne prouve-t-il pas clairement que nos ſentimens, nos goûts, & le jugement que nous portons des êtres moraux, dépendent beaucoup des exemples que nous voyons? Or n'eſt-il pas infiniment rare que l'expérience même nous offre ces exemples ſous un point de vue auſſi frappant, que le Théatre peut le faire? Il ſemble qu'avec beaucoup plus de raiſon, la demande de M. *Rouſſeau* ſeroit applicable à la Peinture. Cependant on pourroit répondre qu'un jeune débauché revint des desordres de ſa vie pour avoir été vivement frappé par un tableau *), & qu'*Ariſtote* a remarqué qu'il y a des tableaux qui ont plus de force ſur l'homme que les meilleurs préceptes de la Morale**).

*) Cette hiſtoire eſt racontée par S. Grégoire de Nazianze.

**) *Ariſt. Politic.* L. V.

On a vû des perſonnes revenir ſubitement des égaremens auxquels elles paroiſſoient livrées pour toujours, & changer en très peu de tems de moeurs & de ſentimens, au point de devenir méconnoiſſables: ſouvent un ſeul & unique exemple, bien frappant, du bonheur que produit la vertu, ou du malheur que produit le crime, a ſuffi pour opérer une révolution ſi heureuſe. La Poëſie dramatique eſt très propre à donner ces exemples. Le Poëte eſt un Magicien, qui, d'un ſeul coup de baguette, peut rompre le charme de l'illuſion fatale, qui enchainoit l'imagination & le coeur. Si l'homme né méchant ne peut être ramené à l'honnêteté, ni par l'exemple, ni par le précepte, au moins celui qui n'eſt livré au vice que par illuſion, peut être ramené; & rien n'eſt plus capable d'opérer cet effet, qu'un tableau frappant, tel que le Théatre ſeul peut le donner. Ces malheureux que rien ne peut corriger, ſont plus rares qu'on ne croit. Le grand nombre renferme en ſoi les germes de la raiſon & de l'honnêteté, qui ſe développent d'autant plus promptement qu'ils ont été gênés par le préjugé. Un ſeul trait de lumiere diſſipe quelquefois un grand nombre de ces préjugés, & fait triompher la raiſon. La Poëſie dramatique en fournit l'occaſion mieux que tout autre arrangement.

Cette remarque me conduit naturellement à faire obſerver la force des belles *ſentences*, eſtimées comme une partie conſidérable de la Poëſie dramatique. Quelque grande que ſoit une vérité, elle ne frappe vivement que lorſqu'elle eſt placée bien à propos. Le vrai qui ne tient qu'à la partie ſupérieure de l'ame, ou à l'entendement, n'a aucune force ſur nous; il eſt de pure ſpéculation comme ſont les vérités de Géométrie. Mais, lié à l'imagination & au coeur, il devint un principe actif, en réglant nos ſentimens & nos actions. Ceux qui aiment à lire des penſées ou des réflexions détachées, & des maximes dans le goût de celles de *la Rochefoucault*, ſe ſeront ſouvent apperçus qu'il y en a quelques unes qui frappent extraordinairement. On peut encore obſerver que chaque lecteur en choiſit un petit nombre qu'il trouve ſupérieurement vrayes & bonnes. Ces penſées ſont celles qui tiennent à des tableaux, ou à des ſcenes préſentes à notre imagination, & qui nous

nous rendent ces vérités ſenſibles. Il en eſt comme de ces vérités qui ſont la morale des fables; ſeules, elles font fort peu d'impreſſion; mais, ſi l'imagination eſt vivement frappée par le tableau que lui préſente la fable, la morale en prend une force ſupérieure, & reſte ineffaçablement dans l'eſprit.

Or, de tous les genres de Poëſie, le genre dramatique eſt le plus propre à donner cette grande force aux ſentences, parce qu'il préſente les tableaux les plus frappans. Le Poëte, après avoir fixé notre attention ſur une ſcene intéreſſante, qui s'empare de toute la force de l'ame, lance deux ou trois mots qui ſont l'ame des images dont nous ſommes ſi vivement frappés: & c'eſt par là que nous ſaiſiſſons ces vérités avec la plus grande vivacité & avec une conviction que rien ne peut affoiblir. Si jamais la vérité peut faire impreſſion ſur l'homme, c'eſt dans ces occaſions où toute ſon ame eſt déjà prévenue en ſa faveur.

Si la vérité acquiert ſa plus grande force par les images ſous leſquelles elle devient ſenſible, la Poëſie dramatique obtient encore un avantage qui mérite d'être mûrement peſé. Dans toute l'étendue du monde moral, il n'y a aucun genre d'objets qui ne puiſſe entrer dans la Poëſie dramatique. Caracteres, ſentimens, bonnes ou mauvaiſes actions, ſituations délicates, dangereuſes ou heureuſes, tout cela eſt du reſſort de l'action théatrale. Un homme qui auroit longtems fréquenté un bon Théatre, poſſéderoit un magazin d'images qui renfermeroit toutes les vérités morales ſous des formes matérielles. Muni de ces connoiſſances, il en tireroit un avantage infini pour le diſcours. Un ſeul nom lui tiendroit lieu d'une définition, une ſimple alluſion lui épargneroit ſouvent un long diſcours. Pour appuyer ou pour fortifier des réflexions importantes, il n'auroit qu'a rappeller à l'auditeur une de ces ſcenes vivement peintes dans ſon imagination. Les ſeuls noms de *Tartuffe*, ou d'*Harpagon*, définiſſent mieux le dévot impoſteur & l'avare, que tout ce que le premier philoſophe du monde pourroit exprimer par des définitions. Si vous pouvez dire à un jeune

ne homme prêt à s'égarer: *Mon ami, rappelle-toi Barneveldt* *) vous le frapperez plus fortement par ces deux mots, que par les exhortations les mieux raiſonnées.

On ne peut avoir trop de ces images inſtructives qui donnent une ſi grande force au diſcours: & les Moraliſtes n'évitent le verbiage dans leurs Ecrits, qu'autant qu'ils peuvent ſe ſervir de pareilles alluſions. Les Anciens avoient pour cela leur Mythologie, leur Homere, & les Pieces du Théatre grec; tous ceux qui liſent les anciens, ſavent quels avantages ils ont tiré de ces images. L'Empereur *Auguſte*, déplorant ſouvent les égaremens honteux d'*Agrippa* & des deux *Julies*, récitoit un vers d'Homere **) qui peignoit mieux les malheurs de ſa maiſon que tout ce qu'il pouvoit dire. Or il ſemble que, par un bon Théatre, on pourroit répandre dans le public cette eſpece de connoiſſance.

Je viens à un autre avantage de la Poëſie dramatique. *Quelquefois j'ai eſpéré*, dit un Homme célébre ***), *qu'on diſcuteroit au théatre les points de morale les plus importans, ſans nuire à la marche violente & rapide de l'action dramatique. De quoi s'agiroit-il en effet? De diſpoſer le poëme de maniere que les choſes y fûſſent amenées comme l'abdication de l'Empire dans Cinna. C'eſt ainſi que le Poëte agiteroit la queſtion ſur le ſuicide, de l'honneur, du duel, de la folie des dignités*, &c. Je ſuis entierement de l'avis de ce Philoſophe. J'ajoute que de pareilles diſcuſſions, qu'un Poëte habile peut toujours amener naturellement, deviennent beaucoup plus intéreſſantes ſur le Théatre, qu'elles ne ſeroient dans tout autre genre. Car les matieres de diſcuſſion

*) Perſonnage principal dans la Tragédie Angloiſe intitulée le *Marchand de Londres*.

**) Αἰδ' ὄφελές γ' ἄγονός γ' ἔμεναι, ἄγαμός γ' αἰνολίσθαι,

C'eſt un mot qu'*Hector* dit à Paris, en lui reprochant les maux infinis qu'il fit à ſa famille & à ſon pais, & dont le ſens eſt: *Plût aux Dieux que tu ne fuſſes pas né, ou que tu euſſes péri avant de te marier!* Il y a une petit équivoque dans le mot ἄγονος, qui fait que ce vers peut être appliqué à *Auguſte* même, dans ce ſens. *Plût aux Dieux que je n'euſſes point procréé d'enfans ou que je fuſſe mort dans le celibat!*

***) M. *Diderot*.

ſion ne ſont vrayement intéreſſantes que par des déterminations perſonnelles & locales. L'illuſion théatrale nous met à la place des perſonnes intéreſſées dans l'action. Alors il ne s'agit plus d'une ſimple ſpéculation. Placés par l'illuſion dans des ſituations très importantes, nous nous ſentons preſſés de prendre un parti; l'ame s'échauffe, & toutes ſes forces ſe réuniſſent ſur l'objet important dont il s'agit. Nous en avons un exemple dans le fameux monologue de *Hamlet*, dans la Tragédie de *Shakeſpeare*. Peut-on douter que dans ces circonſtances on ſoit plus vivement frappé, que ſi la même matiere étoit diſcutée dans une Chaire de College?

Je m'arrête ici, parce que je crois que ce que j'ai remarqué ſuffit pour prouver que la Poëſie dramatique peut être de la plus grande utilité. M. *Rouſſeau* qui, ſans doute, a bien ſenti cela, prétend qu'un Théatre utile, & tel que nous le ſuppoſons, eſt une chimere. „On ne corrigera jamais, dit il, le goût & les moeurs par le théatre, „parce que les pieces qui choquent les moeurs dominantes, ne réuſſi„ront pas.“ Je réponds à cela qu'il ne s'agit pas toujours d'attaquer des moeurs & des opinions nationales. Du tems de *Moliere*, cette race ſinguliere de *Précieuſes ridicules* pouvoit être ſifflée ſans attaquer le caractere national des François. Le Poëte le fit avec beaucoup de ſuccès: & *Ariſtophane* attaqua très vivement les moeurs du peuple Athénien, ſans diminuer le nombre des ſpectateurs. D'ailleurs, il ne me paroit pas généralement vrai, que tout ce qui n'eſt pas dans nos moeurs, nous choque. Il n'y a que les Nations barbares, qui ſoyent opiniâtrement attachées à leurs moeurs, & ſur leſquelles d'autres moeurs ne faſſent aucune impreſſion. Dans toute Nation policée, il y a un nombre de perſonnes raiſonnables qui déſapprouvent bien des choſes aſſez généralement reçues, & qui gémiſſent ſous un joug dont elles ſouhaitent d'être debaraſſées. Ceux qui ont aſſez de fermeté pour quitter le chemin battu, en entraînent quelquefois d'autres, qui par eux-mêmes n'y auroient jamais penſé; & cela produit ſouvent des effets heureux ſur tout un public. Enfin, quel que ſoit le caractere national d'un peuple, il y a parmi les particuliers des vertus & des vices,

qui ne ſont pas ceux de tout le monde. Rien n'empêche donc le Poëte de travailler à fortifier les unes, & à s'oppoſer aux autres. Je conviens que, parmi les *Hurons*, une Piece dans le goût françois ne réuſſiroit pas; que l'*Avare* de Moliere tomberoit dès la premiere repréſentation, ſi tous les ſpectateurs étoient des *Harpagons:* je conviens encore que le Théatre ne donnera à perſonne des ſentimens dont la nature a refuſé le premier germe, ni une façon de penſer qui ſurpaſſe le degré de conception que la Nature a accordé aux ſpectateurs. Mais je ne vois pas que le Théatre ceſſe pour cela d'être utile. Y a-t-il un peuple ſur la terre ſans diſpoſition naturelle pour un plus haut degré de vertu que celui qu'il a, ou ſans aucune capacité de ſe corriger de quelquesuns de ſes défauts? Chez un tel peuple, s'il exiſtoit, le Théatre ne ſeroit pas plus inutile que tout autre établiſſement formé pour perfectionner l'homme moral. Mais le cas n'exiſte certainement pas. Il en eſt des moeurs & des opinions comme du goût, qui ſe perfectionne inſenſiblement par de bons modeles. Les Monumens antiques tirés de deſſous les ruines de l'ancienne Rome n'étoient aſſurément pas dans le goût dominant des Italiens, lorsque quelques génies heureux commencerent à les imiter. C'eſt pourtant ce qui a produit une révolution totale dans le goût. Un petit nombre de modéles antiques détruiſit le goût gothique dans l'Architecture & dans le Deſſein. Je ne crois pas qu'on puiſſe dire, que l'homme ſoit plus opiniâtre en fait de moeurs que dans les affaires de goût. Si donc les Poëtes dramatiques vouloient rendre à leurs concitoyens le même ſervice en fait de morale, que les *Bramante*, les *Michel-Ange* & les *Raphaël*, ont rendu aux leurs, en fait de goût; je penſe qu'ils ne réuſſiroient pas moins à produire une révolution heureuſe.

Je crois que ces remarques ſuffiſent pour prouver que la Poëſie dramatique peut être très utile. Il me reſte encore à conſidérer le Théatre comme ſimple ſpectacle. C'eſt principalement par ce côté là qu'il s'eſt attiré la cenſure des Moraliſtes rigides. Toutefois, ſi ces ſpectacles n'étoient qu'une bonne repréſentation de Poëmes dramatiques, tels que nous les avons ſuppoſés dans tout ce Diſcours, je ne

vois

vois pas ce qu'il y auroit à cenſurer. Au contraire, s'il y a quelque Piece dramatique dont la lecture ſoit utile, la même Piece bien repréſentée produira beaucoup plus d'effet, puiſque ce n'eſt que par la repréſentation que les tableaux du Poëte acquierent toute leur force. L'Orateur *Eſchyle* dit aux Rhodiens qui admiroient une Harangue de *Demoſthené* que celui-ci leur avoit récitée: *Eh! qu'auriez vous dit, Meſſieurs, ſi vous aviez entendu Demoſthene même?* Ajoutons à cela l'ingénieuſe remarque de l'illuſtre *Bacon*, que les hommes aſſemblés en grand nombre ſont plus ſuſceptibles d'être touchés, qu'étant ſeuls. Enfin, l'illuſion produite par une bonne exécution acheve néceſſairement de donner toute la force poſſible aux bonnes impreſſions que le Poëte veut produire.

Je ne diſconviens pas qu'il n'y ait de très grands défauts dans les Théatres modernes, rélativement à l'exécution. Mais ces défauts n'y ſont point eſſentiels; & on y remédieroit fort facilement, ſi le pouvoir légiſlatif daignoit s'en mêler. Cela ſe faiſoit à *Athènes* où aucune piece ne pouvoit être repréſentée qu'elle n'eût été examinée par quelques Magiſtrats, qui en même tems étoient chargés de veiller à ce que l'exécution fût parfaite.

Même à ne conſidérer les ſpectacles que comme un ſimple amuſement, ils n'ont rien qui ne ſoit digne de la raiſon la plus éclairée; pourvu qu'on y corrige quelques défauts: ce qui eſt très facile à faire. N'y eût-il d'autre avantage que celui d'inſpirer à des hommes oiſifs le goût de réflechir ſur des êtres moraux, ſur des caracteres, ſur les paſſions, ſur les divers événemens de la vie &c. c'en ſeroit aſſez, pour rendre cet amuſement important. Or c'eſt certainement l'effet le plus naturel que le Théatre produiſe.

Je ne crains point avec M. Rouſſeau, que les ſpectacles entrainent un public laborieux dans la diſſipation; je crois plutôt que, pour peu qu'un Théatre ſoit bien dirigé, il pourroit produire l'effet contraire. On ſait ce que valent dans les petits Etats les amuſemens d'un peuple laborieux, & combien coûtent ordinairement aux femmes & aux enfans une ou deux heures que le pere de famille paſſe au cabaret ou à la chaſſe. On ſait encore ce que c'eſt que les amuſemens de ſociété des perſon-

nes d'un rang plus élevé. Si les ſpectacles étoient ce qu'ils peuvent être très facilement, une mere de famille rempliroit bien mieux ſon devoir en accompagnant ſes enfans au ſpectacle, qu'en les menant dans un cercle où l'on ne voit ni n'entend rien qui ne ſoit frivole. Elle en tireroit encore l'avantage de gagner au ſpectacle un fond de matiere pour s'entretenir avec ſa famille ſur des objets qui doivent néceſſairement entrer dans les connoiſſances d'une jeuneſſe bien élevée. Rien n'eſt ordinairement plus froid que les entretiens de famille dès qu'il s'agit de ſujets de morale. Si un bon ſpectacle en fourniſſoit la matiere, ces entretiens deviendroient également utiles & agréables.

Je le répete pourtant; il s'en faut beaucoup que les meilleurs Théatres ſoient tels, qu'on en puiſſe attendre les heureux effets dont nous venons de parler. Parmi le grand nombre de Pieces dramatiques, il y en a très peu qui méritent une entiere approbation; & le reſte de ce qui appartient au Théatre eſt très rarement ce qu'il devroit être pour éviter la cenſure des honnêtes gens. Mais, en condamnant les défauts & les abus du Théatre, il ne faut pas s'oppoſer au bon uſage qu'on en peut faire. A Athenes, *Sophocle* Poëte & Acteur, fut jugé digne de gouverner l'Etat conjointement avec le Grand *Péricles*. Si l'on vouloit perfectionner le Théatre, je ne vois pas ce qui empêcheroit les perſonnes du premier mérite & des mœurs les plus pures, de devenir utiles au public, par un métier qui, les abus ôtés, peut devenir un des plus reſpectables.

Il exiſte déjà des Pieces de théatre qui répondent à la haute idée que j'ai donnée de la Poëſie dramatique; & je crois qu'il y a des Acteurs dignes de les repréſenter. Déjà on voit des génies heureux qui franchiſſent les bornes que le mauvais goût ſembloit avoir preſcrites à ce genre, & qui par de nouvelles routes s'élevent bien au deſſus de leurs prédeceſſeurs. Il y a lieu d'eſpérer que quelques circonſtances favorables rendront au Théatre la dignité qu'il avoit dans les beaux tems de la République d'Athenes.

SUR LE DÉSIR.

PAR M. MERIAN.

Les choſes qui ſont le plus près de nous, ſont presque toujours celles que nous connoiſſons le moins. Toute notre vie ſe paſſe dans les déſirs; & l'on diſpute encore ſi le Déſir eſt un bien ou un mal, un plaiſir ou une peine.

Tandis que les uns ne conçoivent point de déſir ſans un mal-aiſe, ou un ſentiment déſagréable; d'autres vous diront que le Déſir eſt un ſentiment délicieux, un plaiſir par excellence; peu s'en faut qu'ils n'y faſſent conſiſter le bien ſuprême.

Comme ces deux opinions contraires ſont ſoutenues par des autorités également reſpectables, je croirois volontiers qu'il y a du vrai & du faux dans l'une & dans l'autre. Mais comment le démêler?

Lorsque, dans le Regne de la Nature, il ſe préſente un objet à caracteres équivoques, & qu'on ne ſait ſous quelle claſſe le ranger, comment l'obſervateur s'y prend-il? Il analyſe cet objet avec ſoin, le contemple à travers le microſcope, ou le décompoſe juſque dans ſes élémens. Alors il ſe trouve, ou que cet objet appartient à un genre déjà connu, ou qu'il participe de pluſieurs genres, ou qu'il forme lui-même un genre nouveau. Nos recherches exigent ici une opération analogue; car la Pſychologie eſt l'Hiſtoire Naturelle de l'ame.

Cherchons donc la notion du Déſir dans le ſiege même du Déſir, au fond de nos coeurs, & voyons ce qui ſe paſſe en nous lorsque nous déſirons. Or il me ſemble y appercevoir trois choſes, 1. un objet qui ſe peint à l'Imagination ſous une forme agréable, 2. une in-

quiétude, cauſée par l'abſence de cet objet, inquiétude qui nous rend mécontens de la ſituation où nous ſommes, 3. une eſpece d'attraction que cet objet exerce ſur nous, ou de notre part une tendance vers le bien que nous nous y figurons, & qui n'exiſte encore pour nous qu'en idée.

Le Déſir, compoſé de ces trois perceptions, ſenſations, ou ſentimens, comme on voudra les nommer, n'eſt donc pas un ſentiment ſimple & uniforme, mais un ſentiment mixte.

Nous y avons d'abord diſtingué une image agréable; & l'on ne ſauroit douter que la perception de cette image ne ſoit un plaiſir. Cependant elle peut être agréable de deux façons, ou par elle-même, je veux dire dans le cours ordinaire des choſes, ou par l'entremiſe d'une circonſtance accidentelle, qui ne la rend agréable que pour le moment préſent.

Dans ce dernier cas, il peut arriver qu'une image déplaiſante par elle-même emprunte de l'agrément de la poſition particuliere où nous nous trouvons. Ainſi, l'image d'un homme qui ſouffre, image qui nous révolteroit dans toute autre occaſion, a des charmes pour nous, lorsque cet homme eſt notre ennemi. Alors c'eſt la haine qui fait que nous nous plaiſons à cette image affreuſe, & nous ne devons ce triſte plaiſir qu'à l'état violent où notre ame eſt en proye. Mais, malgré ce plaiſir, les Déſirs où entrent de pareilles images ne ſont certainement pas des biens, & je ne penſe pas que perſonne oſe le ſoutenir. Revenons au Déſir en général.

Tant que notre eſprit s'arrête à la contemplation de l'objet qui lui plaît, ſans ſe trouver mal à ſon aiſe, & ſans tendre plus loin, nous ne déſirons pas encore, ou nous ne déſirons plus; cette contemplation eſt déjà une jouiſſance, dans laquelle l'image nous tient lieu de la réalité. Telles ſont ces douces rêveries que la Fontaine a ſi agréablement décrites dans la fable de la Laitiere: telles les extaſes du poëte, lorsque tranſporté ſur la double colline, il jouit du commerce des Muſes & d'Apollon, ou de cet écrivain qui ſe mire dans ſes ouvrages, & ſe

voit

voit faiſant les délices de ſon ſiecle & de la poſtérité. Ces viſions ne ſont point des déſirs. La fortune, les honneurs, les biens fantaſques dont notre imagination ſe repaît dans ce délire paſſager, ſont alors pour nous ce qu'étoient les vaiſſeaux du Pyrée pour ce fou d'Athenes qui ſe croyoit le propriétaire de ces vaiſſeaux, & qui les poſſédoit en effet autant qu'il en avoit beſoin pour ſa ſatisfaction.

Gardons nous bien de mépriſer tous les plaiſirs de cette nature: ce ſont peut-être les plus purs de ceux que la vie humaine nous offre. Nous nous les donnons à peu de frais; nous les goûtons ſans remords. Il ſeroit peut-être heureux de pouvoir ſe fixer à ces fantômes, & ſouvent l'ombre vaut mieux que la réalité. Ou plutôt, il n'y a point ici de différence: tous les plaiſirs, de quelque ſource qu'ils nous viennent, ſont également réels. Que nous les tenions des ſens, de l'imagination, ou de l'entendement, cela n'ajoute ni ne retranche rien à leur exiſtence.

J'ai dit que ces images agréables qui flottent légérement ſur la ſuperficie de l'eſprit, ne ſont pas des déſirs. Mais, lorsque l'inquiétude s'y joint, lorsque l'abſence des objets repréſentés par ces images nous donne de l'averſion pour notre ſituation préſente; dès-lors le Déſir commence à naître.

Enfin cette inquiétude nous fait faire des efforts pour paſſer de notre état actuel dans celui où pour le moment nous croyons trouver notre bonheur. Alors le Déſir exiſte. Mais pendant que nos forces & nos facultés tendent ainſi vers le terme du Déſir, nous rencontrons des obſtacles, & nous éprouvons, à chaque inſtant, la réſiſtance des milieux qui nous ſéparent de ce terme.

Si je compte à préſent les maux & les biens qu'il y a dans le Déſir, j'y découvre, contre une perception agréable, trois ſortes de peines, dont la premiere naît de la privation de l'objet déſiré, la ſeconde du dégoût pour ma ſituation actuelle, la troiſieme de la réaction des obſtacles qui s'oppoſent à l'accompliſſement du Déſir.

Mais

Mais il ne ſuffit pas de compter ces plaiſirs & ces peines; il faut encore les peſer. Or ici il y a une proportion exacte entre les parties conſtituantes du Déſir: & le ſentiment agréable y répond aux ſentimens pénibles dans la même proportion. La grandeur du Déſir ſe meſure conſtamment d'après l'impreſſion plus ou moins forte que la choſe déſirée fait ſur nous. Ainſi, plus nous ſommes agréablement affectés de l'objet qui ſe peint à notre imagination; plus auſſi nous ſentons de peine à en être privés, plus notre état préſent nous eſt à charge, plus nous nous efforçons de parvenir à nos fins, & plus nous ſommes irrités des obſtacles qui nous empêchent de nous ſatisfaire. De tout cela il réſulte que, dans le ſentiment mixte que nous appellons Déſir, la doſe du mal l'emporte ſur celle du bien.

On voit ici que le ſentiment pénible ſe nourrit & ſe fortifie du plaiſir même attaché à l'image de l'objet déſiré, & croît en raiſon de la vivacité de ce plaiſir. Mais ce n'eſt pas tout. Si l'on ſuit, d'un oeil philoſophique, les opérations de l'eſprit humain, on y démêlera aiſément cette loi générale; c'eſt que la ſenſation dominante abſorbe, en grande partie, les autres ſenſations, qu'elle les change, pour ainſi dire, en ſa nature, & en tire un nouveau degré de force pour elle-même. Or la Peine domine dans le Déſir.

Si le Déſir n'étoit pas un mal, l'Eſpérance ſeroit-elle un bien? Elle n'eſt un bien que parce qu'elle adoucit les inquiétudes du Déſir, & ſuſpend nos agitations par des inſtans de relâche & de tranquillité. Dans ces inſtans elle eſt comme une jouiſſance anticipée, elle nous rapproche de l'état de ſimple contemplation, & nous en fait goûter les douceurs. Mais l'inquiétude, toutes les fois qu'elle revient troubler ce repos, ſe groſſit de la joye même que l'Eſpérance avoit ramenée dans nos coeurs, & le Déſir y puiſe de nouveaux alimens. Tout cela arrive en vertu de la Loi dont nous venons de parler. Y a-t-il rien qui irrite d'avantage nos douleurs qu'un eſpoir toujours renaiſſant, & toujours trompé? Cette alternative eſt ſi accablante que les ames les plus fortes ne ſauroient à la longue y tenir; elle finit par changer l'Eſpérance même en Déſeſpoir.

Toutes

Toutes les qualités qui caractériſent le Déſir, nous les retrouvons en grand, & avec des traits plus frappans, dans les paſſions. Ici les images, peintes en couleurs plus vives, excitent des mouvemens plus impétueux. Pour l'homme paſſionné il n'y a qu'un objet dans la Nature; il ne voit, il ne ſent, il n'imagine que celui-là. Comme il tend ſans ceſſe à ſortir de la ſituation qui le gêne, & que par les obſtacles contre leſquels il heurte, il eſt ſans ceſſe retenu dans cette ſituation, ſes vains efforts la lui rendent d'autant plus inſupportable. Il en eſt comme du torrent qui ne peut rompre la digue, & dont les flots repouſſés augmentent la fureur. De là cette fermentation du ſang, ce cours déréglé des eſprits animaux, ce déſordre général dont ſes yeux, ſon teint, les traits de ſon viſage, ſa phyſionomie, toute l'attitude de ſon corps portent des empreintes viſibles.

On m'objectera peut-être la paſſion de l'Amour. Ceux qui la reſſentent fortement, ne conviendront point que les Déſirs amoureux ſoient un mal; & loin de ſouhaiter d'en être affranchis, ils y trouvent, au contraire, leur ſouveraine félicité. Là deſſus j'ai bien des choſes à répondre.

Et premierement, remarquez, je vous prie, les contradictions étranges où tombent les eſclaves de cette paſſion. Après avoir attendri de leurs plaintes les bois & les rochers, & fait redire aux Echos l'excès de leur infortune, ils vous ſoutiendront néanmoins, qu'ils baiſent leurs chaînes & béniſſent leur martyre; ou ils s'écrieront, avec Pétrarque, que mille plaiſirs ne valent pas un tourment *). Que conclure d'un langage auſſi extravagant? A le prendre au pied de la lettre, voilà donc des gens qui tout à la fois ſont au comble du bonheur, & au comble de la miſere.

N'eſt-il pas plus naturel de conclure que l'Amour eſt, comme toutes les autres paſſions, une eſpece de frénéſie? Mais ce n'eſt point à un frénétique à apprécier l'état où il ſe trouve: il ne ſe

*) *Mille piacer non vaglion' un tormento.*

ſe connoît pas lui-même: tous ſes propos trahiſſent le bouleverſement de ſa raiſon. Car que peut-on concevoir de plus abſurde qu'un homme qui déſire de déſirer, & qui ſeroit au déſeſpoir de ne pas ſe déſeſpérer?

On demandera peut-être, pourquoi l'Amour produit des ſymptômes ſi bizarres? Je réponds, parce que l'Amour eſt une maladie qui réſide dans le Déſir même. Il ne s'enſuit point de là que l'état du Déſir ſoit un état heureux; car, quand nous ſuppoſerions qu'il fût l'état le plus malheureux, ces ſymptômes ſeroient encore les mêmes, & cela par la raiſon toute ſimple qu'il eſt impoſſible qu'un homme ne déſire point dans le tems qu'il déſire en effet.

Ecoutez ce même homme dans les intervalles de ſon paroxyſme, & toutes les fois que la raiſon peut luire à ſon entendement. Ce ne ſera plus le même langage. Il conviendra ingenûment de ſa malheureuſe condition. Il voudroit pouvoir arracher de ſon coeur le trait qui le bleſſe: il forme mille fois le deſſein de renoncer à ſa paſſion. Mais auſſitôt que le Déſir ſe rallume, il retombe dans ſon premier délire.

Les Poëtes & les Romanciers ſont très bien, ſans doute, de dépeindre leurs héros amoureux dans tout le déſordre de leur eſprit, & de faire parler aux fous le langage de la folie. Mais le ſpéculateur qui calcule nos biens & nos maux dans le ſilence de ſon cabinet, ne doit point ériger en maximes de Philoſophie des chanſons & des ariettes d'Opéra. Ou il ſera ſoupçonné de n'avoir pas lui-même joui de toute la tranquillité d'eſprit requiſe pour les méditations dont il s'occupoit.

Si le Déſir nous élevoit au faîte du bonheur, nous ſerions aſſurément des êtres fort heureux. Il ne nous reſteroit qu'à envier le ſort de Tantale, qui goûte ce bonheur ſans interruption. Les paſſions violentes, qui ne ſont que de grands déſirs, nous mettroient donc fort à notre aiſe: & la Morale nous donneroit un bien mauvais conſeil, lorsqu'elle nous exhorte à les fuir, ou à les dompter.

Mais

Mais enfin, on a beau lutter contre l'évidence, peut on, ſans fermer volontairement les yeux, diſconvenir de cette vérité inconteſtable; c'eſt que le Déſir ne ſe termine point en lui-même? On ne déſire point pour le plaiſir qu'il y a à déſirer, mais pour le plaiſir qu'il y a à jouir. Un homme qui déſireroit éternellement, ſans parvenir jamais à la jouiſſance, ſeroit peut-être la plus infortunée de toutes les créatures; & c'eſt en quoi, ſelon pluſieurs Théologiens, conſiſtent les ſupplices de l'Enfer. Or ce ſeroit tout le contraire, ſi le Déſir étoit un ſi grand bien, ou ſi ſeulement il étoit un bien poſitif. En ce cas, une ſuite continuelle de déſirs ſeroit une ſuite continuelle d'états agréables, & l'Enfer des Théologiens deviendroit un Paradis. Mais n'eſt-ce pas ici une contradiction dans les termes? Dire que nous ſommes heureux en déſirant le bonheur, n'eſt-ce pas dire que nous avons ce que nous n'avons pas?

Le Déſir eſt donc un mal; & la Jouiſſance eſt le remede à ce mal. C'eſt là l'aſpect ſous lequel Epicure enviſageoit la Volupté quand il la définiſſoit l'exemption de la douleur *). Car, ou je me trompe fort, ou le terme Grec n'eſt que foiblement rendu par celui d'exemption. Il ne ſignifie pas ſimplement la privation, ou l'abſence de la douleur, mais encore l'action même qui écarte la douleur, en ſatisfaiſant le Déſir. Et l'analogie de la Langue ne s'oppoſe point à cette interprétation.

Epicure n'ignoroit pas que la volupté en mouvement, cette volupté qui ſatisfait les beſoins de la nature, eſt un plaiſir. Mais convaincu que ce n'eſt qu'un plaiſir de néceſſité, entant qu'il guérit le mal du Déſir, mal inſéparablement attaché à notre fragile conſtitution, il étoit bien éloigné d'y chercher le bonheur. Cette volupté en mouvement, ſuivant ſes principes, doit nous conduire à la volupté en repos, à cet état tranquille, exempt de déſirs & de craintes, en quoi il met le bien ſuprême, & la derniere fin que le Sage doit ſe propoſer. Il ne nioit donc pas que la ſatisfaction de nos beſoins naturels ne fût accompagnée d'un ſen-

*) τὸ ἀλγεῖν ἀνίστημι.

timent agréable; mais il eût mieux aimé n'avoir point de beſoins à ſatisfaire, & il eût volontiers ſacrifié la volupté en mouvement, ſi ſans elle il eût pu parvenir à la volupté en repos. Il n'y a rien en ceci que de très raiſonnable: & lorsque les philoſophes Cyrénaïques, pour tourner la Volupté d'Epicure en ridicule, l'appellent *le plaiſir du dormeur*, ce n'eſt qu'une fort mauvaiſe plaiſanterie.

La ſageſſe de cette doctrine d'Epicure paroîtra bien clairement, ſi l'on prend la peine de nous ſuivre dans les réflexions philoſophiques & morales que nous allons tirer de notre Théorie du Déſir.

Nous avons vu que nous achetons le plaiſir de la Jouiſſance par les peines, & les inquiétudes du Déſir. Mais ce n'eſt pas encore ce qu'il y a de plus fâcheux. La plupart du tems nous manquons notre but, nous déſirons & nous nous peinons en pure perte. Plus ſouvent encore nos déſirs portent ſur de faux biens, ou ſur des maux déguiſés ſous une apparence trompeuſe: alors nous ſerions trop heureux de ne pas voir nos déſirs accomplis, & d'en être quitte pour les avoir formés. Enfin, le Déſir exagere toujours, & lorsqu'après de longues inquiétudes nous avons atteint le terme de nos ſouhaits, nous ne trouvons point dans l'objet tant déſiré les charmes que notre imagination lui avoit prêtées. De là il arrive qu'après la jouiſſance, les choſes que nous avions le plus ardemment déſirées, ſont les premieres qui nous laſſent, & nous importunent.

Ce n'eſt donc point un avantage de ſe trop livrer aux déſirs: & c'eſt mal entendre ſes intérêts, c'eſt être mauvais économe de la vie que d'en contracter une trop grande habitude. Car remarquons bien que ces déſirs ſurvivront au pouvoir de les ſatisfaire, & nous ſuivront juſque dans l'âge où nos organes émouſſés, & nos facultés affoiblies ſe refuſent à leur accompliſſement. Alors le mal nous reſte, & le remede nous manque. Tâchons donc au moins d'amortir ce feu qui brûle au dedans de nous; puiſqu'il eſt impoſſible de l'éteindre. Faiſons mieux encore. Tournons

nos

nos déſirs vers les choſes honnêtes, vers les plaiſirs de l'eſprit, les ſeuls ſur qui la faulx du Tems n'a point de priſe.

Quand on conſidere la nature humaine ſéparément, & détachée du ſage plan dont elle fait partie, on ne peut s'empêcher d'y appercevoir des ſingularités étonnantes, ſurtout dans ce mêlange de biens & de maux qui entrent dans la compoſition de l'homme.

Nous avons prouvé que le Déſir eſt un mal; mais ſans ce mal il n'y a presque aucun bien pour nous. Sans lui le Plaiſir ſe réduit à rien, ou à peu de choſe. C'eſt à ce principe même deſtructeur de notre repos que nous devons la plupart des momens agréables dont nous jouiſſons.

Il y a plus. Le Déſir eſt un mal; mais la privation totale de déſirs ſeroit encore un plus grand mal. On peut en juger d'après un état qui en approche, & auquel il n'eſt pas rare que les hommes ſoient expoſés. Je parle de cet état d'anéantiſſement, de ce vuide où toutes nos facultés paroiſſent épuiſées, où l'ame croupit dans l'inaction, & peut à peine ſupporter le fardeau de ſon exiſtence. Il ſemble que nous ſoyons faits pour être agités, ſecoués, tracaſſés: & ſi vous promenez vos regards ſur le globe de la Terre, vous verrez partout les hommes fidelles à remplir ce but de leur deſtination.

La vie humaine n'eſt-elle pas en effet un enchaînement de paſſions & de déſirs? Ne ſont-ce pas là les premiers mobiles qui nous font agir, & les grandes machines qui remuent le monde moral? De là vient que tous nos plaiſirs s'uſent, que jouets éternels de l'inſtabilité, nous voguons, au gré des vents & des flots, ſur la mer orageuſe de la vie, & qu'il eſt ſi difficile à notre eſprit de prendre une aſſiette fixe. Et cette fluctuation ne paroit-elle pas tenir à notre conſtitution originaire, au fond même de notre être? Les ſentimens agréables & déſagréables contribuent également à l'entretenir en nous: notre ame y revient toujours d'elle-même, comme à ſon état habituel. Un déſir n'eſt pas plutôt éteint, une paſſion n'eſt pas plutôt aſſouvie que de nouveaux déſirs, de nouvel-

les paſſions renaiſſent. Il en eſt comme d'une file de reſſorts dont les uns ne ſe débandent que pour tendre les autres. En un mot, il ſemble que ce ſoit là cette force vive du monde ſpirituel qui demeure conſtamment la même.

Ces conſidérations paroiſſent avoir fortement affecté M. de Maupertuis, lorsqu'il médita ſon *Eſſai de Philoſophie Morale*. Pour prouver que dans la vie ordinaire la ſomme des maux ſurpaſſe celle des biens, il en appelle à la rareté des perceptions dont l'ame chérit la préſence, & à cette inquiétude conſtante dans laquelle nos jours s'écoulent.

Je n'entreprends pas de diſcuter cette queſtion, elle n'eſt point de mon ſujet. Mais je me permettrai d'obſerver que la vie heureuſe, dont tant de philoſophes nous ont bercés, eſt ſi peu poſſible qu'elle répugne à tout ce que nous connoiſſons juſqu'ici de l'homme.

Si j'avois entre mes mains toutes les qualités qui conſtituent la nature humaine, & que je pûſſe en diſpoſer, comme le potier diſpoſe de la molle argile, je vois clairement que je pourrois les arranger de façon à produire une créature complettement malheureuſe, & dont tous les inſtans fuſſent marqués par le mal-aiſe. Mais ſi l'on me propoſoit de tirer de ces mêmes matériaux une vie toute tiſſue de ſentimens agréables, je ne ſaurois, en vérité, comment m'y prendre.

Vous me demandez des plaiſirs. Mais il n'en eſt point qui à la longue ne vous laſſe, & ne vous excede. Il en ſeroit de même de la chaîne de plaiſirs dont il faudroit compoſer votre vie. D'ailleurs, pour vous faire paſſer d'un plaiſir à l'autre, ne voyez-vous pas qu'il faut que je vous donne des déſirs? Il faut donc que je vous rende mécontens de toutes les ſituations par où vous paſſez, je dis de chacune à ſon tour. Il faut donc que je vous donne des averſions. Il faut donc que je vous donne des peines.

En faut-il d'avantage pour mettre dans tout ſon jour la chimere de la vie heureuſe, pour faire évanouir, au flambeau de la Raiſon, tous ces plans de parfaite félicité qui ne ſont que de beaux ſonges, & pour nous inſpi-

inſpirer de la défiance contre ces nouveaux adeptes qui prétendent refondre la nature humaine, & tranſmuer les élémens de la vie. Ils nous promettent des jours filés d'or & de ſoye. Mais, au lieu d'or, ils nous donnent des ſcories & de la fumée.

J'aime à me perſuader que la conjecture par où je vais finir eſt mieux fondée. Lorsque j'embraſſe d'un coup d'oeil cette foule de déſirs qui ſe ſuccédent de ſi près dans notre ame, je ſuis tenté, en les raſſemblant ſous un ſeul point de vue, de conſidérer la vie entiere comme un déſir continu, comme un déſir unique, comme un long déſir. Ne diroit-on pas en effet que nous cherchons, ſans ceſſe, un bien inconnu, & dont nous n'avons qu'une idée confuſe? Pour le trouver, on erre d'objets en objets; on goûte de tout, on ſe dégoûte de tout, tandis que le but où nous tendons fuit devant nous, & ſe perd dans un lointain obſcur. Ne ſeroit-ce pas que nous ſentirions, à chaque inſtant, que nous ne ſommes pas encore ce que nous devons être, que notre exiſtence n'eſt qu'ébauchée, & qu'il nous manque je ne ſais quoi pour la completter?

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

* * *

PREMIERE DISSERTATION

SUR

L'ANCIENNE ISLE DE TARSCIS,

CONTENANT LA DÉCOUVERTE DE CETTE ISLE.

PAR M. DE FRANCHEVILLE.

L'Isle de TARSCIS qui fera le ſujet de cette Lecture, n'ayant été connue juſqu'ici que dans l'Ecriture ſainte, a exercé depuis pluſieurs ſiecles un grand nombre de Savans qui ſe ſont intéreſſés à ſa découverte. Leurs opinions néanmoins peuvent être réduites à neuf.

La premiere eſt celle qui place avec aſſez de vraiſemblance *Tarſcis* à Tarſe capitale de la Cilicie. Cette opinion eſt ſoutenue par Anſelme & Nicolas de Lyra deux Docteurs d'une grande érudition.

La ſeconde eſt celle qui prétend que *Tarſcis* eſt l'Aſie Mineure ou la Natolie. C'eſt l'opinion de pluſieurs Savans, entr'autres du célebre Jeſuite, François de Ribera, dans ſon Traité du Temple de Salomon.

La troiſieme eſt celle qui prend *Tarſcis* en général pour l'Eſpagne Bétique, & en particulier pour l'Isle Tarteſſus aujourdhui Cadix, ſituée dans le détroit de Gibraltar. C'eſt le ſentiment de Pineda, de Goropius & de quantité d'autres, mais qui a été ſurtout accrédité par Samuel Bochart ſi connu par la profonde étude qu'il avoit faite des Langues & de l'Hiſtoire.

La quatrieme eſt celle qui veut que *Tarſcis* ſoit Carthage. Ceux qui la ſoutiennent ont à leur tête le très-docte François Vatable.

La cinquieme eſt celle qui croit trouver du rapport entre *Tarſcis* & Angola ſur la Côte Occidentale d'Afrique. C'eſt la conjecture d'Emanus & de quelques autres.

La ſixieme eſt celle qui relegue *Tarſcis* aux Indes Orientales. Le Jeſuite Joſeph Acoſta paſſe pour le chef de cette opinion. Mais avant lui Antoine du Pinet dans ſa vieille Traduction de l'Hiſtoire Naturelle de Pline Liv. VI. chap. XX. avoit placé *Tarſcis*, qu'il appelle le Royaume de *Tarſe*, dans celui de *Guzurate*, qu'on nomme plus communément le Royaume de Cambaye, & qui eſt une Province de l'Empire du Grand Mogol.

La ſeptieme eſt celle qui va chercher *Tarſcis* en Amérique, & dans le Pérou même, en s'y rendant par la mer pacifique. C'eſt une idée aſſez vulgaire, ſuivant le Moreri qui ne la croit pas même deſtituée de vraiſemblance.

La huitieme eſt celle qui conſidere *Tarſcis* comme un nom général employé par les Hébreux pour déſigner toutes ſortes de pays éloignés, au delà de la mer. Cette opinion eſt aſſez fameuſe, puiſqu'elle a pour auteur S. Jérôme.

La neuvieme enfin eſt celle qui, dans l'incertitude de ſavoir où placer Tarſcis, la prend pour tout l'Ocean. C'eſt ce que ſuppoſe Martin Lippenius dans le Traité qu'il a publié en 1661 ſur la navigation des vaiſſeaux de Salomon à Ophir.

Tels ſont les divers ſentimens qui ont juſqu'ici partagé les Savans ſur cette matiere autant que j'en ai connoiſſance. Mais il n'y en a pas un ſeul, j'oſe le dire, qui puiſſe ſoutenir une critique raiſonnable. C'eſt de quoi l'on jugera par la ſuite. Ainſi regardant la queſtion comme encore actuellement indéciſe; je me propoſe à mon tour de chercher cette terre de *Tarſcis*, depuis ſi longtems inconnue; plus excité dans cette recherche par l'exemple de tant de grands hommes qui

qui l'ont jugée digne de leur attention, que rebuté du peu de ſuccès de leurs efforts.

Il eſt marqué au Chap. X. de la Geneſe ſuivant l'Hébreu, dont je préférerai par-tout les verſions à celles du Grec des Septante; il y eſt marqué, dis-je, que „les Enfans de Javan fils de Japhet ſont „Eliſça, *Tarſcis*, Kittim & Dodanim; & que c'eſt de ceux-là que „ſont deſcendus les Peuples qui partagerent entr'eux les Isles des „Nations."

Je m'étonne que les Savans qui ont parcouru l'ancien & le nouveau Monde pour aller à la découverte de *Tarſcis*, n'ayent pas fait attention à ce Paſſage qui leur épargnoit une ſi longue navigation. Pour moi j'y trouve l'origine de cette Terre inconnue, qui doit être une Isle, & une Isle ainſi nommée parce qu'elle fut peuplée par des deſcendans de *Tarſcis* fils de Javan.

J'y trouve encore que Javan pere de *Tarſcis*, ayant été fils de Japhet, l'Isle à laquelle ſes premiers habitans donnerent le nom de *Tarſcis*, ne peut être ſituée qu'en Europe, qu'on ſait avoir été peuplée par la famille de Japhet. Dès-là on voit combien ſont peu fondés ceux qui ont été chercher cette Isle en Afrique, dans les Indes, & juſque dans l'Amérique au Perou.

Mais il y a plus: l'Isle de Tarſcis n'étoit pas ſeulement en Europe, elle étoit en même tems dépendante de la Grece. Car Javan pere de *Tarſcis* eſt reconnu ſans difficulté pour l'auteur & la tige de tous les Grecs. De là vient que l'Ionie s'appelle en Hebreu Javan; & que „dans le chap. VIII. des Prophéties de Daniel, Alexandre le Grand „eſt déſigné par le titre de Javan," à cauſe qu'il fut le chef & comme le Roi de toute la Grece au moyen du commandement général des Troupes Grecques qu'il ſe fit donner par les Députés des Villes aſſemblés à Corinthe après la mort de ſon pere, comme le rapportent Trogue Pompée dans Juſtin Liv. XI. chap. II. & Diodore de Sicile Liv. XVII. pag. 489. de l'édit. de Rhodoman.

Continuons de ſuivre le fil de notre recherche. J'ai dit que l'Isle de *Tarſeis* étoit en Europe & dépendante de la Grece. J'ajoute qu'en conſéquence elle devoit être voiſine de la terre de Kittim, parce que cette terre fut peuplée par les deſcendans d'un frere de *Tarſeis*. Auſſi voit-on dans l'Ecriture les terres de *Tarſeis* & de Kittim nommées enſemble & même ſubſtituées l'une à l'autre à raiſon de leur voiſinage, comme dans ces endroits d'Iſaïe chap. XXIII. „Hurlez, ô navires de Tarſeis car elle n'eſt plus . . . ceci leur a été découvert du „pays de Kittim . . . *Habitans de Tyr* paſſez en *Tarſeis* . . . Vierge „fille de Sidon leve-toi, traverſe en Kittim." Or cette terre de Kittim étoit la Macédoine, puiſqu'„Alexandre le Grand allant faire la „guerre à Darius Roi de Perſe, partit du pays de Kittim ſuivant le „chap. I du I Livre des Maccabées; & que Philippe & Perſée les derniers de ſes ſucceſſeurs ſont appellés tous deux Rois de Kittim au „chap. VIII. de ce même Livre." Voilà donc l'Isle de *Tarſeis* non ſeulement dépendante de la Grece, mais dans la proximité de la Macedoine.

Si la Macedoine étoit Kittim, & Kittim voiſine de *Tarſeis*, les deux autres fils de Javan devoient pareillement avoir peuplé d'autres parties de la Grece. En effet les noms de ſes deux fils, Eliſça & Dodanim, ſe reconnoiſſent, l'un dans les Eliſéens ou Elidiens qui occupoient la partie la plus méridionale de la Grece, connue autrefois ſous le nom d'Elide, enſuite appellée le Peloponneſe & aujourdhui la Morée: l'autre dans les Dodaniens ou Dodoniens, fameux par leur Oracle de Dodone qui prit naiſſance des honneurs divins qu'ils rendirent à leur fondateur Dodanim après ſa mort. Ils furent depuis nommés Epirotes, & ils avoient eu pour leur partage la partie la plus occidentale de la Grece.

Pourſuivant ces inductions, je dis à préſent que *Tarſeis*, étant une Isle au voiſinage de la Macédoine, ne pouvoit être que dans la Mer Egée. Mais en ce cas elle devoit avoir elle-même dans ſon voiſinage pluſieurs autres Isles qui formoient ce qu'on nomme aujourdhui l'Archipel. Et n'eſt-ce pas ce que le Paſſage de la Geneſe fait entendre

dre en diſant que „les deſcendans de Tarſcis & de ſes freres partagé„rent entr'eux les Isles?“ N'eſt-ce pas auſſi ce qu'Iſaïe paroît déſigner dans ce Paſſage du chap. XXIII. Hurlez, ô navires de *Tarſcis* ... „Hurlez, vous qui habitez dans les Isles.“ Auſſi bien qu'en cet endroit du chap. LX. „Les Isles s'attendront à moi & les navires de „*Tarſcis* les premiers pour amener tes fils avec leur argent, &c.“ Et David encore, lorsque prévoyant la gloire de ſon fils Salomon, il dit dans le Pſeaume LXXII. „Les Rois de *Tarſcis* & des Isles lui préſen„teront des dons.“ Termes qui marquent tout à la fois que *Tarſcis* n'étoit pas ſeulement voiſine d'autres Isles, mais qu'elle en étoit encore la plus renommée & la principale.

Si *Tarſcis* étoit, comme on vient de le voir, l'Isle la plus célébre & en quelque maniere la capitale de l'Archipel; ſe trouvant dans la mer méditerranée de même que Tyr, elle n'a pu manquer d'avoir de grandes liaiſons avec cette ville la plus fameuſe de l'antiquité par l'étendue de ſon commerce, par ſes richeſſes & par la puiſſance de ſa marine. C'eſt auſſi pourquoi au X. chap. du I. Livre des Rois & au IX. du II. des Chroniques, „la Flotte de *Tarſcis* navige pour Salomon „de concert avec la Flotte d'Hiram Roi de Tyr.“ Pour la même raiſon au XXIII chap. d'Iſaïe „la deſtruction de Tyr prédite par ce Pro„phete eſt annoncée particulierement aux navigateurs de *Tarſcis*, „comme un événement qui les intéreſſoit autant que les Tyriens mê„mes, ſans doute à cauſe des facteurs & des magaſins qu'ils avoient „dans cette ville.“ Les expreſſions du Prophete ſont énergiques, „Hurlez, ô navires de *Tarſcis*, car elle n'eſt plus. Hurlez, navi„res de *Tarſcis*, car votre force eſt détruite.“ Enfin c'eſt encore ce qui fait dire à Ezechiel chap. XXVII. parlant à la même ville de Tyr: „Ceux de *Tarſcis* ont trafiqué avec toi de toutes ſortes de richeſſes, „faiſant valoir tes foires par leur argent, leur fer, leur étain & leur „plomb. Les navires de *Tarſcis* t'ont célébrée dans leurs chanſons à „cauſe de ton commerce.“ Non ſeulement ces Paſſages donnent l'idée d'une étroite liaiſon, d'une grande correſpondance entre *Tarſcis* & Tyr, mais auſſi d'une communication facile, en un mot d'une navigation

tion de proche en proche, telle qu'elle devoit être d'une Isle de l'Archipel aux côtes de la Phénicie. Et ne faut-il pas s'aveugler de propos délibéré pour vouloir, après des paſſages ſi clairs, chercher *Tarſcis* non ſeulemēnt en Eſpagne & à Carthage, mais plus ridiculement encore à Angola, aux Indes, au Pérou, ou même prendre *Tarſcis* pour toutes ſortes de pays éloignés, & pour tout l'Océan?

Mais en m'accordant que *Tarſcis* fut dans la même mer que Tyr, ne ſe pourroit il pas après tout qu'elle eût été, ou Carthage Colonie Tyrienne, ou l'Eſpagne peuplée du moins par des deſcendans de Japhet, ou même l'Aſie mineure, & en particulier Tarſe capitale de la Cilicie; toutes terres voiſines de la méditerranée & par conſéquent à portée de commercer avec Tyr?

Voici ma réponſe à cette demande. Pour commencer par Carthage, je ne croi pas qu'on trouve beaucoup de rapport de ſon nom à celui de *Tarſcis*. Mais, quand on voudroit y en trouver, Carthage n'ayant été une colonie Tyrienne que du tems de Didon ſœur de Pigmalion qui bâtit cette ville 882 ans avant l'Ere Chrêtienne, il eſt impoſſible qu'elle ait été *Tarſcis* qui exiſtoit dans la plus grande ſplendeur du tems de Salomon, 140 ans tout au moins avant Didon, & même dès le tems de David qui parle dans un de ſes Pſaumes (le XLVIII.) des navires de *Tarſcis* briſés par le vent d'Orient, & dans un autre (le LXXII.) des Rois de *Tarſcis* & des Isles. D'ailleurs ni Carthage, ni l'Eſpagne, ni l'Aſie mineure ne peuvent point avoir été *Tarſcis*, parce qu'elles ſont toutes trop éloignées de la terre de Kittim, c'eſt à dire de la Macédoine, pourqu'on puiſſe trouver entr'elles la connexion de voiſinage qui étoit entre Kittim & *Tarſcis*. A l'égard de Tarſe il eſt vrai que ſon nom eſt capable d'en impoſer d'abord, & qu'en effet cette ville fut ainſi appellée parce que la famille de *Tarſcis* la bâtit en venant premierement occuper la Cilicie. Mais, quand on ſuppoſeroit, à cauſe de cette reſſemblance de nom, qu'il y auroit dans l'Ecriture un paſſage qui, quoique parlant de *Tarſcis*, dût être entendu manifeſtement de cette ville de Tarſe: c'eſt au ſecond chapitre du Livre de

Judith

Judith où il eſt dit, ſuivant les verſions faites ſur le Grec des Septante, „qu'Holoferne étant ſorti d'Aſſyrie, & venu en Cilicie, pilla les Peu„ples de *Tarſcis*.“ Quand, dis-je, on feroit cette ſuppoſition, & que ce mot de *Tarſcis* ſe trouveroit dans les verſions faites ſur l'Hebreu, ce qui n'eſt point; il n'en ſeroit pas moins vrai que cette ville de Tarſe n'auroit point été *Tarſcis*, tant parce qu'elle eſt auſſi éloignée que l'Aſie Mineure de la Macédoine & de la Grece, qu'à cauſe de ce qu'on lit dans le Livre de Jonas; „que ce Prophete ne voulant point „aller à Ninive, comme Dieu le lui ordonnoit, ſe leva pour s'enfuir à „*Tarſcis*; qu'il deſcendit à Japho; qu'il trouva là un navire allant à „*Tarſcis*; & qu'après avoir payé ſon tranſport, il y entra pour aller „avec eux à *Tarſcis*; mais qu'il s'éleva un grand vent ſur la mer, &c.“ Car, ſi l'on ſuppoſe que *Tarſcis* étoit Tarſe, le Prophete eût fait préciſément tout le contraire de ce qu'il avoit deſſein de faire, puiſque venant de Japho le chemin de Tarſe le conduiſoit à Ninive & l'en rapprochoit: au lieu qu'allant de Japho à l'Iſle de *Tarſcis* que je préſume avoir été dans l'Archipel, il ſuivoit tout à fait ſes vues, en s'éloignant manifeſtement de Ninive & y tournant le dos. D'ailleurs cette navigation eſt en effet plus raiſonnable à ſon égard, que ne ſeroit celle qu'on lui feroit faire ſans néceſſité en Eſpagne, à Carthage, à Angola, aux Indes Orientales, au Pérou, en toutes ſortes de pays d'outre mer, ou par tout l'Océan, en adoptant quelqu'une des opinions qui placent *Tarſcis* dans ces eſpaces imaginaires.

Enfin, pour achever de parvenir à l'heureuſe découverte de cette Iſle ſi deſirée, rappellant ce que j'ai dit plus haut, que Javan pere de Tarſcis a été la tige de tous les Grecs, ce ſeroit ici le lieu de faire voir comment lui ou ſes deſcendans, après avoir quitté l'Arménie, ayant peuplé enſuite l'Ionie & les autres Provinces de l'Aſie Mineure, entr'autres la Cilicie, & fondé la ville de Tarſe ſa capitale, s'étendirent de là vers l'Occident, paſſerent le Boſphore de Thrace, gagnerent la Romanie, occuperent tout le continent que l'on a depuis appellé la Grece, & ne s'y bornant pas même, ſe répandirent dans toutes les Iſles de l'Archipel, donnant ſans doute à la premiere Iſle qu'ils peuple-

rent & qui devoit être l'une des plus proches de la côte, le nom de *Tarſcis* en mémoire du chef de la colonie. Mais, comme tout cela demanderoit des diſcuſſions épineuſes & d'un trop long détail, il ſuffit de jetter les yeux ſur une Carte de la Méditerranée pour y voir à la tête de l'Archipel, vis à vis de la Romanie anciennement la Thrace, une Isle appellée TASSO qui eſt ſeparée du continent par un canal de quatre milles d'Italie qui n'en font qu'un d'Allemagne. Or je ne ſaurois douter que cette Isle de *Taſſo*, vû ſa ſituation au voiſinage de la Macédoine & de la Grece, ne ſoit l'Isle de *Tarſcis* dont on eſt depuis ſi longtems en peine. Il eſt même aſſez remarquable que les tems & les diverſes ſucceſſions des Peuples qui depuis tant de ſiecles ont dû rendre méconnoiſſables des noms auſſi anciens, ont ſi peu changé celui de cette Isle, que malgré l'altération on y reconnoît encore le nom de *Tarſcis*, ou du moins celui des *Taſſiens* ou *Taſiens* ſes premiers habitans, que les Abbés Banier & Lenglet, (le premier au Tome III. de ſa Mythologie, & l'autre dans un Diſcours préliminaire qu'il a mis à la tête de ſes Tablettes Chronologiques de l'Hiſtoire univerſelle) diſent avoir été „les deſcendans de *Tarſcis*, & après avoir „occupé les Isles s'être répandus en Macédoine & ſur les côtes de „l'Isle d'Eubée, aujourdhui Negrepont." Sur quoi je ne puis aſſez m'étonner que ces deux Savans étant ainſi ſur le chemin de la *Tarſcis* de l'Ecriture, ni l'un ni l'autre n'en ayent pas eu ſeulement le moindre ſoupçon. Ils ne diſent rien de cette Isle de *Taſſe*, & s'ils la connoiſſoient, on peut aſſurer que ni eux ni d'autres n'ont jamais ſongé à y chercher l'Isle de *Tarſcis*.

Je ſuis donc parvenu à trouver cette Isle dans l'Isle de *Taſſo*, fondant ma découverte ſur la ſituation de cette Isle, ſur l'origine de ſes premiers habitans deſcendus de *Tarſcis*, & ſur l'analogie de ſon nom. Ces trois caracteres paroiſſent ſuffiſans. „Mais, me dira-t-on, „peut-être que cette Isle de *Taſſo* n'avoit rien d'ailleurs qui fût propre „à juſtifier la réputation de l'ancienne *Tarſcis*; Que ce n'étoit qu'une „Isle pauvre, habitée par de miſérables Pêcheurs, ou qui produiſît „tout au plus du ſel comme l'Isle de Tarteſſus dans laquelle on a pré-

„ten-

„tendu placer *Tarſcis;* en un mot il ſe pourroit qu'elle n'eût eu que „peu ou point de célébrité, comme le fait préſumer non ſeulement le „ſilence des Abbés Banier & Lenglet, mais celui de quelques Géogra„phes eſtimés, tels que Philippe Cluvier, Jean Bunon ſon commenta„teur, Jean Hubner, & pluſieurs autres qui n'en font aucune men„tion." Je ſens toute l'attention que mérite ce doute, & pour tâcher de le lever je vai rapporter ici ce qu'en ont écrit un petit nombre d'anciens & de modernes que j'ai été à portée de conſulter, laiſſant à d'autres le ſoin d'en augmenter la collection, pour completer, ſi l'on veut, l'hiſtoire de cette Isle de *Taſſo.*

Hérodote en parle, au ſecond Livre de ſon Hiſtoire, ſous le nom de l'Isle de *Thaſis.* Il dit „que c'eſt une Isle de la mer Egée aux „environs de la Thrace & vis à vis l'embouchure du fleuve Neſſus, „ayant une ville du même nom qui fut bâtie par les Phéniciens, les„quels parcourant toute l'Europe par terre & par mer vinrent juſqu'à „cette Isle. Il ajoute qu'elle avoit anciennement une montagne riche „en métaux qui à force d'être creuſée & fouillée fut renverſée de fond „en comble."

Virgile a connu l'Isle de *Thaſus,* ou du moins l'excellente qualité de ſes vins blancs qu'il célebre au ſecond Livre des Georgiques: *ſunt Thaſiæ vites, ſunt & Mareotides albæ.*

Diodore de Sicile en fait mention ſous le nom de l'Isle de *Thaſos,* dans pluſieurs endroits de ce qui nous reſte de ſon Hiſtoire univerſelle. Voici ce qu'il en dit. „La premiere année de la 79 Olym„piade (qui répond à la 464. avant l'Ere Chrétienne) les Athéniens ra„menerent à leur obéiſſance ceux de *Thaſos* qui s'étoient révoltés con„tre eux à l'occaſion de leurs Mines (*Liv. XI. p.* 53. *de Rhodoman*). „Quarante ans après (l'an 424) pendant la guerre du Péloponneſe „Braſides Général des Lacédémoniens dans la Thrace prit Amphipo„lis & pluſieurs villes des environs, dont les principales furent Syme „& Gale'pſe, deux colonies ſorties de l'Isle de *Thaſos* (*Liv. XII. p.* 118). „Seize ans après (l'an 408) Thraſybule Général des Athéniens condui-

„fit à l'Isle de *Thaſos* quinze vaiſſeaux avec lesquels il réduiſit les ci„toyens de la ville, & leur tua 200 hommes. Les ayant enſuite me„nacés d'un ſiége en forme, il les obligea de reprendre leurs bannis „qui favoriſoient Athenes, & ayant laiſſé là une garniſon Athénienne „il en fit des alliés de ſa République (*Liv. XIII. p.* 194). Quarante„huit ans après (l'an 360) les habitans de *Thaſos* s'établirent les uns „après les autres dans un lieu qu'on appelloit Crines. Philippe Roi „de Macédoine prit cette habitation nouvelle ſous ſa protection „(*Liv. XVI. p.* 408). Deux ans après (l'an 358) Philippe étant paſſé „à Crines, il y augmenta le nombre des citoyens & la nomma Philippes „de ſon nom. Il fit travailler aux environs à des mines d'or qui avant „lui étoient ou inconnues ou négligées, & il les amena par ſes ſoins „jusqu'à lui rapporter annuellement la valeur de plus de mille talens. „S'étant fait par ce moyen en très-peu de tems un tréſor conſidérable, „il éleva bientôt le Royaume de Macédoine à un très-haut point de „gloire & de puiſſance. Ce fut dès lors qu'il fit battre une monnoye „d'or qui portoit ſon nom. (*Ibid. p.* 413.)" Voilà ce qu'on trouve dans Diodore tout défectueux qu'il eſt. Que de choſes curieuſes ſur cette même Isle de *Thaſos* n'y trouveroit-on pas encore, ſi des 40 Livres de ſon hiſtoire il n'y en avoit malheureuſement 25 de perdus.

Strabon contemporain de Diodore „a cru que les Inſulaires de „Paros avoient bâti *Thaſos* (*Liv. X. p.* 332. *de la Traduct. de Conrad „Heresbach*)." C'eſt tout ce que j'ai trouvé au ſujet de cette Isle dans les XVII Liv. de ſa Géographie, & j'avoue que j'en ſuis étonné: Car je compte pour rien la citation qu'il fait au même Liv. p. 322. d'un *Steſimbrotus Thaſius;* au Liv. XVI. p. 505. d'*Antiſthenes* ou plutôt d'*Androſthenes Thaſius*, qu'Alexandre le Grand envoya avec Néarque pour reconnoître les côtes d'Arabie, de quoi il avoit fait une relation qui n'eſt point venue juſqu'à nous; & au Liv. XVII. p. 519. d'un ancien Phyſicien appellé *Thraſyalcus Thaſius;* ſurnom qu'ils portoient tous trois parce qu'ils étoient *Thaſiens*, c'eſt à dire de l'Isle de *Thaſos*.

Pline l'Ancien va nous dédommager de la ſtérilité de Strabon, au ſujet de cette Isle qu'il nomme diverſement dans ſon Hiſtoire Naturelle

relle, *Thaſſus*, *Thaſus*, *Thaſos*, *Taxus*, & ſes habitans *Thaſiens*. Voici ce qu'il en dit. „L'Isle de *Thaſſus* eſt à cinq milles de l'Isle de „Stalimene. Elle n'eſt ſujette à perſonne, & on l'appelloit anciennement Aëria ou Æthria. De *Thaſſus* au Port d'Abdere qui eſt en „Thrace on compte 20 milles *), 62 juſqu'au mont Athos & autant „juſqu'à l'Isle de Samothrace (*Liv. IV. Ch. XII.*). Par de là l'Albanie & „l'Ibérie, on entre dans la contrée des *Thaſiens* & Triariens, qui s'étend juſqu'au mont Pariedrus (dans la grande Arménie) & après laquelle on entre dans les deſerts & les montagnes de la Colchide „(*Liv. VI. Ch. X.*)." Il paroit par ce paſſage que la famille de *Tarſeis* en quittant l'Arménie y avoit laiſſé une colonie avant que de venir dans l'Aſie mineure. „*Thaſſus* eſt dans le cinquieme Parallele de même „que la Macédoine. Sous ce climat le Gnomon ou l'aiguille de ſept „pieds rend ſix pieds d'ombre le jour de l'Equinoxe à midi. Le plus „long jour y eſt de quinze heures (*même Liv. Ch. XXXIV.*). C'eſt „aux Thaſiens qu'eſt due l'invention des vaiſſeaux de mer longs & couverts (*Liv. VII. Ch. LVI.*). Outre les meilleurs raiſins de notre „Italie, les autres dont on fait cas, ont été apportés de l'Isle de Chio „& de *Thaſus* (*Liv. XIV. Ch. II.*). On a toujours eu en grande eſtime les vins de *Thaſos* & de Chio (*Même Liv. Ch. VII.*). La vigne „ayant la vertu d'attirer le goût des plantes qui en ſont voiſines, les „*Thaſiens* par cette raiſon, pour avoir un vin médecinal auquel ils donnent le nom de Phthorium, plantent au pied des vignes, du Concombre ſauvage, de l'Ellebore & de la Scammonée (*Mém. Liv. Ch. XVI.*). „En fait d'Avelines, eſpece d'Amande, on n'eſtime que les *Thaſiennes* „& celles d'Alba-longa (*Liv. XV. Ch. XXII.*). Tous les anciens „chef-d'oeuvres de marbre ſont faits de marbre de *Taxus* qui eſt une „des Isles de la mer Egée, ou de celui de l'Isle de Mitylene; mais ce „dernier eſt un peu plus brun que l'autre (*Liv. XXXVI. Ch. VI.*). „C'eſt avec raiſon qu'Antoine du Pinet dans ce dernier paſſage traduit „*Taxus* par l'Isle de Taſſo.

*) Ces milles ſont des milles d'Italie qu'il faut réduire au quart pour en faire des milles d'Allemagne.

Dans les nombreux Traités de Plutarque je n'ai rencontré que deux fois le nom de l'Isle de *Thaſos*, car je ne compte pas les endroits où il cite quelqu'auteur *Thaſien*, tel par exemple que le Steſimbrotus *Thaſius* de Strabon dont il parle comme d'un Hiſtorien à peu près contemporain de Cimon. Mais dans la vie de ce Général Athénien, racontant ſon expédition contre l'Isle de *Thaſos*, il dit: „Après „avoir domté les Thraces, & aſſujetti aux Athéniens toute la Cherſo„neſe, Cimon vainquit dans un combat naval les *Thaſiens* qui avoient „ſecoué le joug d'Athénes, & leur ayant pris 33 vaiſſeaux, il devint „maître de leur ville, s'empara des mines d'or qu'ils poſſédoient dans „le continent oppoſé, pour les donner à ſa République, & enleva ce „territoire aux *Thaſiens* (*Tom. I. des vies de Plutarq. p.* 165 *&* 175. „*de Xilander in* 8°.)." Il faut bien remarquer que les Mines d'or dont il vient d'être parlé, n'étoient point dans l'Isle de *Thaſos*, mais vis à vis de l'Isle dans la terre ferme. L'autre paſſage ſe rapporte au tems où l'Isle de *Thaſos*, délivrée du joug des Athéniens, étoit devenue Province Romaine, & c'étoit ce tems même où vivoit Plutarque, ſurquoi il dit: „Mais un *Thaſien* non content de primer entre ſes conci„toyens par les honneurs & l'autorité dont il eſt revêtu, s'afflige de ne „point porter la robe Patricienne; & s'il la porte, de n'être pas un „Préteur Romain; & s'il eſt Préteur, de n'être point Conſul; & s'il „eſt Conſul, de n'avoir été nommé que le ſecond & non pas le pre„mier (*Traité de la Tranquil. de l'ame au Tom. II. des moralités de Plu„tarq. p.* 257. *de Xiland.*)." Cela prouve qu'au tems dont il s'agit les *Thaſiens* étoient admis aux dignités du Sénat Romain. Mais il en étoit de même d'un habitant de Chio, d'un Galate & d'un Bithynien, comme Plutarque le dit au même endroit.

Polyœnus a fait auſſi mention de l'Isle de *Thaſos* aux Liv. II. & VIII. de ſon Traité intitulé les Stratagêmes. C'eſt à l'occaſion de la guerre que Cimon fit aux *Thaſiens*, & il remarque „que ces Inſulaires „ſoutinrent leur révolte contre les Athéniens avec un acharnement „dont on a peu d'exemples. Comme s'ils avoient affaire à des enne„mis cruels & barbares dont ils euſſent eu à craindre les dernieres ex-

„tré-

„trémités, ils décernerent peine de mort contre le premier qui propo-
„ſeroit de ſe rendre aux Athéniens. Le ſiége dura trois ans, & fit
„ſouffrir à ces malheureux citoyens tous les maux les plus cruels de la
„guerre, ſans pouvoir vaincre leur opiniâtreté. Les femmes ſecon-
„derent leurs efforts avec la même ardeur; & comme on manquoit
„de cordages pour faire agir les machines, elles donnerent toutes
„de bon cœur leurs chevelûres pour être employées à cet uſage. La
„famine étant devenue extrême dans la ville, il mouroit tous les jours
„un grand nombre d'habitans. Un généreux *Thaſien* nommé Hégé-
„toride, qui voyoit avec douleur périr ſes concitoyens, entreprit de
„les ſauver au péril de ſa vie. S'étant mis la corde au cou, il vint ſe
„préſenter à l'Aſſemblée & demanda qu'on le fit mourir ſi on le ju-
„geoit à propos; mais qu'on ſauvât le reſte du Peuple par ſa mort,
„en abolissant la loi meurtriere qu'ils avoient publiée contre leur pro-
„pre intérêt. Les *Thaſiens* touchés de ſa grandeur d'ame, abolirent
„la loi & n'eurent garde de le faire mourir. Ils ſe rendirent à Cimon
„qui leur laiſſa la vie ſauve, ſe contenta de démanteler leur ville, & ſe
„ſaiſit de leurs mines d'or qui étoient ſur la côte de la Thrace oppoſée
„à l'Isle."

Pauſanias eſt le dernier des anciens dont je me ſuis propoſé de parler. Son Voyage de la Grece eſt l'ouvrage d'un ſavant & d'un homme de goût, très-croyable lorsqu'il raconte ce qu'il a vu, mais comme tous les voyageurs ſujet à mentir lorsqu'il parle d'après autrui, & qu'il rapporte ſurtout des traditions antérieures à ſon tems. C'eſt ce qui lui fait dire dans un endroit de cet Ouvrage (Liv. VI. p. 12. de l'Edit. indiquée cy après). „Je ſuis obligé de rapporter ce
„que l'on dit; mais je ne ſuis pas toujours obligé de le croire." Voi-ci ce qu'on y trouve au ſujet de l'Isle de *Thaſos* que ſon Traducteur l'Abbé Gédoyn appelle *Thaſe*. „Vous voyez, dit-il, dans ce temple
„(il parle de Jupiter Olympien) deux Statues de l'Empereur Hadrien
„faites de marbre de *Thaſe* (*Liv. I. Voyage de l'Attique, Tom. I. p.* 87.
„*de Gedoyn in* 8°.). Ceux de *Thaſe* ont auſſi fait don d'un Hercule de
„bronze avec ſon piédeſtal. Ces Peuples ſont originairement Phéni-
„ciens;

„ciens; car ſortis de Tyr & des autres endroits de la Phénicie, ils „s'embarquerent avec *Thaſus* fils d'Agénor pour aller chercher Euro„pe. L'Hercule qu'ils ont dédié à Jupiter Olympien eſt haut de dix „coudées: il tient de la main droite une maſſue & de la gauche un arc „(*Liv. V. Voyage de l'Elide Tom. II. p.* 351.). J'ai oui dire à *Thaſe*." En cet endroit le Traducteur fait une Note pour dire que „Pauſanias „avoit voyagé en Phénicie comme il le fait entendre ici." Mais il ſe trompe, car l'auteur y fait entendre qu'il avoit voyagé en l'Isle de *Thaſos* qui n'étoit pas dans la Phénicie, mais dans la mer Egée. „J'ai „oui dire à *Thaſe* que du commencement l'Hercule qu'ils honoroient „étoit Hercule de Tyr; mais que dans la ſuite ayant eu commerce „avec les Grecs, ils avoient auſſi honoré leur Hercule fils d'Amphi„tryon (*Ibid. p* 352.). Parmi ceux à qui l'on a érigé des Statuës dans „le bois ſacré d'Olympie, vous voyez Tellon de *Thaſe* vainqueur au „combat du ceſte dans la claſſe des enfans: on ne ſait de qui eſt ſa ſta„tue. Plus loin vous en trouverez quatre que les Eléens ont érigées „à Philippe Roi de Macédoine, à ſon fils Alexandre, à Seleucus & à „Antigonus. Non loin de ces Rois eſt Théagene de *Thaſe* fils de „Timoſthene. Mais ceux de *Thaſe* lui donnent une autre naiſſance; „ils diſent que Timoſthene étoit Prêtre d'Hercule dans leur ville, & „que ſa femme ayant eu commerce avec le fantôme d'Hercule qui „avoit pris la reſſemblance de Timoſthene, il en nâquit Théagene, „qui à l'âge de neuf ans comme il revenoit de l'école & qu'il paſſoit „par la place publique, prit tant de goût pour une ſtatue de bronze „qui y étoit, qu'il la mit ſur ſon épaule & l'emporta chez lui: c'é„toit la ſtatue d'une divinité. Le peuple irrité de ce vol vouloit maſ„ſacrer le jeune Théagene. Un grave citoyen diſſipa cette multitude, „empêcha qu'on ne maltraitât le jeune enfant & lui ordonna ſeulement „de rapporter la ſtatue. Théagene la rapporta & la remit en ſa pla„ce. Auſſitôt la renommée publia dans toute la Grece la force pro„digieuſe de cet enfant. J'ai raconté une partie de ſes victoires aux „Jeux Olympiques . . . En un mot il compta juſqu'à quatorze cent „couronnes qu'il avoit eues dans les divers Jeux de la Grece. Après

„ſa

„ſa mort un de ſes ennemis s'étant approché la nuit de ſa ſtatue la „fuſtigea par vengeance, comme ſi Théagene en bronze eût pu ſen„tir cet affront. La ſtatue étant tombée tout à coup ſur cet inſenſé, „ſes fils la citérent en juſtice comme coupable de la mort d'un homme, „& le Peuple de *Thaſe* la condamna à être jettée dans la mer, ſuivant „l'intention de Dracon qui, dans les loix qu'il a données aux Athéniens „ſur le meurtre, veut que l'on extermine juſqu'aux choſes inanimées „qui, ſoit en tombant, ſoit par quelque autre accident, ont cauſé la „mort d'un homme. Quelque tems après, ceux de *Thaſe* ſouffrant „d'une grande famine envoyerent conſulter l'oracle de Delphes: il leur „fut répondu qu'ils devoient rappeller leurs bannis. Ils obéirent, „mais fort ſurpris de voir la ſtérilité continuer, ils retournerent à l'o„racle, dont la réponſe fut qu'ils avoient oublié Théagene. Alors ils „furent bien embarraſſés, ne ſachant comment s'y prendre pour re„couvrer ſa ſtatue. Heureuſement des pêcheurs la retrouverent en „jettant leurs filets dans la mer. On la remit en ſa place, & dès ce „moment le peuple de *Thaſe* rendit les honneurs divins à Théagene. „Pluſieurs autres villes ſoit Grecques ſoit Barbares en firent autant. On „regarda Théagene comme une divinité ſecourable, & les malades lui „adreſſerent leurs vœux. Sa ſtatue eſt donc aujourdhui dans l'Altis; & „c'eſt un Ouvrage de Glaucias d'Egine (*Liv. VI. Voyag. de l'Elide „Tom. III. p.* 39. *& ſuiv.*)."

Je ne doute point que d'autres après moi qui voudront épuiſer la matiere, ne trouvent encore chez les anciens beaucoup de remarques à faire ſur cette Isle de *Thaſos*, de *Thaſus* ou de *Thaſſus*. Macrobe, par exemple, leur apprendra dans ſes Saturnales Liv. III. Ch. XVIII. ſur le témoignage de Cloatius ancien auteur Grec, que „la „noix *Thaſienne* eſt la même que la noix Grecque, qui eſt le fruit de „l'amandier." Pour moi je n'ai pas prétendu donner ici l'hiſtoire de cette Isle, ni à beaucoup près compiler ſcrupuleuſement tout ce qui en a été écrit. Mais ce que j'ai dit, eſt plus que ſuffiſant pour les concluſions que j'ai deſſein d'en tirer. Encore ne voudrois-je pas aſſûrer que les différens témoignages dont j'ai donné l'extrait, ſoient exemts de

toute erreur. Car, par exemple, quelle apparence y a-t-il que l'Isle dont il s'agit, tirant ſon nom de *Tarſcis* chef de ſes premiers habitans, ait eu pour fondateurs, ſuivant Strabon, les Inſulaires de Paros? Evénement dont ne parlent point & que n'auroient pas oublié ſans doute les Marbres de cette Isle de Paros connus ſous le nom de Marbres d'Arundel, qui contiennent bien des faits moins importans; outre que Paros n'a pas été par ſa ſituation à portée d'être habitée avant Taſſo ni par conſéquent de la peupler, ſe trouvant & plus éloignée du continent & du nombre des Cyclades de l'autre côté de l'Archipel. D'ailleurs cette tradition ſuivie par Strabon n'eſt pas préférable à celle qu'Hérodote avoit reçue longtems auparavant. Quelle apparence auſſi que cette Isle ait eu, avant les noms de *Thaſos* & de *Thaſſus*, ceux d'*Aëria* & d'*Æthria*, comme le dit Pline! Je ſoupçonne que cet auteur aura confondu l'Isle de *Thaſſus* avec quelque autre, & peut-être tout à la fois avec l'Isle de „Créte qu'il dit lui-même au Liv. IV. Chap. XII. de ſon Hiſtoire, avoir „été nommée auparavant *Aëria*, & avec l'Isle de Rhodes qui ſuivant „encore ſon propre témoignage Liv. V. Chap. XXXI. eut entre ſes dif„férens noms celui d'*Æthræa*." Après tout l'erreur de ces deux Ecrivains eſt peut-être excuſable, pour n'avoir eu ni l'un ni l'autre aucune connoiſſance de *Tarſcis*. Il en faut dire autant de Pauſanias qui attribue la fondation de *Thaſos* à *Thaſus* fils d'Agénor, & de même encore du Poëte Lucain qui rapporte le nom de la ville de *Tarſe* à un mot Grec qui ſignifie la hardieſſe. Sur quoi André Morel remarque qu'en ce cas on auroit écrit *Tharſe* avec un *h*, parce que la premiere lettre du mot Grec eſt un Θ & non un T. Mais comment cet habile antiquaire, qui ne devoit pas ignorer que *Tarſe* avoit tiré ſon nom de *Tarſcis* chef de la Colonie qui l'avoit fondée, peut-il dire enſuite ſérieuſement ſur la foi d'Aviénus Auteur du V Siecle, „que ce nom vient du mot *Tarſos* qui ſignifie la plante du pied ou le „talon, parce que Bellerophon ſe le briſa en y tombant à bas du che„val Pégaſe?" Comment Aviénus lui-même a-t-il pu donner dans cette origine chimérique; & le Savant Jules Africain, Chrétien du „III Siecle, attribuer tout auſſi fabuleuſement la fondation de *Tarſe* à „Per-

„Perſée fils de Jupiter & de Danaë, ou au défaut de celui-là à un riche „Ethiopien nommé Sandon?“ Enfin, après eux tous, Ubbo Emmius & Samuel Bochart, ces modernes ſi ſavans dans les langues & dans l'hiſtoire, qui auroient dû encore moins ignorer que l'Isle de *Taſſo*, ou de *Thaſos* comme l'appelloient les Grecs, avoit tiré ſon nom & l'origine de ſes premiers habitans, de ce même *Tarſeis* fils de Javan, ont-ils pu dire à leur tour; l'un ſur la ſimple autorité de Pauſanias, „que l'Isle de *Thaſus* a pris ce nom de *Thaſus* fils d'Agénor Roi de Phé„nicie;“ perſonnage de pure invention, dont ne parlent ni les marbres de Paros ni aucun des Auteurs qui ont fait mention des enfans d'Agénor, au nombre de trois fils, Phénix, Cilix, Cadmus, & deux filles Taygete & Europe. Et l'autre, je parle de Bochart, „que cette „Isle fut d'abord nommée Cryſe à cauſe de ſon or, mais que s'y étant „depuis établi une Colonie de Phéniciens, elle prit le nom de *Thaſos*. „parce que dans la langue Phénicienne le mot *Thas* ſignifie une lame „& que dans cette Isle on faiſoit des lames d'or?“ On a reproché aux adorateurs d'Homere & à la plupart des Traducteurs d'avoir affectionné leurs Auteurs au point de croire y trouver tout. De même le ſavant Bochart tout plein de ſa langue Phénicienne y rapportoit tout & l'appliquoit à tout, mais (s'il eſt permis de le dire) avec moins de fondement & autant d'inconſéquence en cette occaſion qu'on en trouveroit dans le raiſonnement d'un Italien ou d'un François entêtés chacun de leur langue, leſquels pourroient dire, ſuivant la méthode de Bochart, & avec plus de raiſon que lui, „que l'Isle de *Taſſo* fut d'a„bord nommée *Tarſeis*, qui ſignifie en Hebreu fouilleur ou tailleur de „marbre, (car cela eſt très vrai:) mais que cette Isle enſuite ayant re„çu une Colonie d'Italiens ou de François, prit le nom de *Taſſo*, par„ce que dans la langue Italienne le mot *Tazza* & dans la Françoiſe ce„lui de *Taſſe*, ſignifient une coupe, un vaſe à boire, & que dans cette „Isle on faiſoit des coupes de marbre (& voilà l'inconſéquence).“ D'ailleurs il n'eſt pas vrai que les Mines de *Taſſo* bornées à l'Isle ayent été d'or plutôt que d'argent, de fer, d'étain & de plomb, comme je le montrerai tout à l'heure. Et il eſt également faux que cette Isle ait

eu le nom de Cryſe avant celui de *Thaſos*, parce que ce nom de *Thaſos* eſt évidemment une corruption du nom primitif *Tarſcis*, que les Grecs adoucirent pour l'accommoder au génie de leur langue. De ſorte qu'on ne peut pas dire que le nom de *Tarſcis* ait été éteint, comme il auroit dû l'être, par celui de Cryſe, puisqu'il s'eſt conſtamment perpétué juſqu'aujourd'hui, malgré l'altération qu'il a ſoufferte chez les Grecs, chez les Latins & enſuite chez les Vénitiens, qui lui ont donné tour à tour les noms de *Thaſis* ou de *Thaſos*, de *Thaſus* ou de *Thaſſus* & enfin celui de *Taſſo*; à moins qu'on ne ſuppoſe que le hazard ſeul a pu produire le rapport & la reſſemblance qui ſe trouve entre ces noms & celui de *Tarſcis*, ſans qu'ils ayent rien de commun entr'eux; ce qui eſt contre toute vraiſemblance. Il s'enſuit donc de là que l'Isle de *Taſſo* n'a jamais porté le nom de Cryſe. Mais Bochart a ſans doute, pour appuyer ſon étymologie, métamorphoſé en Cryſe le lieu appellé Crines, qui comme on l'a vû plus haut dans Diodore de Sicile, n'étoit pas l'Isle de *Thaſos*, mais une ville de Macédoine peuplée par des *Thaſiens* ſortis de leur Isle; & d'ailleurs cette ville quitta ſon nom de Crines, non pour prendre le nom de *Thaſos*, mais celui de Philippes.

Parmi les modernes je me bornerai aux témoignages de trois Ecrivains qui peuvent donner quelque idée de l'état actuel de l'Isle de *Taſſo*. Le premier eſt Jean George Schlederus de Ratisbonne, qui dans un Dictionnaire hiſtorique Latin plus ancien que le Moreri, dit au mot *Thaſſus*: „C'eſt une Isle de l'Archipel du côté de la Thrace, „aujourd'hui appellée *Thaſſo*, & ſituée entre les bouches du fleuve „Neſſus & le mont Athos. Elle eſt couverte d'arbres, aſſez fertile „& fort peuplée. Elle a une ville du même nom bâtie dans une plai„ne le long d'un grand Golfe vers le Nord; & ce Port eſt à deux „milles (d'Allemagne) du Continent de la Macédoine. La ville eſt ri„che par les Mines d'or & d'argent du Continent voiſin, &c." Je ne ferai qu'une remarque ſur ces Mines voiſines de *Taſſo*. Suivant les témoignages anciens que j'ai cités, c'étoient purement des Mines d'or. Si donc il y en a d'argent, ou plutôt s'il y en avoit, car je doute qu'el-

les

les ſubſiſtent actuellement, il faut que ces dernieres ayent été dans l'Isle, & c'eſt auſſi ce que je montrerai tout à l'heure.

Riccioli, Italien, eſt le ſecond Ecrivain que je citerai. On trouve dans ſa Géographie Reformée Liv. III. Ch. XV. une Table alphabétique de l'Archipel, „parmi leſquelles l'Isle de *Taſſo* eſt pla„cée ſous ce nom à ſon rang: mais en même tems il y eſt dit qu'elle „s'appelloit anciennement *Thaſſus* & qu'elle a de tour 40 milles „d'Italie."

Le troiſieme enfin eſt Boſchini, Auteur de la même Nation, qui n'a laiſſé rien à déſirer ſur ce ſujet dans ſon Archipélago. Il remarque d'abord „que cette Isle eſt à quatre milles d'Italie, (ou „à une mille d'Allemagne comme je l'ai obſervé plus haut) du Con„tinent de la Romanie. Son circuit, continue-t-il, eſt de 35 à „40 milles d'Italie (8 à 10 milles d'Allemagne) & le terrain en eſt „fort inégal, en partie plaines & en partie montagnes. Les mon„tagnes du côté méridional ont des carrieres d'où l'on tire un mar„bre admirable. Il y a des vignobles dont le vin eſt excellent. „Il y croît auſſi un grand nombre de pins & de ſapins. On y „voit des monceaux d'écumes de métaux qui montrent que cette Is„le avoit autrefois de bonnes Mines. En effet Philippe, Roi de „Macédoine, & Alexandre le Grand, en tiroient 80 talens tous les „ans. Il s'y établit anciennement une Colonie de Phéniciens qui „y bâtirent la ville à laquelle ils donnerent le nom de l'Isle. Elle „y ſubſiſte encore, mais dans un état bien différent de ſa premiere „ſplendeur, quoiqu'elle ſoit aſſez bien peuplée."

Après avoir ainſi rapproché ces différens témoignages anciens & modernes, il me reſte à faire voir qu'ils renferment les caracteres les plus convenables à l'Isle de *Tarſcis*, & par conſéquent les plus propres, je ne dis pas à fortifier mon opinion, mais à achever de conſtater ma découverte en la portant au dernier degré d'évidence.

Premiérement, l'Isle de *Taſſo* a eu des Mines. C'eſt ce que diſent Hérodote, Diodore, & autres; & c'eſt ce que prouvent ces monceaux d'écumes de métaux qu'on y trouve encore ſuivant Boſchini. Il a plu à Bochart pour fonder ſes vaines érymologies de Cryſe & de *Thar*, de ſuppoſer que les Mines de *Thaſſo* étoient d'or. Mais comme les trois Auteurs nommés ne ſpécifient point ces Mines, & qu'au contraire Diodore, Plutarque, Policœnus & autres, parlant des Mines du Continent, ont toujours eu l'attention de les ſpécifier, on peut inférer de là que les *Thaſiens* n'eurent des Mines d'or que quand ils eurent acquis ces Mines du Continent voiſin; & qu'ainſi celles de leur Isle pouvoient être des Mines de tout autre métal. Or, dans le tems d'Ezéchiel, où il eſt à croire qu'ils ne poſſédoient point encore les Mines du Continent, l'Isle de *Tarſcis* avoit préciſément des mines de toutes ſortes de métaux, à l'exception de l'or, puisque ce Prophete dit dans ſon Chap. XXVII, parlant à la ville de Tyr: „Ceux de *Tarſcis* ont tra„fiqué avec toi de toutes ſortes de richeſſes, faiſant valoir tes foires „par leur argent, leur fer, leur étain & leur plomb.“ A quoi Jérémie ajoute Chap. X, que „l'argent qui eſt étendu en lingots eſt „apporté de *Tarſcis* pour être mis dans les mains du fondeur & de „l'ouvrier.“ Il n'eſt point là queſtion d'or, comme on voit. Ainſi voilà un grand trait de reſſemblance entre l'Isle de *Taſſo* & l'Isle de *Tarſcis*, l'une & l'autre ayant eu des Mines, & des Mines de divers métaux à la reſerve de l'or.

Secondement, ſuivant Pline, Pauſanias & Boſchini, l'Isle de *Taſſo* a des carrieres d'un marbre admirable dont on a fait les plus beaux Ouvrages de l'Antiquité: Et *Tarſcis* en Hebreu, ſelon Mrs. Desmarets dans leur Interprétation des noms propres de l'Ecriture, ſignifie *fouillant le marbre;* étant apparemment tiré de ces deux mots, CHATHAR fouir, & SCHAJISCH marbre, dont on a fait par abréviation *Tharſchiſch* & enſuite *Tarſcis*.

Troiſiémement, au tems où arriveroit la deſtruction de Tyr prédite par Iſaie, la nouvelle en devoit venir aux navires de *Tarſcis*, du

du pays de Kittim, c'eſt à dire de la Macédoine, parce que c'étoit Alexandre le Grand qui détruiroit cette ville. Et l'on voit dans Diodore, que les habitans de *Taſſo* allérent s'établir à Crines ſous la protection de Philippe Roi de Macédoine; que ſuivant Pline, l'Isle de Taſſo eſt dans le même parallele que la Macédoine; qu'au rapport de Schlederus le continent de la Macédoine n'eſt qu'à deux milles du Port de *Taſſo;* & qu'enfin cette Isle, comme l'aſſure Boſchini, étant ſous la domination du même Philippe & d'Alexandre ſon fils, rendoit à ces Rois de Macédoine tous les ans 80 talens de ſes Mines. Preuve donc que ce qu'Ezéchiel dit des navires de *Tarſcis* doit s'entendre de ceux de *Taſſo.*

Quatriémement, c'eſt aux navigateurs *Thaſiens*, ſuivant Pline, c'eſt à dire à ceux de *Taſſo*, qu'eſt due l'invention des vaiſſeaux de mer longs & couverts. Ces bâtimens que Pline appelle *conſtratæ naves*, étoient nommés par les Grecs *Cataphractes*, navires pontés, forts & pour ainſi dire armés de toutes piéces. Et à quel Peuple marin convenoit-il mieux de s'immortaliſer par l'invention d'une conſtruction navale ſi remarquable, qu'à un Peuple auſſi renommé par ſes navigations, qu'étoit celui de *Tarſcis?* Je ne les décrirai point ici parce qu'elles feront la matiere d'un autre Mémoire.

Cinquiémement, conçoit-on qu'il eût été poſſible aux navigateurs de *Tarſcis* de dreſſer ces flottes qu'ils louerent à Salomon, qui leur acquirent tant de réputation ſur la mer, & qui les mirent en état d'en partager l'empire avec les Tyriens; conçoit-on, dis-je, cette poſſibilité, s'ils n'avoient eu autant de facilités pour ſe procurer les bois de conſtruction, qu'en avoient les Tyriens voiſins & maîtres du Mont Liban? Mais ceux de *Tarſcis* eux-mêmes n'avoient rien à déſirer en ce point, puisque leur Isle, c'eſt à dire l'Isle de *Taſſo*, étoit couverte de bois dont elle eſt encore remplie, ſuivant Schlederus; & que ces bois, au rapport de Boſchini, ſont préciſément des pins & des ſapins, les arbres du monde les

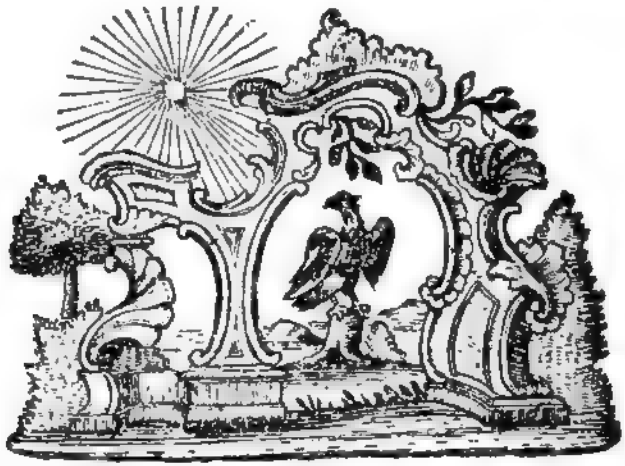
plus

plus utiles & les plus propres pour les conſtructions navales. Outre qu'avec ces bois, *Tarſcis* avoit encore, ſuivant Ezéchiel, du fer & du plomb, autres matériaux également néceſſaires, & qu'elle avoit l'une & l'autre en aſſez grande abondance, auſſi bien que l'argent & l'étain, pour en fournir même à la ville de Tyr. Et ces métaux étoient les productions de ces Mines de *Taſſo*, dont parlent Hérodote, Diodore, Schlederus & Boſchini.

Sixiémement, après la figure, ſi je puis m'exprimer ainſi, que l'Iſle de *Tarſcis* fait dans l'Ecriture, on ne pouvoit s'attendre à la retrouver que dans une Iſle puiſſante & célébre. Et c'eſt ce qui convient encore parfaitement à l'Iſle de *Taſſo*, dont les auteurs que j'ai cités, ſans ceux qui ne ſont pas venus à ma connoiſſance, ont célébré l'ancienne opulence & tous les avantages dignes de la réputation de l'Iſle de *Tarſcis;* mais qui, ſujette aux viciſſitudes & à la décadence comme toutes les choſes du monde, après s'être vû recherchée par les plus grands Rois; avoir été l'égale de Tyr; avoir fondé des Colonies comme Syme ou Oeſyme, Galepſe, Crines & autres; avoir poſſédé des richeſſes immenſes, & fait connoître ſon nom presque dans tout l'univers, déchut inſenſiblement de ce haut point de gloire & de ſplendeur, juſqu'à perdre ſa liberté par les mains des Athéniens; mais, toute ſubjuguée qu'elle étoit, ayant encore aſſez de reſſources pour inquiéter ſes fiers oppreſſeurs, puisque ce ne fut qu'après avoir perdu 33 vaiſſeaux & ſouffert un ſiége de trois ans avec tout le courage que peut inſpirer le regret de la dépendance & l'amour de la liberté, qu'elle ſuccomba pour jamais, n'ayant été délivrée dans la ſuite du joug des Athéniens, que pour tomber ſous la puiſſance des Macédoniens, puis ſous celle des Romains, quoique Pline diſe que de ſon tems elle n'étoit ſujette à perſonne; de là ſous la domination des Empereurs Grecs, enſuite ſous le gouvernement des Véniriens, & aujourd'hui ſous celui des Turcs.

Enfin, s'il eſt vrai que l'Iſle de *Taſſo* reçut autrefois une Colonie de Phéniciens, comme l'ont dit Hérodote, Pauſanias & Boſchini,

ni, faut-il chercher ailleurs que dans cet établiſſement, non ſeulement la raiſon du grand commerce de ceux de *Tarſcis*, de leurs fameuſes navigations, en un mot de leur habileté dans la marine; mais auſſi le motif de leurs liaiſons étroites avec les Tyriens qui étoient, comme on ſait, Phéniciens de nation? Ainſi il n'eſt plus étonnant, ni que Salomon ait employé à ſes navigations la flotte de *Tarſcis* de concert avec celle d'Hiram, Roi de Tyr; ni que le Prophete Iſaïe prédiſant la deſtruction de Tyr l'ait annoncée à ceux de *Tarſcis* comme un événement qui les intéreſſoit au point que leur force en dût être détruite; ni qu'Ezechiel à ſon tour ait parlé du grand trafic que ceux de *Tarſcis* avoient droit de faire aux foires de Tyr, regardant cette ville avec complaiſance, & pour employer le langage du Prophete, „les navires de *Tarſcis* la célébrant dans „leurs chanſons.“ Concluons donc de tout cela, que *Taſſo* doit être cette même *Tarſcis*, ou que cette derniere n'exiſte plus dans l'univers.



DISSERTATION

SUR

LES TROIS PRINCIPALES MACHINES DE GUERRE DES ANCIENS,

SAVOIR

LA CATAPULTE, LA BALISTE ET L'ONAGRE,

TIRÉES EN QUELQUE SORTE DES MINES DES MONUMENS DE L'ANTIQUITÉ TANT GRECQUE QUE ROMAINE.

On y a joint l'exposé que VITRUVE *a donné de ces Machines, & on l'a éclairci par des Notes.*

PAR M. SILBERSCHLAG.

Traduit du Latin.

I.

Si l'Antiquité a eu quelque chose qui puisse encore aujourdhui exciter notre admiration, ce sont sans contredit ces machines prodigieuses qui servoient à lancer des traits, des poutres, des cailloux, des feux, des cadavres, à la distance de quelques stades, dans les villes assiégées, pour y porter l'écrasement, le carnage, l'incendie & la peste. J'ai été longtems en doute si les forces méchaniques suffisoient pour produire des effets aussi forts, aussi terribles & aussi funestes; j'accusois les Anciens d'avoir eu la démangeaison d'exagérer des choses qui aujourdhui ne méritent plus gueres d'attention; mais je trouvois d'un autre côté, dans le consentement unanime de tant de siecles, une preuve qui mettoit les récits des Ecrivains à l'abri de toute contestation. Tous les Capitaines dont les exploits ont été secondés par ces

ces machines, ſont autant de témoins, que le célébre Folard a réunis dans ſon Commentaire ſur Polybe, pour en former une eſpece de nuée. Car ces monſtrueuſes pieces d'Artillerie qu'on a fait ſuccéder immédiatement aux Baliſtes & aux Catapultes, que prouvent-elles autre choſe ſinon que de tout tems les Conquérans ſe ſont ſervis de moyens gigantesques pour accabler leurs Ennemis, & les écraſer ſous des poids énormes!

II. Les choſes étant ainſi, il paroit d'abord ſurprenant qu'auſſitôt après la découverte de la poudre à canon, tout l'appareil d'un art auſſi ancien ſe ſoit en quelque ſorte évanoui, & qu'à l'exception de la Colonne Trajane & d'un ou deux autres monumens où l'on en trouve des veſtiges obſcurs, il ne s'en ſoit conſervé aucun deſſein; de ſorte que dans notre ſiecle tous ces objets ſembloient pleinement condamnés à un éternel oubli. Il ſe préſente à mon eſprit pluſieurs raiſons que je pourrois alléguer à ce ſujet; mais les ſuivantes ſuffiront ſans doute. Premierement, nos ancêtres ne tarderent pas à s'appercevoir que les boulets & les bombes qui partent de nos canons & de nos mortiers, étoient ce qu'il y avoit de plus propre à porter partout la terreur & la mort. Enſuite, tout éblouis de cette nouvelle invention, ils s'en promirent des ſuccès plus grands que ceux auxquels l'expérience a conduit. Enfin & ſurtout, les matériaux dont on fabriquoit les anciennes machines, les cordes & le bois, n'avoient pas à beaucoup près la conſiſtance & la durée de nos pieces d'artillerie de fer & de bronze; pour les conſerver, il falloit des réparations continuelles, qui n'empêchoient pas qu'on ne fut bientôt obligé d'en conſtruire de nouvelles. Je ne me repens pas d'avoir employé bien du tems, du travail & des fraix, à reſſuſciter en quelque ſorte des inſtrumens meurtriers, qui ne laiſſeroient pas d'avoir encore leur utilité dans un ſiege où la poudre & les boulets viendroient à manquer. Je pourrois peut-être indiquer d'autres avantages de cette découverte; mais je les paſſe ſous ſilence, parce que je ne veux pas que mon nom ſoit aſſocié à celui de *Barthold Schwartz*, qui eſt noirci aux yeux de la plûpart des hommes. Je ne dirai donc rien de la diminution des fraix, de la facilité du tranſport,

& des dangers inévitables pour l'ennemi qui eſt toujours incertain du coup qui doit le terraſſer, le lieu où la baliſte eſt placée n'étant décelé, ni par la lueur, ni par le fracas qui accompagnent l'effet des foudres de guerre.

III. Quant au calcul dont cette tractation auroit beſoin, il ne me convient pas d'y apporter toute l'exactitude algébrique, puiſque tout ce travail ne ſauroit mener à rien, juſqu'à ce que l'expérience ait fait connoître avec certitude la force élaſtique des cordes & le plus grand degré de tenſion qu'elles peuvent ſoutenir. D'ailleurs, je n'ai d'autre but que de bien repréſenter la forme & la ſtructures de ces machines, à la recherche desquelles tant d'habiles gens ont travaillé en vain; & je ſoumets mon expoſé, avec toute la modeſtie qui me convient, aux doctes arbitres dont j'ai fait choix. Je n'ai employé aucunes corrections, quoique pluſieurs ſe ſoyent préſentées à mon eſprit d'elles-mêmes; mais j'ai tourné toute mon attention à bien exécuter tout conformément aux préceptes des plus anciens Architectes.

IV. De tous ceux qui ont écrit ſur les machines de guerre, les plus exacts ſont Vitruve, Philon & Héron. Ces trois Auteurs diſtingués ne doivent point être ſéparés; en les réuniſſant, ils forment un Auteur accompli. Ce qu'Héron décrit, Philon en donne les meſures; & ce qui eſt omis par Philon, Vitruve le fournit, & recueille en quelque ſorte les débris du naufrage. C'eſt ce qui m'a engagé à ſuivre principalement ce dernier, qui, dans les Sections XV. XVI. & XVII. de ſon Livre X. traite de l'art de conſtruire de grandes machines de guerre (*tormenta*). Mes explications du texte de Vitruve renfermeront tout ce que Philon & Héron nous enſeignent, ſoit à titre d'éclairciſſement, ſoit comme critique. Je finirai par la deſcription de l'Onagre tirée d'Ammien Marcellin. Mettons-nous donc à l'examen de Vitruve, & ne ſoyons pas ſurpris d'y trouver des deſcriptions malfaites, qui ont été encore plus mal expliquées. Il y auroit même d'aſſez groſſes fautes contre la Grammaire à relever dans ſon ſtile; mais nous ne nous y arrêterons pas.

TEXTE

TEXTE DE VITRUVE.

LIB. X. SECT. XV.

De Catapultarum & Scorpionum rationibus.

§. 5. *Nunc vero, quæ ad præſidia periculi & neceſſitatem ſalutis ſunt inventa, id eſt, ſcorpionum, catapultarum & baliſtarum rationes, quibus ſymmetris comparari poſſint, exponam. Et primum de catapultis & ſcorpionibus.* Etymologie

TRADUCTION DE M. PERRAULT *).

Des Catapultes & des Scorpions.

Il faut maintenant traiter des proportions qu'il eſt néceſſaire d'obſerver pour la conſtruction des machines de guerre, & dont on a beſoin pour ſe défendre, ſçavoir des Scorpions, des Catapultes, & des Balliſtes. Et en premier lieu des Catapultes & des Scorpions.

J'ai ſous la main deux Editions de Vitruve, l'une de Lyon, 1586, l'autre de Veniſe, 1567. Dans celle-ci, les termes de Vitruve ſont: *de catapultarum & ſcorpionibus rationibus.* Item: *quæ ad præſidia ſalutis ſunt* inventæ. Ce que je n'obſerve qu'afin d'indiquer, quand il ſe rencontrera des variantes, laquelle des deux Editions eſt préférable à l'autre. Pour moi, il me paroit que celle de Lyon a été faite d'après un MS. plus correct & plus digne de foi; quoique les Obſervations de *Daniel Barbarus* dont l'Edition de Veniſe eſt enrichie, ſoyent fort ſupérieures à celles de *Caſtillon* qui ſe trouvent dans l'Edition de Lyon.

A l'égard du nom, en comparant entr'eux les Auteurs Latins qui ont rapporté des faits militaires, on rencontre tant de différence, & une ambiguité dans l'uſage des termes dont Vitruve ſe ſert pour déſigner ces inſtrumens poliorcétiques, qui va fort au delà de ce à quoi

*) p. 329. de la ſeconde Edition de ſon *Vitruve*, Paris, 1684. On a cru que les Lecteurs ne ſeroient pas fâchés de juger par cette Traduction des efforts aſſez inutiles que M. *Perrault* a faits pour donner l'intelligence de ces Machines.

l'on auroit du s'attendre par rapport à des choſes qui étoient alors, & ſi connues, & ſi néceſſaires. Ce que Vitruve appelle du nom effrayant de *Scorpion*, eſt dit dans Ammien Marcellin *Onagre*, (eſpece de baliſte). D'autres nomment la baliſte catapulte, & la catapulte baliſte. Cette confuſion a jetté la plûpart des Interpretes & des Machiniſtes dans un labyrithe d'erreurs & de préjugés: ils n'ont pu ſe conduire qu'à tâtons & avec la plus grande incertitude. Il ne faut en excepter, ni Procope, ni Polybe, ni même ce célebre Chevalier de Folard, ſi verſé d'ailleurs dans ce qui concerne l'art de la Guerre. Les Grecs ſont louables de s'être bornés à diſtinguer entre les *εὐθύτονα* & les *τὰ ἐπὶ τόνου*. Les premieres de ces Machines lançoient ſeulement des traits; les autres des traits & des pierres; ce qui leur faiſoit donner auſſi le nom de *λιθοβόλοι*. J'en appelle au témoignage d'Athénée qui, dans ſon Livre V. fait mention d'un pierrier, d'où partoient des pierres du poids de trois talens, & une lance de douze coudées. Iſidore rapporte que la baliſte, au moyen de cordes tendues, chaſſoit avec une grande force, tantôt des lances, tantôt des pierres. Je ſuis tout à fait dans l'idée que le nom de *καταπέλτης* vient de *κατὰ*, *contre*, & *πέλτη*, *bouclier;* & qu'on ne doit le donner qu'aux machines qui lançoient des traits, parce que c'étoit des traits qu'on ſe ſervoit pour percer les boucliers. Le mot de baliſte tire ſon origine de *βάλλειν*, parce que ces machines donnoient aux pierres un mouvement parabolique. Ainſi, dans toute la ſuite de ce Mémoire, nous entendrons par *catapulte*, une machine à lancer des traits, & par *baliſte* une machine à lancer des pierres. La catapulte exprime mieux la figure du ſcorpion que l'onagre d'Ammien Marcellin, dont je parlerai ailleurs avec plus d'étendue. Suivons pour le préſent Vitruve, qui ne met aucune différence entre la catapulte & le ſcorpion. Outre cela, on appelloit *tormenta*, ces machines dont les cordes ſe tendoient d'abord à force de bras, & qui, recevant enſuite un mouvement gyratoire, communiquoient leur force aux corps qu'on vouloit lancer.

TEXTE

TEXTE DE VITRUVE.

§. 6. *Omni igitur proportione eorum ratiocinata ex propoſita ſagittæ longitudine, quam id organum mittere debet, cujusque nonæ partis ſit foraminum in capitulis magnitudo, per quæ tenduntur nervi torti, qui brachia continere catapultarum debent.* *Modulus catapultarum*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

La regle de la proportion de ces machines ſe prend ſur la longueur du dard qui eſt jetté, dont on prend la neuvieme partie pour déterminer la grandeur des trous de la catapulte par leſquels on bande les cordes faites de boyau qui attachent les bras des catapultes.

Comme, dans l'artillerie moderne, on prend le diametre des boulets pour calibre des canons; de même les anciens prenoient la neuvieme partie de la flêche pour déterminer la meſure de la catapulte & de toutes ſes parties. Leur maitre à cet égard étoit l'uſage, qui ne tarda pas à leur faire découvrir quelle partie de la longueur de la flêche fourniſſoit la proportion la plus convenable à toutes les parties de la Machine. Juſqu'ici tout eſt aiſé à comprendre. Il faudroit ſeulement que Vitruve, pour déterminer la longueur, la largeur & l'épaiſſeur de ces parties, n'eût pas employé des caracteres tout à fait inconnus, & qui s'éloignent de l'uſage de tous les autres Architectes. Les Grecs n'ont point cru devoir enveloper leur doctrine de ces traits presque magiques. Ils ſe ſervent bien des lettres de l'Alphabet, mais de la maniere & dans l'ordre uſités dans la vie ordinaire. Pour ne pas fatiguer le lecteur par de trop longs préliminaires, j'expoſerai en peu de mots ce que je penſe des caracteres de Vitruve. La premiere queſtion ſe reduit à ſavoir, ſi chacun de ces caracteres déſigne un nombre, ou non? En parcourant le Texte même, on rencontre divers endroits où ces caracteres ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ K ne ſignifient rien, ou marquent ſeulement l'omiſſion de quelque ſigne faite par le copiſte; par exemple, — *& ejus* IK *craſſitudo:* item — *cheloni replum quod*

quod eſt operimentum ſecuriculæ includitur K: item — *ſiculæ longitudo* ⁝⁝⁝ *foraminum II:* item — *ut habent curvaturam molliter circumactam* ⁝⁝⁝; item — *trium* ⁝⁝⁝ *interiorum regularum:* item — *brachii* ⁝⁝⁝ *longitudo*, pour ne pas rapporter divers autres endroits qui paroiſſent appuyer mon ſentiment. *Jocundus* lui-même le favoriſe, en jugeant que ces ſignes diſpoſés en forme circulaire ou quarrée, n'ont aucune ſignification certaine, mais ne ſervent qu'à diſtinguer les membres des périodes. Il ſeroit ſeulement à ſouhaiter que le bon *Jocundus* ne ſe fût pas trompé à d'autres égards, & qu'il n'eût pas jetté Perrault qui l'a pris pour guide dans un fatras de conjectures incertaines. Celui-ci, Savant d'un ordre diſtingué, & qui a fait beaucoup d'honneur aux ſciences mathématiques, s'eſt fort illuſtré par ſa belle Traduction Françoiſe de Vitruve, Ouvrage véritablement magnifique; mais, en s'appuyant ſur l'autorité de *Jocundus*, a admis les ſuppoſitions les plus fauſſes, &, en voulant exprimer par des nombres ces points arrangés en cercles & en quarré, il a ſurpaſſé la témérité de ſon prédéceſſeur, & a tout mis ſens deſſus deſſous. Ainſi, au lieu de décrire des catapultes & des baliſtes, il ne fait qu'offrir le chaos le plus étrange.

Une ſeconde queſtion concerne l'interprétation des caracteres qui déſignent manifeſtement quelque nombre. Tandis que j'étois en ſuſpens ſur la valeur qu'il faloit leur attribuer, les Oeuvres d'Euclide ſont tombées entre mes mains, de l'Edition de *Jean Hervagius*, faite à Bâle en 1546, & j'y ai trouvé p. 458. une Table dreſſée par *Campanus*, Interprete d'Euclide, que je crois devoir rapporter ici, afin qu'on ne croye pas dans la ſuite que j'ai donné à ma fantaiſie les ſignifications de ces nombres.

„Nos ancêtres, dit Campanus, diviſoient chaque tout en dou„ze parties égales qu'ils appelloient onces; & ils déſignoient ces par„ties par les ſignes ſuivans:

12 11 10 9 8 7 6,
FF, S=–=, S==, S3, –S–, V, S,
As, *Deunx*, *Dextans*, *Dodrans*, *Bes*, *Septunx*, *Semiſſis*,

5 4 3 2 1
=–=, ==, =–, =, –.
Quincunx, *Triens*, *Quadrans*, *Sextans*, *Uncia*.

„Ils partageoient de nouveau l'once en douze parties, mais d'une „maniere toute différente, comme on peut le voir ci-deſſous.

$\frac{1}{2}$ once $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{12}$
Ɛ, VV, G, V, ✕, CIↃ,
Semuncia, *Duella*, *Sicilicus*, *Sextula*, *Drachma*, *Semiſſextula*,

$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{48}$ $\frac{1}{72}$ $\frac{1}{96}$ $\frac{1}{144}$
H, ⊣⊢, Ↄ, M, Z, C ıl,
Tremiſſis, *Scrupulus*, *Obolus*, *Biſſiliqua*, *Ceraces*, *Siliqua*,

$\frac{1}{288}$
Q.
Chalcus.

Tout cela poſé, on voit que les meſures de Vitruve s'accordent aſſez exactement avec les proportions de Philon, à la reſerve de deux endroits, (altérés peut-être par les Copiſtes,) qui y répugnent. Cet accord des Grecs avec l'Architecte Romain, moyennant la ſuppoſition précédente, ajoute un grand poids à mon opinion.

A préſent traçons la ligne ou virgule βελοπούκην de Vitruve. Je l'ai repréſentée dans la Pl. VII. Fig. 6. & dans la Pl. IX. Fig. 2.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 7. *Eorum autem foraminum capituli ſic deformatur altitudo & latitudo. Tabulæ quæ ſunt in ſummo & imo capituli, parallelique vocantur, fiunt craſſitudine unius foraminis, latitudine unius & ejus dodrantis, in extremis foraminis unius & ſemis.*

Or, afin que les chapiteaux où ſont les trous ayent une largeur & une épaiſſeur convenable, on les fait en cette maniere. Les pieces de bois que l'on appelle paralleles, & qui compoſent le haut & le bas du chapiteau, doivent avoir d'épaiſſeur le diametre d'un des trous; leur largeur doit être d'un diametre & de trois quarts d'un diametre, en ſorte que vers l'extrémité elles n'ayent que la largeur d'un diametre & demi.

Vitruve appelle le plinthe des catapultes chapiteau, parce que cette piece eſt très propre à repréſenter la tête du ſcorpion, la partie dite ſyrinx ſe rapportant à la queue, & les bras aux ſerres.

Planche VII. Fig. 3. Le chapiteau étoit compoſé des deux peritretes A, B, que Vitruve appelle les tables ou pieces de bois qui compoſent le haut & le bas du chapiteau, & qui doivent être paralleles. Il y avoit outre cela les deux paraſtates ou liens *ab* & *cd;* dont *ab* eſt à gauche & *cd* à droite: enfin, les deux meſoſtates ou liens du milieu *ef* & *gh*. C'eſt ſur ces quatre ſoutiens que portoient les deux péritretes.

Dans chacun de ces péritretes, dont on voit la figure Planche VII. Fig. 2. on perçoit deux trous par leſquels en y mettant deux barillets, on tendoit les cordes deſtinées à produire le mouvement. Le diametre du trou répondoit au diametre de cette partie du barillet qu'on faiſoit entrer dans le trou. Le barillet même, dont je décrirai la forme plus exactement quand il ſera queſtion des baliſtes, contenoit dans ſon creux le volume de cordes auquel les bras étoient inſérés. Les lettres CDEF de la Fig. 3. Planche VII. indiquent les barillets. Or le diametre du volume des cordes étoit toujours égal à la neuvieme partie de la longueur de la flêche, à quoi il faut ajouter l'épaiſſeur du métal $= \frac{1}{10}$ pour l'ordinaire. Je n'ai pas beſoin après cela d'avertir que le diametre du trou, ou le calibre du péritrete, répondoit à la neuvieme partie de la longueur de la flêche & à l'épaiſſeur double du métal. Philon exprime les autres meſures du péritrete en ces termes. Καὶ τὸ μὲν περιτρητὸν ποιεῖν. Μῆκος ἔχον διαμέτρων ϛ S″, (c'eſt à dire, de ſix

&

& demi,) πλάτος ἐν μέσου μετρούμενον διαμέτρων δυο. ἐν δὲ τῶν ἄκρων διαμέτρων δυό. ἐν δὲ τῶν ἄκρων διαμέτρου μιᾶς καὶ ἡμισείας· πάχος τρήματος ἑνός.

Soit donc la longueur du péritrete, Fig. 2. $ab = VI\frac{1}{2}$, ou même par diverſes raiſons je l'aimerois mieux $=$ VII. Pour la meſure de la longueur, Vitruve l'a entierement négligée; & il ſe trompe auſſi s'il prend la moyenne largeur d'un diametre & $\frac{3}{4}$, puisque Philon lui attribue deux diametres. La largeur du péritrete d'une baliſte eſt $= II\frac{1}{2}$. Pourquoi n'en ſeroit-il pas de même de celle d'une catapulte? Soit donc $cd = II\frac{1}{2}$. Or les deux Auteurs ſont d'accord, tant à l'égard de la largeur aux extrémités $ef = I\frac{1}{2}$ que de l'épaiſſeur $bg = I$ diametre.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 8. *Paraſtatæ dextra ac ſiniſtra præter cardines altæ foraminum quatuor, creſſæ foraminum quinum. Cardines foraminis S S a foramine ad medianam paraſtatam item foramines S S. Latitudo paraſtados mediæ unius foraminis, & ejus I K craſſitudo foraminis. Intervallum ubi ſagitta collocatur in media paraſtade foraminis partis quartæ. Anguli quatuor qui ſunt circa in lateribus & frontibus laminis ferreis aut ſtylis aereis & clavis configantur.* Paraſtatæ.

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Les poteaux ou liens qui ſont à droite & à gauche doivent outre les tenons avoir la hauteur de quatre diametres & la largeur de cinq; les tenons doivent être de trois quarts de diametre; & de même, depuis le trou juſqu'au poteau du milieu, il doit y avoir trois quarts de diametre. La largeur du poteau du milieu doit être d'un diametre & d'un quart de diametre; & ſon épaiſſeur d'un diametre. L'intervalle qui eſt dans le poteau du milieu, à la droite duquel on place le javelot, doit être de la quatrieme partie d'un diametre. Il faut que les qua-

tre angles qui ſont tant aux côtés qu'au devant, ſoient garnis de bandes de fer attachées avec des cloux de cuivre ou de fer.

Vitruve enſeigne trois choſes dans ce paragraphe.

Planche VII. 1. Il décrit les paraſtates ou liens Fig. 3, le droit *cd*, & le gauche *ab*, en omettant l'entaille *on*, où les bras repoſoient. Tous les paraſtates & les meſoſtates, c'eſt à dire les poteaux en général, avoient une ſeule & même longueur, ſavoir celle de quatre diametres. Il ne faut point faire d'attention à Philon quand il borne cette longueur à III $\frac{1}{2}$, car il eſt en contradiction avec lui-même, puisqu'il dit ailleurs: „Chaque *hemitonium*, ſi l'on s'en rapporte à l'uſage qui „eſt le meilleur de tous les maîtres, doit avoir la longueur des cordes „= VIII diametres:" longueur à laquelle il ne parviendra pas, ſi les poteaux n'ont que III $\frac{1}{2}$ de hauteur, à moins que, contre tout uſage & toute raiſon, il n'aſſigne aux barillets une hauteur, ou plutôt une éminence au deſſus des péritretes de III $\frac{1}{2}$ diametres.

La largeur des paraſtates avec celle du péritrete aux extrémités doit néceſſairement être = I $\frac{1}{2}$. Mais il ſeroit difficile de deviner ce que Vitruve entend par une épaiſſeur *foraminum quinum*. Ainſi il faut recourir à Philon qui aſſigne aux paraſtates l'épaiſſeur de la moitié & outre cela de la huitieme partie d'un diametre.

On avoit beſoin de tenons qui fuſſent inſérés dans les mortaiſes des péritretes, percés convenablement à cet uſage. Vitruve en détermine la largeur ſeulement = $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{4}$ d'once. L'épaiſſeur des tenons doit toujours être moindre que celle des paraſtates, Fig. 2. lett. oooo.

Vient à préſent un endroit corrompu, que Vitruve lui-même, s'il reſſuſcitoit, n'entendroit pas.

A foramine ad medianam paraſtatam item foraminis SS.

Je crois qu'il faut le corriger ainſi.

Ad foramen mediæ paraſtatæ inſerendis cardinibus item foraminis SS.

Vitru-

Vitruve aura craint que quelque ignorant, trompé par la largeur des meſoſtates, n'en donnât une plus grande aux tenons, au grand préjudice des péritretes; & c'eſt cette mépriſe qu'il a voulu prévenir.

2. Il décrit les meſoſtates Fig. 3. *cf*, *gh*, dont la largeur de deux diametres s'accorde avec la largeur moyenne du péritrete. Mes Editions portent *ii*, mais à faux; & il eſt manifeſte que ces caracteres doivent être changés en II. Dans les paroles *& ejus IK craſſitudo foraminis* —— la négligence du copiſte a laiſſé échaper le caractere S ⩦. L'échancrure du milieu *tu*, où la flèche, (mais comme il n'eſt pas queſtion ici de flèche, je lis *ſyrinx*,) paſſe entre les tringles du milieu, eſt d'un quart de diametre. Cela ſervoit à affermir le *ſyrinx*. Planche VII fig. 1.

3. L'armure du chapiteau eſt énoncée en ces termes. „Les quatre angles qui ſont tant aux côtés qu'au devant doivent être garnis de „bandes de fer, attachées avec des cloux de cuivre ou de fer.“ C'eſt afin que la violente tenſion des cordes ne briſe, ni le péritrete, ni les paraſtates, des catapultes: ce qui doit s'entendre également des péritretes des baliſtes.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 9. *Canaliculi, qui Græce* Σύριγξ *dicitur, longitudo foraminum XVIII. Regularum, quas nonnulli bucculas appellant, quæ dextra & ſiniſtra canalem figuntur, foraminum XVIII. altitudo foraminis unius & craſſitudo.* Σύριγξ.

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

La longeur du petit canal qui eſt appellé *Syrinx* en Grec, doit être de dix-neuf diametres. Les tringles appellées par quelques uns *buccula*, qui ſont attachées à droite & à gauche pour former le petit canal, doivent auſſi être longues de dix-neuf diametres; & il faut que leur épaiſſeur & leur largeur ſoit de la grandeur d'un diametre.

Le *Syrinx* des Catapultes conſiſtoit dans un canal, où l'on menoit une dioſtre (dont il ſera parlé plus au long dans le §. ſuivant, Pl. I. Fig. 1. *af*, *ch*) taillée dans le milieu des tringles CD, dans deux lames de fer dentelées *mn*, *kl*, qui devoient empêcher le recul de la dioſtre E, & dans le moulinet *uw* par lequel on la tiroit en bandant la Machine. C'eſt ce que témoignent ces paroles d'Héron: Η' γαρ σύριγξ, ἐν ᾗ ἐϛὶν ἡ διώϛρα καὶ τὸ χελώνιον καὶ ἡ χεὶρ ἐπὶ τῶν μὲν εὐθυτόνων σύριγξ κέκληται.

La longueur des tringles étoit = XVIII diametres; leur largeur & leur épaiſſeur = 1. Il me ſemble que les anciens ont déſigné tout le tronc de la catapulte par le nom de *canaliculus* ou petit canal, ou *ſyrinx*, puiſque Vitruve dans la ſuite fait une mention particuliere du canal du fond, qui ſervoit proprement de paſſage à la dioſtre, à moins que par le canal du fond il ne vaille mieux entendre la dioſtre même.

TEXTE DE VITRUVE.

Sucula. §. 10. *Et affiguntur regulæ duæ in quas inditur ſucula, habentes longitudinum foraminum trium, latitudinem dimidium foraminis: craſſitudo bucculæ quæ affigitur, vocitatur camillum, ſeu quemadmodum nonnulli, loculamentum ſcuriclatis cardinibus. Fixa foramini* i *altitudo foraminis S. Suculæ longitudo* ⁝⁝: *foraminum* ⁝⁝: *craſſitudo ſuculæ foraminum* 9.

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

On ajoute en cet endroit deux regles dans leſquelles eſt paſſé un moulinet long de trois diametres. L'épaiſſeur du *buccula* qui s'y attache, eſt appellée *ſcamillum* par quelques-uns, & *loculamentum* par d'autres. Ce *buccula* eſt joint par des tenons à queue d'hirondelle, longs de la grandeur d'un diametre, & larges d'un demi-diametre. La longueur du moulinet eſt de neuf diametres & de la neuvieme partie d'un diametre. Le gros rouleau eſt de neuf diametres.

Au

Au bout du Syrinx on attachoit deux tringles *qs*, *rt*, de la longueur de trois diametre & de la largeur d'un demi-diametre, entre lesquelles on attachoit le moulinet, moyennant lequel on tiroit la dioſtre par des cordes. En traitant des baliſtes, Vitruve appelle ces tringles *chelonium ad axonia;* & les Architectes donnoient à leur épaiſſeur le nom de *loculamentum ſecuriclatis cardinibus*, parce que l'on poſoit dans la cavité *a* le col du moulinet, les anciens Méchaniciens, & ſurtout Vitruve, déſignant par le nom de *loculamentum* le trou dans lequel tournoient les pivots des roues, comme qui diroit en Allemand *Zapfen-lager.* Ces *loculamenta* avoient à leur extrémité un tenon à queue d'hirondelle, *ſecuriculam*, ou *cardinem ſecuriculatum*, *c b d e*, afin que, par le moyen de ce tenon, cette piece tint plus fortement au Syrinx, qu'on tailloit de chaque côté pour recevoir ces tenons à queue d'hirondelle. Planche VII. Fig. 1. Fig. 7. Fig. 7.

Par l'épaiſſeur de la fixe à $\frac{1}{10}$, l'Auteur entend le *replum*, la *ſusbande* ou le fermant de fer, *f g h*, courbé en *g* en demi-cercle; & il déſigne cette courbure par la hauteur de la fixe $= \frac{1}{2}$. La fixe, c'eſt cette couverture, ainſi dite parce qu'elle affermit le moulinet, pour empêcher qu'il ne ſorte de ſon *loculamentum*, lorsqu'il eſt tourné.

La longueur & l'épaiſſeur du moulinet, quand même Vitruve n'en diroit rien, doivent être déterminées par la ſtructure de ſon *chélonium.* Soit donc la longueur de la partie du milieu de ce moulinet $=$ I, celle du col $= \frac{1}{4}$ celle de la tête $= \frac{1}{2}$, l'épaiſſeur moyenne $= \frac{1}{2}$, toute la longueur $=$ III. Au reſte on faiſoit tourner ce moulinet avec des barres ou leviers.

Il reſte à remarquer que l'Edition de Lyon porte *fixam* au lieu de *fixa*, & à la derniere ligne, *foraminum IX* au lieu de *foraminum* ϑ, deux leçons qui ſont manifeſtement fautives.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 11. *Epitoxidos longitudo foraminum* S $=$ —, *craſſitudo* $=$ —. *Item chelo, ſive manucla, dicitur longitudo foraminum III. & craſſitudo* S $=$ —. *Canalis fundi longitudo foraminum XVI, craſſitudo foraminis* : ⋮ : *latitudo* S $=$ —. Dioſtra.

TRA-

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

La longueur de l'*Epitoxis* eſt d'un demi-diametre & d'un huitieme, & ſon épaiſſeur d'un huitieme de diametre. Le *chelo*, qui s'appelle auſſi *manucla*, eſt long de trois diametres. Son épaiſſeur eſt d'un demi-diametre & d'un huitieme. La longueur du canal qui eſt embas, eſt de ſeize diametres. L'épaiſſeur eſt la neuvieme partie d'un diametre, & la largeur d'un demi-diametre & d'un huitieme.

Si Héron avoit gardé le ſilence, on auroit bien de la peine à deviner le ſens de cet endroit; mais, en conſultant cet auteur, il paroit que Vitruve parle de la dioſtre, c'eſt à dire, du canal, qui moyennant le moulinet étoit tiré en arriere pour bander la corde vibrante, & d'où la flèche poſée ſur l'*Epitoxis* partoit, dès qu'on lâchoit la corde, avec tant de rapidité, que, ſuivant le témoignage d'Ammien Marcellin, elle paroiſſoit étinceler. Le mot de Διάϛρα doit être dérivé ἀπὸ τῦ διιστᾶναι, parce qu'on la faiſoit paſſer par la cavité du canal du ſyrinx; c'eſt pourquoi l'Auteur Latin l'appelle *le canal du fond*, c'eſt à dire, poſé au fond du ſyrinx, ayant pour longueur XVI diametres, & pour épaiſſeur un. La largeur eſt exprimée dans Vitruve par la meſure S⚌—, mais diverſes raiſons m'ont engagé à la pouſſer juſqu'à un diametre. Au milieu de la dioſtre étoit ſon *epitoxis*, de la même longueur que la dioſtre, & qui portoit le dard. Les propres termes du texte prouvent qu'il faut y faire ici une correction. Il y a: *Epitoxidos longitudo foraminum* S⚌—, caractere qui ne quadre point avec le mot de *foraminum* au plurier. Je lui accorde une largeur ⚌ $\frac{1}{4}$, ce qui fournit en même tems l'épaiſſeur du dard que tous les Auteurs ont négligé d'évaluer.

Planche VII. Fig. 4. Outre l'*epitoxis*, la dioſtre avoit auſſi le *chelo*, ou la *manucla*, en Grec χεὶρ. C'eſt ici que j'ai les plus grandes obligations à Héron, qui a décrit cette *manucla* avec une fidélité & une netteté qui ne laiſſent rien à déſirer. Je vais donner la traduction de ſes propres termes, en conſervant les lettres caractériſtiques indiquées Fig. 4. Voici donc comment cet excellent Artiſte dépeint la *manucla*.

„A'

„A la ſurface ſupérieure de la dioſtre ſont attachées deux for-
„tes lames de fer droites $\alpha\beta$; qui tiennent enſemble par embas γ, &
„entre leſquelles il y a peu de diſtance. Qu'on place dans l'intervalle
„qui les ſépare le doit de fer γ, recourbé en deſſous à l'endroit λ.
„Que ce doit à l'extrémité ſoit fendu en deux pointes, ſemblables à
„celles qu'on nomme ſcondyles, & qu'entre les becs il n'y ait d'inter-
„valle qu'autant qu'il en faut pour recevoir l'épaiſſeur du dard.
„Qu'on faſſe paſſer par les trous tant des lames que du doit, un petit
„clou rond au milieu. Voilà pourquoi le doit ſusdit $\nu\xi o$ doit être
„fendu afin qu'on puiſſe faire paſſer le petit clou μ. Enfin que, ſous
„la partie ξo, on place la détente de fer $\pi\varrho$, mobile autour du Fig. 1.
„petit clou π, fixé dans la regle ſupérieure (de la dioſtre). Quand
„donc la détente $\pi\varrho$ aura été placée au deſſous du doit, elle le
„tient tellement en arrêt qu'il ne peut plus tourner en-haut. Ainſi,
„en ſaiſiſſant l'extrémité ϱ, qu'on retire la détente $\pi\varrho$, alors le cro-
„chet $\nu\xi$ tournera en-haut."

Un peu plus bas, Héron ſe ſert des termes de l'art pour déſigner chacune de ces pieces, appellant le doit $\nu\xi o$, $\tau\grave{\eta}\nu\ \chi\varepsilon\iota\varrho\alpha$; les lames $\alpha\beta$, $\kappa\alpha\tau\acute{o}\chi o\varsigma$; & la petite regle $\pi\varrho$, $\sigma\chi\alpha\varsigma\eta\rho\acute{\iota}\alpha\nu$. En voilà aſſez ſur la *manucle*, longue de trois diametres, large & épaiſſe de $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$. Vous en trouverez le deſſein Fig. 1. au bout de la dioſtre.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 12. *Columella eſt baſis in ſolo foraminum VIII. latitudo in plinthide, in qua ſtatuitur columella foraminis* S⚌—, *craſſitudo Fz. Columellæ longitudo ad cardinem foraminum XII* ⁝⁝⁝ *latitudo foraminis* S⚌— *craſſitudo i* ℨ. *Ejus capreoli tres, quorum longitudo foraminum VIIII, latitudo dimidium foraminis* ⁝⁝⁝ *craſſitudo z cardinis longitudinis* ⁝⁝⁝. *Columellæ capitis longitudo ISK. Antefixa latitudo foraminis a S* ⁝⁝⁝ *craſſitudo i.* Columna anterior.

La petite colonne avec ſa baſe qui eſt près de terre, a huit diametres, & à la droite du plinthe qui eſt ſur la petite colonne, elle a un demi-diametre & un huitieme; l'épaiſſeur eſt d'un douzieme & d'un huitieme de diametre. La longueur de la petite colomne juſqu'au tenon a douze neuviemes de diametre; la largeur eſt d'un demi-diametre & d'un huitieme. L'épaiſſeur eſt du tiers de cette largeur: les trois liens de la petite colomne ont de longueur neuf diametres, de largeur un demi-diametre & un neuvieme, & d'épaiſſeur un huitieme. Le tenon eſt long de la neuvieme partie d'un diametre. La longueur de la tête de la petite colonne eſt d'un diametre & demi, & d'un quart de diametre. La largeur de la piece de bois qui eſt plantée devant, eſt d'un diametre & demi & de la neuvieme partie d'un diametre en y joignant un neuvieme de neuvieme: l'épaiſſeur eſt d'un diametre.

Dans l'Edition de Lyon, après les paroles de la derniere ligne *foraminis a* S : : : on a mal à propos ajouté le caractere ϑ; & dans l'Edition de Veniſe le *i* qui ſuit le dernier mot *craſſitudo* eſt chargé avec beaucoup moins de raiſon encore en *id eſt*.

Vitruve employe ces termes mal arrangés pour donner une deſcription bien complette du ſupport antérieur, qui porte le chapiteau de la catapulte. Nous ſommes appellés à rétablir l'ordre dans cette confuſion, & à répandre du jour au milieu de ces obſcurités.

Pl. VIII. Fig. 1. Il décrit 1. la baſe. Ces mots *columella & baſis in ſolo* ont exiſté, ſi je ne me trompe, dans l'original, de la maniere ſuivante: *Columellæ baſis in ſolo*, &c. Soit en conſéquence la baſe *ab* = VIII diametres quant à la longueur: & la piece de bois plantée devant *cd* = IIII. (nombre que l'auteur a ſupprimé.) Que ces trois pieds ſoyent en largeur = $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, en épaiſſeur *ii*ϑ, peut-être *vv*ϑ, car la *duella* avec le *ſicilicus* ne ſuffiſent pas ici, & ne donnent pas aſſez de ſoutien

tién à ces bois. Toute perſonne entendue jugera bien par elle-même de l'épaiſſeur qu'il faut donner à cette baſe.

2. Les trois liens *e*, *f*, *g*, qui tiennent à la baſe, & qui s'appuyent au montant ou à l'arbre. Les Allemands appellent ces liens *ſtreben*. La longueur aſſignée ici eſt = VIII, la largeur = $\frac{1}{4}$, l'épaiſſeur = $\frac{1}{96}$ d'once, ou = à un cerax, ce qui eſt de toute fauſſeté: & ainſi chacun peut ſe déterminer ici à ſon gré.

3. Le montant ou l'arbre même, dont la longueur *ch* juſqu'à la tête = XII. Je ne ſçai pourquoi l'épaiſſeur de cette piece doit différer de ſa largeur: ôtons cette différence, & ſuppoſons un arbre rond, ou quarré, dont le diametre s'accorde avec la largeur de la baſe = $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$, c'eſt à dire = S$\mathfrak{Z}$, ou, ſi vous l'aimez mieux = F.

4. La tête du montant ne pourra être autre choſe qu'une ſorte de chelonium, qui ſoutient la catapulte, & qui permet qu'on tourne la machine, pour lui donner la direction néceſſaire. La Fig. 1. montre la ſtructure de cette tête.

hk eſt la longueur de la tête = I + $\frac{1}{2}$,

m le clou paſſé par les côtés de la tête, & en même tems par le chelonium au péritrete inférieur; au moyen duquel clou la catapulte pouvoit être élevée.

hn le tenon = $\frac{1}{4}$ auquel répond le trou fait avec une vriliere dans le tronc, pour aider le mouvement horizontal.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 13. *Poſterior minor columna, quæ Græce dicitur* ἀντίβαξις *foraminum octo, latitudo foraminis* Si, *craſſitudinis* F s. *Subjectio foraminum XII. latitudinis & craſſitudinis ejusdem, cujus minor columna illa. Supra minorem columnam chelonium, ſive pulvinus dicitur foraminum* S : ⁝ : *altitudinis* II S : ⁝ : *latitudinis* SI =—. *Carchesi ſucularum foraminum* IISI : ⁝ : *craſſitudo foraminis* SII : ⁝ : *latitudo* I S. *Transverſariis cum cardinibus longitudo foraminum* X : ⁝ : *latitudo* IS : ⁝ : *decem & craſſitudo. Brachii longitudo* IS *foraminum VII.* *Columna poſterior.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

La plus petite colomne qui eſt derriere, & qui eſt appellée en Grec *Antibaſis*, a huit diametres: ſa largeur eſt d'un diametre & demi, ſon épaiſſeur d'un douzieme & d'un huitieme de diametre. Le chevalet a douze diametres de largeur; ſon épaiſſeur eſt égale à la groſſeur de la plus petite colomne. Le *Chelonium* ou oreiller qui eſt au deſſus de la plus petite colomne, a deux diametres & demi & un neuvieme de long, & autant de haut; ſa largeur eſt d'un demi-diametre & d'une huitieme. Les mortaiſes du moulinet ont deux diametres & demi & un neuvieme. Leur profondeur eſt de deux diametres & demi & d'un neuvieme: la largeur d'un diametre & demi. Les traverſans avec les tenons ont dix diametres & un neuvieme de long, un diametre & demi & un neuvieme de large, & dix d'épais. La longueur des bras eſt de huit diametres & demi.

Ici de nouveau l'injure du tems a furieuſement défiguré le Texte de Vitruve, en ſorte que presque toutes les phraſes de ce paſſage ſont tranſpoſées & altérées. Commençons par les raſſembler; mettons-les enſuite chacune à ſa place, & finiſſons par rétablir le tout dans ſa parfaite intégrité. Il eſt queſtion de l'*antibaſe*, & du pied ſur lequel repoſoit le montant du ſecond ſupport, qui étoit plus petit que celui qui portoit la tête de la machine.

Le but que les Artiſtes s'étoient propoſé dans l'érection de cette piece, ne pouvoit être que de donner un ſupport au ſyrinx, & de placer ce qu'on peut nommer la queue de la catapulte. Ce ſupport devoit être mobile pour mettre en état de diriger les traits vers le but; c'eſt pourquoi non ſeulement on la mettoit ſur un parquetage (en Allemand *eine Bettung*,) mais on y adaptoit des roulettes, (*carchefia*, que l'Auteur appelle, je ne ſçai pourquoi *carchebos*,) dont on ſe ſervoit pour mener tout doucement la machine à droite ou à gauche: à quoi l'on ajoutoit auſſi l'oreiller garni d'un long tenon qu'on introduiſoit dans la colomne percée en longueur, & on affermiſſoit le

tout

tout au moyen d'une vis, qui faiſoit monter ou deſcendre le ſyrinx, ſuivant que l'exigeoit la ſituation du but. Après ces obſervations préliminaires, voici les détails même d'une maniere exacte.

La longueur du montant *ab* étoit = VIII diametres, la largeur = $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$ l'épaiſſeur = $\frac{2}{3} + \frac{1}{7}$. Je ne balancerois pas à faire la largeur égale à l'épaiſſeur, ſavoir = $\frac{2}{3} + \frac{1}{7}$. Pl. VIII. Fig. 2.

Le chelonium *cd*, ou l'oreiller, repoſoit ſur le montant; & ſoit ſa longueur = II $\frac{1}{2}$.

ſa hauteur = $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$,

ſa largeur = $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$.

Notre Auteur a entierement oublié la baſe, ou plutôt il l'a laiſſée au bon plaiſir de l'ouvrier. Pour moi je conſeillerois de lui donner quatre pieds, dont chacun auroit la longueur de trois ou tout au plus de quatre diametres.

Le parquet *efgh* étoit une table quarrée, ayant en longueur & en largeur XII. diametres, dont l'épaiſſeur dépendoit de celle des poutres & des planches poſées ſur les ſolives. Vitruve donne à l'épaiſſeur I $\frac{1}{2}$ diametre, quoique la moitié de cette meſure ſuffiſe abondamment. Quand toutes les autres déterminations manqueroient, un habile Méchanicien ſeroit toujours en état, la longueur, la largeur & l'épaiſſeur du parquet étant données, d'arranger un plancher convenable ſous la catapulte. Mais Vitruve, à force de vouloir rendre claire une choſe qui l'étoit aſſez par elle-même, a tout enveloppé dans les plus épaiſſes ténebres.

Si l'on ſuit ſes ordres, le parquet doit avoir XII diametres, & ſe conſtruire au moyen de poutres latérales, ſur leſquelles on en plaçoit de transverſales avec des tenons à queues d'hirondelle. Il eſt donc néceſſaire que ces pieces réunies ayent la longueur de XII diametres. Or celle des pieces de traverſe, les tenons en étant exceptés, étoit = X. Il ne faut donc pas lire: *Transverſariis cum cardinibus*, mais *ſive cardinibus*. Le mot *decem*, dans l'endroit où il eſt placé, paroit vuide de

ſens. Ceux-ci: *longitudo brachii* IS *foraminum VII.* indiquent qu'il s'eſt gliſſé une extreme confuſion dans les meſures.

Je penſe qu'ici le Copiſte aſſoupi, ou fatigué par un trop long travail, a jetté les mots au hazard ſur le papier, tels qu'ils ſe préſentoient à ſes yeux appeſantis. Mais pourquoi perdre plus de tems à débrouiller ce galimathias? Le Lecteur ſera ſans doute plus ſatisfait, ſi je lui préſente les détails précédens réunis ſous un même point de vue, en plaçant vis à vis l'un de l'autre le Texte altéré, & le Texte corrigé, afin qu'il en juge par lui-même.

TEXTE CORRUPU.

Poſterior minor columna quæ Græce dicitur ἀντίβασις, foraminum octo; latitudo foraminis S.I. *craſſitudinis* F s. *Subjectio foraminum XII latitudinis & craſſitudinis ejusdem, cujus minor columna illa. Supra minorem columnam chelonium ſive pulvinus dicitur, foraminum* II S : : : *altitudinis II.* S : : : *latitudinis* S. I: — *Carchebi ſucularum foraminum II.* S I : : : *craſſitudo foraminis* S II : : : : *latitudo* I S : : : *Transverſariis cum cardinibus longitudo foraminum* X : : : *latitudo* I S : : : *decem & craſſitudo. Brachii longitudo* I S *foraminum VII. &c.*

TEXTE RÉTABLI.

Poſterior minor columna, quæ Græcè dicitur ἀντίβασις, foraminum octo (longitudine) latitudine foraminis S I, craſſitudine F s. Supra minorem columnam chelonium, ſive pulvinus dicitur foraminum II S. (longitudinis) altitudinis S, latitudinis S : —. Subjectio cujus minor columna illa latitudinis & craſſitudinis (ſeu potius longitudinis) ejusdem foraminum, ſcilicet XII. Tranſverſariorum (ſubjectionis) exceptis cardinibus longitudo foraminum decem, latitudo & craſſitudo I S. Carcheſiis ſucularum foraminum II S I (longitudo) craſſitudo foraminis S i i, latitudo I S. Brachii longitudo foraminum VII. &c.

Reſtent les *carcheſia* fixés au parquet, que l'Edition de Lyon appelle *carchebi*, & celle de Veniſe *tracheli*. Si je ne me trompe, Vitruve veut que de chaque côté il y ait un petit moulinet, dont les

ſup-

ſupports ayent en longueur II S diametres, en épaiſſeur S:: & en largeur I S.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 14. *Brachii longitudo foraminum VII craſſitudo ab radice foraminis* F z, *in ſummo foraminis iiz, curvaturæ foraminum octo.* *Brachium.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

La longueur du bras eſt de huit diametres & demi, leur épaiſſeur vers le bas eſt d'une douzieme partie de diametre & d'une huitieme. Leur courbure eſt de huit diametres.

Le bras, tant des catapultes que des baliſtes, conſiſtoit en trois parties, ſavoir, 1. l'entaille ſur laquelle on jettoit la corde vibrante, 2. le col $\sigma\tau$ qu'on faiſoit entrer dans les cordes; & la *pterna w*, qui repoſoit ſur une entaille des poteaux du milieu faite à cette fin. Par la courbure, Vitruve ne peut entendre autre choſe que la ligne $\Phi\chi$ qui détermine l'inclinaiſon du bras tendu, Pl. VII. Fig. 1. Planche IX. Fig. 10.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 15. *Hæc iis* (au lieu de *iis*, il faut lire *variis*,) *proportionibus, aut adjectionibus, aut detractionibus, comparantur. Nam, ſi capitula altiora quam erit latitudo, facta fuerint, quæ anatona dicuntur, de brachiis demetur, ut quo mollior eſt tonus propter altitudinem capituli, brachii brevitas faciet plagam vehementiorem. Si minus altum capitulum fuerit, quod catatonum dicitur, propter vehementiam, brachia paullo longiora conſtituentur, uti facile ducantur. Namque, quemadmodum vectis, quum eſt longitudine pedum quatuor, quod onus a quinque hominibus extollitur, is, ſi eſt pedum octo, a duobus, elevatur; eodem modo brachia, quo longiora ſunt, mollius, quo breviora, durius ducuntur.* *Epilogus.*

TRADUCTION DE M. PERRAUT.

Il faut ainſi proportionner ces bras, & faire en ſorte que, ſi le chapiteau eſt plus haut que la longueur des bras ne requiert,

quiert, ce qui le fait appeller *Anatonum*, on les accourciſſe, afin que cette élévation ou hauteur du chapiteau, qui eſt cauſe que les bras ſont moins tendus, étant recompenſée par l'accourciſſement des bras, la machine puiſſe frapper avec aſſez de force; & au contraire, ſi le chapiteau eſt moins hauſſé, ce qui le fait appeller *Catatonum*, les bras doivent être plus tendus; c'eſt pourquoi on les allonge, afin qu'ils puiſſent être courbés aiſément juſqu'où il faut. Car, de même qu'un levier qui, étant de quatre pieds, eſt ſuffiſant pour faire que quatre hommes puiſſent remuer un fardeau, fera que le même fardeau, ſera remué par deux, s'il eſt long de huit pieds, ainſi, plus les bras de la catapulte ſeront longs, & plus il y aura de facilité à les bander, de même qu'il y aura plus de difficulté, plus ils ſeront courts.

Les dernieres paroles: *eodem modo brachia, quo longiora ſunt, mollius*, manquent entierement dans l'Edition du Veniſe.

Au reſte, l'Auteur, en ajoutant ce corollaire à ſa tractation, montre comment, lorsque les cordes péchent par l'excès ou le défaut de longueur, on peut y remédier en allongeant ou en accourciſſant les bras. Il appelle les chapiteaux dont les cordes ont trop de longueur, *anatona*, c'eſt à dire, trop étendus, & par là même foibles rélativement aux cordes: ceux dont les cordes ſe trouvent plus courtes qu'il ne faut, ſont dits *catatona*, ou trop reſſerrés, parce que les cordes oppoſant une trop grande réſiſtance à l'action des bras ſont dans un extreme danger de ſe rompre. En finiſſant il éclaircit ce probleme d'une maniere aſſez ſuperficielle par l'exemple du levier. Comme il n'y a point d'apprentif en Méchanique à qui cette doctrine ne ſoit parfaitement connue, je la paſſe ſous ſilence; & je viens à l'examen de la Baliſte.

TEX-

TEXTE DE VITRUVE.

SECTIO XVI.

De Baliſtis.

§. 16. *Catapultarum rationes, ex quibus membris & proportionibus comparantur, dixi. Baliſtarum autem rationes variæ ſunt & differentes, unius effectus cauſſa comparatæ.* Nomen

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

CHAPITRE XVI.

Des Balliſtes.

J'ai traité des parties dont la Catapulte eſt compoſée & de leurs proportions. Pour ce qui eſt des Balliſtes, elles ſe font de diverſes manieres, qui ne ſont toutefois que pour un même effet.

La machine monſtrueuſe dite *Baliſte*, étoit appellée par les Grecs παλίντονον (voy. §. 5.) parce que ſes bras n'étoient pas tendus au moyen d'une corde unique, comme les εὐθυτόνα, mais qu'on les bandoit avec deux cordes qui alloient d'un bras à l'autre en forme de ceinture. Baldus a la vérité, dans ſes Scholies, ſur la *Belopoïque* de Héron, croit que les παλίντονα avoient quelque reſſemblance avec les arcs des Turcs, que l'on tend à rebours; ou bien qu'on les nommoit ainſi parce que la zone qui frappoit le coup, avoit une anſe attachée au milieu pour y inſérer le dart. Mais, ni la baliſte n'avoit aucune reſſemblance avec l'arc des Turcs, ni l'anſe de la zone ne peut ſervir de rien à cette étymologie, comme il eſt aiſé de le comprendre.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 17. *Aliæ enim vectibus & ſuculis, nonnullæ polyſpaſtis, aliæ ergatis, quædam etiam tympanorum torquentur rationibus.* Diſcrimen ratione magnitudinis

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Il y en a que l'on bande avec des moulinets & des leviers, d'autres avec des mouffles, d'autres avec des vindas, & d'autres avec des roues à dents.

C'étoient les plus petites pour lesquelles on pouvoit ſe ſervir de leviers & de moulinets, les moyennes exigeoient déja des mouffles & des vindas; les plus grandes enfin qui vomiſſoient des pierres du poids de dix talens, tendoient les bras avec une telle roideur qu'aucune force humaine n'étoit ſuffiſante pour attirer la corde par la dioſtre, & alors on avoit recours aux roues. Plutarque rapporte d'Archimede que, dans le fameux ſiege de Syracuſe, il lança des pierres peſant dix talens: & pour ne pas en alleguer d'autres exemples, Julien l'Apoſtat s'eſt ſervi d'une baliſte, dont la pierre renverſoit d'un ſeul coup une tour entiere des aſſiégés. Cependant les Anciens plaçoient autour d'une ville plus de catapultes que de baliſtes. Philippe, ſuivant le témoignage de Polybe, ſe ſervit au ſiege de Thebes de CL catapultes & de XXV baliſtes. Tite foudroya Jeruſalem avec CCC catapultes & XL baliſtes. Cela fait aſſez voir, combien ces machines étoient funeſtes aux Villes, ſurtout quand on lit qu'elles lançoient non ſeulement des traits & des pierres, mais des feux grégeois, des globes enflammés, des cadavres d'hommes & des chevaux, qui, partant des baliſtes, ſembloient tomber du ciel au milieu des villes.

TEXTE DE VITRUVE.

Modulus. §. 18. *Sed tamen nulla baliſta perficitur, niſi ad præpoſitam magnitudinem ponderis ſaxi, quod id organum mittere debet. Igitur de ratione earum non eſt omnibus expeditum, niſi qui arithmeticis rationibus numeros & multiplicationes habent notas.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Mais la grandeur de toutes doit être proportionnée à la peſanteur de la pierre qu'elles jettent: & il eſt pas aiſé de concevoir

cevoir quelles ſont ces proportions, ſi l'on n'eſt bien verſé dans l'Arithmétique, & principalement dans la multiplication.

Ce ſeul endroit prouve plus clair que le jour que les Anciens déterminoient les proportions des baliſtes, comme on fait aujourdhui celle des pieces d'artillerie, par le diametre des boulets, ou pierres qui en tenoient lieu; en ſorte que la *Bélopée* des anciens eſt la mere de l'artillerie moderne. Les calculs d'Arithmétique & les multiplications ont principalement pour objet de trouver le diametre des boulets, travail qu'on exécute par l'extraction de la racine cubique. Si l'on ſouhaite de ſavoir comment les Grecs s'y prenoient, il n'y a qu'à tirer de Philon *), le Paſſage ſuivant où cet Auteur découvre le ſecret de l'art: Τὸ τῦ λίθυ βάρος, ἐᾶν δέῃ τὸ ὄργανον συςήσασθαι, εἰς μονάδας ἀγαγεῖν, καὶ τῦ συναχθέντος πλήθυς ἐκ τῶν μονάδων ἡ πλευρά. Τοσῦτον ὐαντύλιον τὴν τοῦ τρήματος διάμετρον ποιεῖν, προσθέντας καὶ τὸ δέκατον μέρος τῆς ἐυρεθείσης πλευρᾶς. Ἐαν δὲ μὴ ἔχῃ ῥητὴν τὴν πλευραν τὸ βάρος, ὡς ἐγγιςα λαμβάνειν. Καὶ ἐαν μὴ ὑπεράγῃ τὸ δέκατον μέρος, ἐλασσον πειρᾶσθαι τὸ ὡς ἔγγιςα τῷ κατὰ λόγον. Ἐὰν δὲ πρόσλειπῃ, προσθέντα τὸ δέκατον προσαναπληροῦν.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 19. *Namque ſiant in capitibus foramina, per quorum ſpatia contenduntur, capillo maxime muliebri vel nervo funes, qui magnitudine ponderis lapidis quem debet ea baliſta mittere, ex ratione gravitatis proportione ſumuntur, quemadmodum catapultis de longitudinibus ſagittarum.*

Diametre des trous dans les chapiteaux.

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

On fait au chapiteau de la baliſte des trous par où l'on paſſe des cables faits de cheveux de femme, ou de boyau; ces cables doivent être gros à proportion de la peſanteur de la pier-

*) Βελοποιϊκῶν λογ. Δ.

re que la baliſte jette, de même que, dans les catapultes, les proportions ſe prennent de la grandeur des javelots.

Comme la neuvieme partie de la longueur de la flêche ſervoit de calibre aux catapultes; de même le diametre du boulet de pierre déterminoit le trou par lequel on tendoit les cordes, & toutes les autres proportions des baliſtes. On ſe ſervoit principalement pour faire les cordes de cheveux de femme. Lorsque les Romains aſſiegerent Carthage, toutes les Carthaginoiſes dépouillerent leurs têtes pour cet uſage. Héron dit auſſi qu'on employoit la peau qui couvre les épaules de toutes les eſpeces d'animaux, à l'exception des porcs; mais, quand on pouvoit avoir les nerfs des pieds de cerf, ou des cols de taureaux, on ſe paſſoit volontiers de toute autre matiere. On faiſoit de grandes proviſions de ces cordes, & on les conſervoit dans un vaiſſeau rempli d'huile.

TEXTE DE VITRUVE.

Collatio ponderum Græcorum cum modulo Romanorum.

§. 20. *Itaque, ut etiam ii qui Geometriæ Arithmeticæque rationes non noverint, habeant expeditum, ne in periculo bellico cogitationibus detineantur, quæ ipſe faciendo certa cognovi, quæque ex parte accepi a præceptoribus, finita exponam, & quibus rebus Græcorum penſiones ad modulos habeant rationem ad eam, ut etiam noſtratis ponderibus reſpondeant, tantum explicita.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Or, afin que ceux qui ne ſavent pas les regles de la Géométrie & de l'Arithmétique ſe puiſſent inſtruire de ces choſes, & que dans les périls de la Guerre ils ne ſoyent pas en peine de s'en embarraſſer l'eſprit; je veux mettre ici par écrit ce que j'en ai appris, tant de mes Maîtres que par ma propre expérience; à quoi j'ajouterai le calcul que j'ai fait pour réduire à nos poids ceux qui ſont en uſage parmi les Grecs.

Il ſeroit bien à ſouhaiter que l'Auteur eût dégagé ſa promeſſe avec plus de ſuccès. J'ignore par quel Maître Grec il avoit été inſtruit:

inſtruit : ce n'eſt pas au moins par Philon, dont il s'éloigne extraordinairement. Il ſera pourtant à propos d'examiner ces proportions des meſures & des poids des Grecs avec les poids & les meſures des Romains, afin d'être mieux en état de porter un jugement ſur les calculs de Philon & de Vitruve.

Il n'y a ſans contredit point d'Ecrivain qui ait pris plus de peine pour vérifier & comparer les meſures des anciens que George Agricola, dans ſon traité des meſures & des poids, dont Guillaume Philander a donné un abrégé. Je crois qu'il eſt non ſeulement convenable, mais même néceſſaire, de s'en rapporter à lui. Or voici comment il détermine les proportions ſuivantes.

1. La livre Romaine eſt de douze onces, dont ſeize font notre livre d'Allemagne.
2. La mine attique, dont 80 font un grand talent & 60 un petit, avoit 100 dragmes.
3. Le talent de 80 mines étoit égal à 83 livres & 4 onces. Donc la livre étoit d'une $\frac{1}{83}$ once plus legere que la mine attique.
4. Les anciens Grecs auſſi bien que les Romains diviſoient le pied en 16 pouces; mais le pied Romain étoit plus court que l'Attique d'une *ſiuuncia*, c'eſt à dire, de $\frac{5}{6}$ de pouce.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 21. *Nam quæ baliſta dua pondo ſaxum mittere debet, foramen erit in cjus capitulo digitorum V; ſi pondo quatuor, digitorum VI; ſi octo, digitorum VII ⁝ ⁝ ⁝ decem pondo digitorum VIII ⁝ ⁝ ⁝ viginti pondo, digitorum X ⁝ ⁝ ⁝ quadraginta pondo, digitorum XII S. K. ſexaginta pondo, digitorum XIII & digiti octava parte: octoginta pondo, digitorum XV ⁝ ⁝ ⁝ centum viginti pondo pedis I. S. & ſeſqui digiti ⁝ ⁝ ⁝ centum & ſexaginta pondo pedum* 11 *& digitorum V: ducenta pondo pedum II & digitorum VI: ducenta decem pondo, pedum* 11 *& digitorum VII ⁝ ⁝ ⁝ CCL pondo: XI. S.* (peut-être que le chiffre eſt fautif ici, & qu'il faut plutôt mettre *pedum* II. S.) *Determinatur longitudo moduli.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

La Baliſte qui jette une pierre de deux livres, doit avoir le trou de ſon chapiteau de la largeur de cinq doits: ſi la pierre eſt de quatre livres, il doit être de ſix à ſept doits; ſi elle eſt de dix livres, il ſera de huit doits; ſi elle eſt de vint livres, il ſera de dix doits; ſi elle eſt de quarante livres, il ſera de douze doits & trois quarts. Si elle eſt de ſoixante livres, il ſera de treize doits & d'une huitieme partie; ſi elle eſt de quatre-vint livres, il ſera de quinze doits; ſi elle eſt de ſix-vint livres, il ſera d'un pied & demi & d'un demi doit; ſi elle eſt de cent ſoixante livres, il ſera de deux pieds; ſi elle eſt de cent quatre-vint livres, il ſera de deux pieds & cinq doits; ſi elle eſt de deux cens livres, il ſera de deux pieds & ſix doits; ſi elle eſt de deux cens dix livres, il ſera de deux pieds & ſept doits. Si elle eſt de deux cent cinquante livres, il ſera de deux pieds & onze doits & demi.

Ce ſeroit perdre ſes peines que de vouloir concilier ces meſures, ou entr'elles, ou avec celles de Philon. L'un & l'autre de ces Auteurs fourmillent de fautes, & font manifeſtement voir qu'ils n'avoient pas appris l'extraction de la Racine cubique. La Table ſuivante en fera foi. La premiere & la ſeconde colonne rapportent les proportions de Vitruve, la troiſieme offre les véritables, & la quatrieme exprime celle de Philon.

TABLE.

TABLE.

Vitruve					*Philon*	
Poids	Diametre ſuivant le pied Romain.		Vraye proportion.		Mines	Diametre ſuivant le pied attique.
	pieds	pouces	pieds	pouces		pieds pouces
II	—	5	—	5	—	— —
IIII	—	6	—	$6\frac{2}{10}$	—	— —
VIII	—	7	—	$7\frac{1}{10}$	—	— —
X	—	8	—	$8\frac{5}{10}$	X	— 11
XX	—	10	—	$10\frac{7}{10}$	XV	— $12\frac{3}{4}$
—	—	—	—	—	XX	— $14\frac{3}{4}$
—	—	—	—	—	XXX	— $15\frac{1}{4}$
XXXX	—	$12\frac{1}{2}$	—	$13\frac{5}{10}$	—	— —
—	—	—	—	—	L	— $19\frac{3}{4}$
LX	—	13	—	$15\frac{5}{10}$	LX, ou un talent	— 21
LXXX	—	15	1,	$\frac{1}{10}$	—	— —
CXX	1,	$1\frac{1}{2}$	1,	$3\frac{5}{10}$	—	— —
CLX	2,	—	1,	$5\frac{5}{10}$	II Talent	1, 9
CLXXX	2,	5	1,	$6\frac{4}{10}$	III Talent	1, 11
CC	2,	6	1,	$7\frac{2}{10}$	—	— —
CCX	2,	7	1,	$7\frac{9}{10}$	—	— —
CCL	2,	8	1,	9	—	— —

Quatre livres Romaines peſent autant que trois livres d'Allemagne. Ainſi, prenez un boulet de pierre de trois livres d'Allemagne, & diviſez ſon diametre en $6\frac{2}{10}$; vous aurez la longueur de $6\frac{2}{10}$ pouces du pied Romain, dont ſeize font un pied entier. On peut outre cela inférer de là que le pied Romain étoit de $\frac{2}{10}$ de pouce plus court que le pied de Nuremberg, & qu'il étoit égal à celui de Magdebourg.

Mais revenons à notre ſujet. Je ne ſaurois aſſez m'étonner que ces illuſtres Architectes, dont l'un déclare qu'il propoſe ce dont l'ex-

l'expérience l'a inſtruit d'une maniere certaine, & l'autre aſpire avec tant d'ardeur dans ſon ouvrage au titre de réformateur de l'art baliſtique, ayent erré groſſierement dans la premiere notion qui doit ſervir de fondement à tout le reſte. A préſent on demandera ce que nous avons à faire; s'il faut s'en rapporter à ces guides infideles, ou chercher à ſe frayer quelque nouvelle route au moyen de l'Artillerie moderne? Avant que de rien ſtatuer de poſitif, je rechercherai la vraye proportion du diametre du trou à la maſſe du boulet, en recourant à des principes geométriques.

Comme l'Art de la Guerre exige que les traits mortels frappent l'ennemi d'auſſi loin qu'il eſt poſſible; donnons à tous les boulets lancés par les baliſtes une viteſſe égale, en ſorte qu'après la décharge ils aillent tomber au pied du même but. On demande quel doit être le volume des cordes pour l'exécution de ce jet?

Perſonne n'ignore que l'*impetus* eſt le produit du quarré de la viteſſe par la maſſe; & qu'avec la même viteſſe, l'*impetus* de différens corps eſt en raiſon directe de la maſſe de chacun d'eux. Poſons la maſſe du boulet $=$ M, celle du plus petit $=$ m. Que la viteſſe de chacun ſoit $=$ C, le diametre du plus grand $=$ D, du plus petit $=$ d, l'*impetus* du premier $=$ I, du ſecond $=$ i.

Cela fait, $\overline{MC^2 : mC^2 = I : i}$

$\overline{M : m = I : i}$, mais auſſi $M : m = D^3 : d^3$,

De là $\overline{I : i = D^3 : d^3}$.

Donc $\overline{\sqrt[3]{I} : \sqrt[3]{i} = D : d}$.

C'eſt pourquoi le diametre du boulet doit regler celui des barillets qui environnent & contiennent le volume des cordes.

TEXTE DE VITRUVE.

l'eritreton. §. 22. *Quum ergo foraminis magnitudo fuerit inſtituta, deſcribatur ſcutula, quæ Græce περιτρητον appellatur, cujus longitudo foraminum*

minum ΠFz, *latitudo duo & ſextæ partis. Dividatur dimidium lineæ deſcriptæ, & quum diviſum erit, contrahantur extremæ partes ejus formæ ut obliquam deformationem habeant, longitudinis ſexta parte, latitudinis ubi eſt verſura, quarta parte. In qua parte autem eſt curvatura, in quibus procurrunt cacumina angulorum, & foramina convertuntur, & contractura latitudinis, redeant introrſus ſexta parte. Foramen autem oblongius ſit tanto quantam epizygis habet craſſitudinem. Quum deformatum fuerit, circumcidatur* (on lit auſſi *circumdividatur*,) *extremam ut habeat curvaturam molliter circumactam. Craſſitudo ejus foraminis* ST. (peut-être qu'il faut lire S3.)

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Après avoir réglé la grandeur de ce trou, qui eſt appelé en Grec *peritretos*, il faut chercher les proportions du *gros rouleau*. Sa longueur doit être de deux diametres du trou avec une douzieme & une huitieme partie de ce diametre; ſa largeur, de deux diametres & un ſixieme; mais il faut diviſer la moitié de la ligne qui a été décrite, & après cela reſſerrer ſon extrémité en telle ſorte qu'étant tournée obliquement, elle ait de longueur une ſixieme partie, & un quart de largeur vers l'endroit où elle commence à tourner, & un ſixieme à l'endroit où eſt la plus grande courbure, qui eſt où les points des angles ſe rencontrent, & les trous & le rétréciſſement de la largeur tendent. Ce trou doit être un peu plus long que large, & proportionné à l'épaiſſeur de l'*Epizygis:* après en avoir tracé la circonférence, il en faut polir l'extrémité en la courbant doucement. Son épaiſſeur eſt d'un diametre & un ſixieme.

On appelle *peritreton* une planche de bois avec un large trou au milieu, dans lequel on inſéroit un barillet de cuivre qui contenoit le volume des cordes. La figure que Vitruve attribue au peritrete, eſt la même que les Grecs lui donnent. Philon à la vérité, pour corriger cette piece, s'écarte un peu de l'uſage, & change le péritrete en un architrave. Mais cela n'intéreſſe pas notre ſujet.

Planche IX. Fig. 1. Soit la longueur du péritrete $ab = 11$,
ſa largeur $ac = 11\frac{3}{6}$.

Qu'on diviſe ac & bf par le milieu en d & en e, & qu'on coupe les quatre angles par une ligne comme gkh, de façon que ah ſoit un ſixieme, ag un quart, & que le ſommet k rentre depuis le point a de la longueur ak qui ſoit un ſixieme.

Son épaiſſeur $= \frac{1}{5}$. Les Grecs preſcrivent $= 1$. Je m'en rapporterois plutôt à eux, vû que le péritrete me paroit trop foible: ſon épaiſſeur eſt moindre qu'un diametre. Les péritretes des grandes baliſtes étoient revêtus de lames & de regles de fer, qui ſuffiſoient pour ſoutenir le violent effort des cordes.

Planche IX. Fig 2. L'*epizygis* étoit une piece de fer oblongue, qui ſoutenoit ſur ſon dos arrondi les cordes tendues, étant inſéré dans le creux des barillets.

Fig. 3. Suivant Philon, ſon épaiſſeur $ab = \frac{1}{5}$, & ſa largeur $ad =$ au double de l'épaiſſeur $= \frac{2}{5}$ de diametre. Le trou oblong, proportionné à l'épaiſſeur de l'épizygis, dont parle le texte, doit plutôt être entendu d'un trou dans les barillets que dans le péritrete; d'autant que le virement des barillets exige un trou rond dans le péritrete.

TEXTE DE VITRUVE.

Modiolus. §. 23. *Conſtituantur modioli foraminum* II =— *latitudo* Is ϑ ⋮⋮ *craſſitudo præterquam quod in foramine inditur foraminis* S =— *ad extremum autem latitudo foraminis* IΓ. (ou plutôt I =—.)

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Il faut que les barillets ayent onze huitiemes de diametre: leur largeur doit être d'un diametre & trois quarts: leur épaiſſeur d'un demi-diametre, ſans ce qui ſe met dans le trou; & leur largeur par l'extrémité doit être d'un diametre & un ſixieme.

Le barillet, en Grec χοινικὶς, eſt un cylindre creuſé, qui ſoutient non ſeulement les cordes par l'épizygis, mais qui ſert auſſi à les faire

faire tourner. Les barillets des baliſtes médiocres étoient de cuivre; ceux des grandes, au témoignage de Héron, d'un bois très dur, armé de toutes parts de fer; & l'on travailloit ces pieces avec beaucoup de ſoin. La longueur du barillet, ou plutôt ſa hauteur $ab = 11\frac{1}{4}$; la plûpart des Grecs ne lui donnoient que la longueur de deux diametres. La largeur, ou le diametre, qui comprend en même tems l'épaiſſeur du cuivre, $cd = 1\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ d'once. Ici le barillet prenoit une figure ſexangulaire, afin qu'on pût le tourner avec une clef de fer; mais, de peur que le barillet ainſi tourné ne reprit par l'effort des cordes ſa premiere ſituation, il faloit ajouter une roue à dents qu'un cliquet arrêtoit. Les Allemands appellent ce méchaniſme Ein Sperrad nebſt Sperr-Kegel und Sperr-Feder. Pour cette partie du barillet, qui doit entrer dans le trou du péritrete, & dont la longueur cb eſt $= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, Vitruve la décrit d'une maniere aſſez obſcure par les termes ſuivans: *Craſſitudo præterquam quod in foramine inditur.* Cette partie eſt plus mince que les autres, puiſque notre Auteur n'accorde à ſon diametre que $1\frac{1}{2}$. Héron qui l'appelle le tenon du barillet, dit: καταλείπονται ἐν τῇς κάτα πλεύρας κύκλῳ τόμμοι ὁποῖοι — πρὸς τὸ μὴ παραβαίνειν τὴν χοινικα τόπον ἐν τόπῳ.

Planche I Fig. 1. Fig. 4. Fig. 9. Fig. 3.

La partie ſupreme du barillet an, préſente de nouveau une figure ronde, dont j'ai entaillé les côtés en n & en o, pour y inſérer l'épizygis, en ajoutant les deux vis x & y, au moyen deſquels tout le ſyſteme des cordes peut être tendu avec le plus grand effort. J'en traiterai plus au long quand il ſera queſtion des *entonia*.

Planche I Fig. 5.

Enfin, je ne crois pas qu'il faille omettre qu'on doit mettre ſous le barillet, autour du trou du peritrete, un anneau de fer (ὑπόθεμα) qui avance un peu hors du plan du péritrete afin de diminuer la friction du barillet. Cette friction eſt ſi grande, que les coups les plus véhémens des bras ne ſauroient ramener par leur choc le barillet une fois tourné à ſa ſituation précédente, quoique le bariller ne ſoit pas garni d'une roue à dents. C'eſt ce dont j'ai été inſtruit dans la ſuite par l'expérience.

TEXTE DE VITRUVE.

Paraſtata. §. 24. *Paraſtatarum longitudo foraminum* V*s*Γ, *curvatura foraminis pars dimidia, craſſitudo foraminis* ii *& partis IX. Adjicitur autem ad mediam latitudinem, quantum eſt prope foramen factum in deſcriptione latitudine & craſſitudine foraminis V altitudo parte IIII.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Le poteaux auront de longueur cinq diametres & demi, & un ſeizieme; de tour, un demi-diametre; d'épaiſſeur un tiers & un neuvieme de diametre. Il faut ajouter à la moitié de leur largeur autant que l'on a fait auprès du trou, lorſque l'on en a tracé la largeur & l'épaiſſeur, ſavoir cinq diametres, & leur donner un quart de diametre de hauteur.

Chaque *hemitonium* s'étendoit ſur deux ſoutiens, dont l'un recevoit dans ſa courbure le bras, c'étoit le *paraſtata;* & dans le chelonium de l'autre repoſoit la pterna du bras: c'étoit l'*antiſtata.* Voyez le premier Fig. 6. & le ſecond Fig. 7.

Planches VII. & VIII.

Philon guidé par l'expérience donne aux cordes la longueur de neuf diametres. Tirons préſentement Vitruve en cauſe, & après avoir réuni ſes proportions en une ſomme, voyons de combien elles s'écartent de cette regle.

La longeur du paraſtate	$= V\frac{1}{8} + \frac{1}{3}$
L'épaiſſeur des deux péritretes	$= I\frac{2}{3}$
l'élevation des deux barillets au deſſus du péritrete, après avoir ſouſtrait la largeur des épizygides.	$= II\frac{1}{4}$
Total	$VIIII\frac{3}{4}$

Il a donc erré en défaut d'environ $\frac{3}{4}$.

Mais Philon ne mérite pas moins correction pour avoir violé ſa propre loi.

Selon

Selon lui

la longueur du paraſtate	$= V\frac{1}{2}$
— — des deux péritretes	$= II$
— — des deux ὑποθεμάτα	$= -\frac{1}{2}$
la hauteur des barillets	$= I\frac{1}{2}$
Total	$VIII\frac{1}{2}$

Ainſi Philon doit être auſſi redreſſé. Mais, pour l'inconvénient à craindre de la trop grande longueur des cordes, il eſt facile de le prévenir en les tendant plus fort.

L'épaiſſeur du paraſtate de Vitruve $= \frac{1}{5} + \frac{1}{9}$, celle du paraſtate de Philon $= \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{170}$. Ici l'autorité de Philon doit entierement prévaloir, le paraſtate de Vitruve me paroiſſant trop fragile.

Voici comment j'explique le paſſage ſuivant: *Adjicitur autem ad mediam latitudinem quantum eſt prope foramen factum in deſcriptione foraminis quinta, altitudo parte quarta.* Au milieu du paraſtate il y a une courbure entaillée où eſt poſé le bras: afin donc que le paraſtate ne ſoit pas trop affoibli par cette entaille, il doit y avoir derriere une boſſe qui excede la largeur du paraſtate, & cela de façon que le milieu de ce bois ſoit plus large que les extrémités qui touchent aux péritretes, de la cinquieme partie d'un diametre. Cette largeur augmentée doit aller de part & d'autre à la quatrieme partie d'un diametre, juſqu'à ce qu'inſenſiblement elle ſe réuniſſe avec le reſte du dos. Ainſi la plus grande force des paraſtates doit être au milieu vers la courbure. Planche IX. Fig. 6.

Les Grecs donnoient le nom d'*Hemitonium* au plinthe conſtruit au moyen des deux péritretes, ſoutenus & du paraſtate & de l'antiſtate. Ainſi l'on pourroit définir le *Palintonium*, ou la baliſte, une machine compoſée de deux *Hemitonia*. Les baliſtes différent par conſéquent des catapultes, qui contiennent dans un même péritrete deux volumes de cordes. Elles différent auſſi des Onagres, qui n'ont pareillement qu'un *Hemitonium*, quoiqu'ils lancent les plus groſſes pier- Planche IX. Fig 5.

res avec une force étonnante. Au reſte la figure 8 montre la lame de fer qui doit être placée entre le péritrete & les paraſtates. Le levier qui ſert à faire tourner les vis, eſt exprimé par la Figure 9.

TEXTE DE VITRUVE.

Menſa. §. 25. *Regulæ, quæ eſt in menſa, longitudo foraminum octo, latitudo & craſſitudo dimidium foraminis. Cardines* II ż : ⋮ : *craſſitudo foraminis* IϑϬ : ⋮ : *curvatura regulæ* FsK, *exterioris regulæ latitudo & craſſitudo tantundem; longitudo, quam dederit ipſa menſura deformationis & paraſtatæ latitudo & ſuam curvaturam* K; *ſuperiores autem regulæ æquales erunt inferioribus* K. *Menſæ tranſverſarii foramnis* ii ii K.

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

La regle qui eſt à la table doit avoir huit diametres de long, ſa largeur & ſon épaiſſeur doit être d'un demi-diametre, l'épaiſſeur du tenon de deux diametres & un huitieme; la courbure de la regle d'un ſeizieme & cinq quarts de ſeizieme: la largeur & l'épaiſſeur de la regle exterieure doit-être pareille. La longueur que donnera ſa courbure, avec la largeur du poteau & ſa courbure, ſera d'un quart de diametre. Mais il faudra que les regles ſupérieures ſoyent égales aux inférieures. Les travers de la table ſeront de deux tiers & un douzieme de diametre.

De quelque pénétration qu'on ſoit doué, il n'y a pas moyen de deviner le ſens de ces paroles, qui ne ſemblent pas écrites avec quelque deſſein, mais plutôt jettées au hazard. Vitruve a voulu décrire la table des Palintones, laquelle n'a ni ne ſauroit avoir lieu à l'égard des Euthytones; mais, après nous avoir conduit dans les plus ſombres antiquités, ce guide ſe dérobe, & nous laiſſe tâtonnans au milieu des ténebres. Mais ce qui me comble de joye, c'eſt que le bon & fidele Héron vient ici à notre ſecours, & nous prête ſon flambeau. Plaçons ici la deſcription de cette table, telle qu'il nous la fournit.

„Suppo-

„Suppoſez, dit-il, deux Hemitonia, rangés & placés, comme „il a été dit, ſur quelques ſolives qui ſont diſtantes l'une de l'autre un „peu moins du double de l'un des deux bras. Soient donc les péritre„tes inférieurs des Hemitonia $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\xi\eta\theta$, garnis de tenons qui en „ſortent $\kappa\lambda\mu\nu\xi o\pi\varrho$, arrêtés par quelques regles $\sigma\tau\upsilon\psi$, qui ont auſ„ſi leurs tenons. Ce qui a été dit des péritretes inferieurs, doit s'enten„dre également des péritretes ſupérieurs. De plus, les ſolives inférieures „ſont jointes enſemble par pluſieurs traverſes (*diapegmatibus*) telles que Planche X Fig. 2. „$\chi\psi\omega\varsigma$. C'eſt ſur ces traverſes mêmes qu'eſt poſée la planche, qui rem„plit exactement tout l'eſpace entre les ſolives. Tout aſſemblage de pie„ces que forment les ſolives & la planche, eſt appellé *Menſa*, la table."

L'épaiſſeur des ténebres où nous étions plongés, tire beaucoup de jour de ce précieux morceau de l'Antiquité; & nous n'aurons pas une grande peine à donner préſentement le deſſein d'une table baliſtique.

On voit d'abord les deux ſolives inférieures $\sigma\tau\upsilon\psi$ avec leurs Planche X. traverſes $\chi\psi\omega\varsigma$, qu'il faut faire un peu plus baſſes, afin que la plan- Fig. 2. che, épaiſſe d'un $\frac{1}{8}$ (ſelon Philon) & repréſentée dans la 3 Fig. entre exactement entre les ſolives. Ces traverſes ſont ſans doute ce que Vitruve appelle *transverſarii*, & fait $=$ *ii ii*. Par rapport aux ſoli- ves ſupérieures, elles reçoivent au milieu une courbure $=$ F*s*, de Fig. 1. peur que quelque pierre jettée à faux, en heurtant le haut, ne les briſe. La longueur de ces quatre ſolives doit néceſſairement être égale, tant à la table (*menſa*) qu'à la largeur des hemitonia & des paraſtates. C'eſt à cela qu'il faut rapporter les paroles du Texte: *longitudo quam dederit ipſa menſura deformationis & paraſtatæ latitudo.* Elles avoient des tenons, afin de recevoir plus ſûrement les hemitonia. Au reſte, ſi l'on doutoit que j'euſſe bien placé la courbure des regles ſupérieures, je produirois pour garant la Colomne Trajane, où, dans la tranchée defendue par les Romains, contre les Daces, ſi je ne me trompe, auſſi bien que ſur les murs que l'artiſte de la colomne repréſente aſſez bien, on voit l'image d'une baliſte, dont j'ai donné le deſſein Fig. 6. & dans laquelle les regles ſupérieures ont une courbure.

Quand

Quand je liſois & j'expliquois autrefois les Antiquités Romaines à Cloſter-bergen, j'étois toujours obligé d'avouer que j'ignorois ce que repréſentoit cette figure tout à fait ſinguliere de la Colomne Trajane. Mais, depuis que ma baliſte a pris, pour ainſi dire, d'elle-même cette forme, je n'ai conſervé aucun doute d'avoir retrouvé la vraye ſtructure de cette terrible Machine poliorcetique *).

L'uſage de la ſolive placée dans la table, eſt indiqué par la Fig. 4. *m n*, & par la Fig. 5. *n*. Cette ſolive ſe poſoit ſur la planche de la table, pour affermir les deux fuſts du milieu du *Climacis*.

Les tenons ⚌ II ne ſauroient être ceux de la ſolive menſale; & l'on ne peut même imaginer de ſuppoſition plus abſurde: mais ce ſont les chelonia attachés ſous la table, au moyen desquels la baliſte, poſée ſur ſon ſupport, étoit élevée ou inclinée, ſuivant l'exigence du cas.

TEXTE DE VITRUVE.

Climacis. §. 26. *Climaciclos ſcapi longitudo foraminum* XIII ⁝⁝⁝ *craſſitudo* III K.

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Le fuſt du *Climacis* doit être long de treize neuviemes de diametre, & épais de trois quarts.

Le mot *climaciclos* eſt une groſſiere erreur des Editeurs de Vitruve; car les Grecs appellent cette piece κλίμακις, parce que ſes fuſts, attachés enſemble par pluſieurs traverſes, repréſentoient une eſpece d'échelle: ainſi il faut lire *climacidos*, & non *climaciclos*. Le climacis étoit deſtiné, en partie à lier le canal par lequel on conduiſoit la dioſtre avec la table, en partie à ſoutenir les ſolives ſupérieures, & auſſi à affermir les péritretes, de peur que, par l'effort d'une violente attraction, les regles menſales étant courbées, les zones ne vinſſent à ſe briſer. Cette deſcription répond exactement à l'explication de Héron

*) La figure de la baliſte dans la Colomne Trajane repréſente la table (*menſam*) avec les deux hemitonia garnis d'une couverture contre les injures de l'air; on y voit de plus la dioſtre tendue, & la colomne ſoutenue de trois liens (*capreolis*).

Héron qui dit: „Au reſte le ſyrinx, auquel la dioſtre eſt attachée, A, le chelonium B, & la main C, dans les Euthytones porte à la vérité le nom de ſyrinx, mais on l'appelle climacis dans les Palintones, parce qu'il a plus de largeur, & parce qu'il a un plus grand nombre de traverſes, comme la table même.“ Planche X. Fig. 5.

J'ajouterai ici le reſte de la deſcription du climacis par Héron, ſuivant le Texte Grec; car la Verſion Latine ne me paroit pas ici en avoir aſſez bien ſaiſi le ſens.

Γίνεται γὰρ ἡ κλίμακις οὕτως. Δίαπεγμα κατασκευάζεται ἐκ τεσσάρων κανόνων συνεχῶς. La Fig. 4. AB, CD montre les deux inférieures, & Fig. 5. EF la place des deux ſupérieures. Et la choſe elle-même demande que les quatre ſolives du climacis ſoyent ainſi arrangées. En effet, après avoir ôté les deux ſupérieures, on chercheroit inutilement une place pour ſoutenir les péritretes ſupérieurs par des arcboutans, dont l'affermiſſement eſt pourtant très néceſſaire, pour ne pas parler de pluſieurs autres avantages qui en réſultent. Héron continue:

Ἐπὶ τὸ μέσον ἔχον κατὰ τὸ πλάτις ἄλλας κανονὰς πεπηγότας ἐπὶ τῶν κατὰ τὸ μῆκος κανόνων κλίμακις.

Il parle des traverſes du climacis.

Ἐπάνω γὰρ κατὰ τὸ μῆκος κανόνων, τουτέστι τῶν διαπηγμάτων, κανόνια β ἐπιτίθεται ἰσουψῆ τῇ κλιμακίδι παρὰ τὰ σκέλη αὐτῆς. Ταπεινότερα γαρ τῶν σκελῶν τῆς κλιμακίδος, ἐφ' ἃ ἡ διώρυξ κινεῖται.

Vous voyez ces deux fuſts poſés ſur les traverſes, Fig. GH & IK. On les place ainſi parce que les fuſts collatéraux ſont trop bas, pour que la dioſtre puiſſe y être conduite commodément. La pierre poſée ſur la dioſtre demande une ſituation rélativement aux bras, par laquelle la zone vibrante puiſſe la frapper diamétralement; ſituation qu'elle n'auroit pas, ſi la dioſtre n'étoit élevée au deſſus de la baſe du climacis par le moyen des fuſts intermédiaires. C'eſt pour-

quoi je penſe que les mots de la derniere période doivent être rangés de la maniere ſuivante; *σκέλη τῆς κλιμακίδος ταπεινότερα εἰσὶ τῶν σκηλῶν*, c'eſt à dire, ceux du milieu *ἐφ' ἃ ἡ διώρυξ κινεῖται, ἔχουσα τὸ πλάτος ἴσον τῷ διαπήγματι τῆς κλιμακίδος*, c'eſt à dire, que la dioſtre a une largeur égale à la diſtance des fuſts du milieu, que Philon détermine à 1 ½ de diametre. Par l'épaiſſeur du climacis = III diametres, Vitruve n'a voulu faire entendre autre choſe que la ligne *a b* Fig. 5. ou la diſtance depuis le haut de la ſurface de la dioſtre juſqu'au bas de la baſe du climacis.

TEXTE DE VITRUVE.

Crena climacidos. §. 27. *Intervallum medium latitudo foraminis ex parte quarta* ⁝⁝⁝ *craſſitudo pars octava* K.

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

L'intervalle du milieu doit être large d'un diametre & un quart, & épais d'un huitieme & un quart de huitieme.

Cet intervalle du milieu ne quadre nulle part à moins qu'on ne l'entende des rainures dans l'un & l'autre des deux fuſts, dans leſquelles gliſſoit la dioſtre moyennant les languettes (*πτερυγόματα*). On diroit en Allemand: Die Nuthe, in welcher die Falzen der Kugelrinnen laufen, bekommt zur Breite ¼, zur Tiefe ⅛.

TEXTE DE VITRUVE.

Chelon. §. 28. *Climacidos ſuperioris pars, quæ eſt proxima brachiis, quæ conjuncta eſt menſæ, tota longitudine dividitur in partes quinque: ex his dantur duæ partes ei membro, quod Græci χηλὸν vocant.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Toute la longueur de la partie du climacis ſupérieur qui eſt proche des bras, & jointe à la table, ſe doit diviſer en cinq parties, dont deux ſeront données à la partie appellée *Chelone.*

Par

Par la partie ſupérieure du climacis, qui eſt la plus voiſine des bras, & qui tient à la table, Vitruve, ſi je ne me trompe, entend la ſurface ſupérieure des fuſts du milieu, laquelle, à cauſe de ſon élevation, eſt le plus près des bras, & touche presque la corde: cette partie du climacis poſe ſur les ſolives de la table, & par conſéquent eſt liée à la table. La longueur de ces fuſts égale à celle de la dioſtre = XIII, ſeroit ſuffiſante, s'il ne faloit attacher au bout ou à la queue le chelonium où eſt renfermé le moulinet qui tire la dioſtre. Pour trouver cet allongement eſſentiel des fuſts, il faut diviſer la longueur de la dioſtre = 13 par 5, & l'on aura $2\frac{3}{5}$. Ce nombre étant doublé donne $5\frac{1}{5}$, laquelle longueur ajoutée à 13, c'eſt à dire à la longueur de la dioſtre, produit la longueur entiere des fuſts du climacis, à l'extrémité desquels on peut placer la figure de cette piece que les Grecs appellent χηλὸν, ou mieux χελώνιον. Ainſi toute la longueur du climacis ſera = $18\frac{1}{5}$ diametres. C'eſt par tous ces détours que Vitruve enſeigne une choſe que Philon met dans un jour ſuffiſant en trois mots: *longitudo climacidos eſto XVIII diametrorum.*

TEXTE DE VITRUVE.

§. 29. *Latitudo* (ſcilicet chelonii) Γ(=—), *craſſitudo* ϑ, *longitudo foraminum III & ſemis, extantia cheles foraminis* S. *Pterygomatos foraminis* ζ *& ſicilicus.* *Manucla.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Elle (*la Chelone*) ſera large d'un quart de diametre, épaiſſe d'un ſeizieme, & large de trois diametres & demi & un huitieme: les parties qui s'avancent hors du *Chelo*, auront un demi-diametre: la ſaillie du *Pterigoma* ſera de la douzieme partie d'un diametre & d'un ſicilique.

Que Vitruve change ici d'objet, & qu'au lieu de parler du chelonium ſur lequel eſt placé le moulinet, il parle de celui de la *manucla*, poſée ſur la dioſtre; c'eſt ce qui paroit non ſeulement d'une

maniere évidente par la deſcription même, mais auſſi par le texte, dans lequel, un peu plus bas, il eſt fait une mention ſéparée du chelonium du moulinet. De plus, il faut remarquer que notre Auteur rapporte ſeulement les meſures de la manucle, ou χείρ. Conférez avec ceci le §. 11.

Ainſi la largeur de la manucle eſt = $\frac{1}{3}$,
l'épaiſſeur = $\frac{1}{5}$,
la longueur = III$\frac{1}{4}$.

Toute cette piece étoit de fer. Par les mots *extantiam cheles* = S, Vitruve entend peut-être la hauteur du trou du chelonium (*x* Fig. 5.) au deſſus de la ſurface de la dioſtre; hauteur qu'il eſt tout à fait néceſſaire de déterminer, parce que la corde des bras qui étoit tiſſue en forme de ceinture, & avoit un anneau dans lequel le doit recourbé de la manucle entroit, étoit à la diſtance d'un demi-diametre de la ſurface de la dioſtre.

Au lieu de *Pterygomatos*, on lit dans l'édition de Lyon, *Plintigonatos*, qui n'a aucun ſens dans toute la Langue Grecque. Mais que faut-il entendre par le Pterigoma? Il peut déſigner trois choſes, & d'abord la détente ou *ſchaſteria* qui arrête le crochet où tient la corde dont il a été parlé au §. 11. mais alors il faut rejetter les meſures ζ & *ſicilicus*, parce que cette piece étoit plus longue. Ou bien le *Pterygoma* ſignifie les ailes ou languettes de la dioſtre, dont Philon parle ainſi: ποιεῖν δὲ καὶ τὰ πτερύγια, δι' ὧν τὸ χέλωνιον (Philon par ſynecdoche met ſouvent χελώνιον au lieu de διάτρα,) ἄγεται μῆκος μὲν ἔχοντα τὸ ἴσον τῇ κλιμακίδι, πλάτος δὲ διαμέτρου τέταρτ ν μέρος, πάχος δὲ ὀγδόου μέρος. De cette maniere Vitruve s'accorderoit aſſez exactement avec Philon, & le caractere ζ exprimeroit la largeur, le *ſicilicus* l'épaiſſeur du pterygoma. Ou enfin ce prerygoma indique certaines ailes placées aux côtés de la dioſtre, auxquelles on attachoit les cordes du mouliner pour tirer la dioſtre. Cette derniere interprétation me paroit la plus ſatisfaiſante, vû qu'il a été déjà parlé §. 26. des ailes de la dioſtre (Falzen) mais j'en abandonne la déciſion au lecteur.

Quel-

Quelque parti que l'on prenne, il ne ſauroit arriver un grand préjudice à la Machine du défaut d'intelligence de ce paſſage.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 30. *Quod eſt autem ad axona, quod appellatur frons transverſarius foraminum trium : ⁝ : interiorum regularum foraminis craſſitudo ζ* K *cheloni replum, quod eſt operimentum ſcuriculæ includitur* K. *Sucule chelonium.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Mais ce qui eſt vers l'eſſieu qui eſt appellé *frons transverſarius*, doit être long de trois diametres & un neuvieme, & les regles de dedans doivent être longues d'un neuvieme, & épaiſſes d'un douzieme & un quart de douzieme. Le rebord du chelo qui ſert de couverture à la queue d'hirondelle, doit être long d'un quart de diametre.

Les Grecs appellent le moulinet ἄξονιον; ainſi les mots, *quod eſt ad axona*, deſignent le chelonium qu'on attache à la queue de la baliſte & de ſon climacis par les fuſts du milieu, pour y inſérer le moulinet. Vitruve nomme ce côté de la baliſte *frontem tranſverſariam*, il y a dans le texte *tranſverſarium* contre la Grammaire. Je ne ſaurois dire par quelle raiſon, bonne ou mauvaiſe, il a plu à l'Auteur d'appeller cette partie de la machine *frontem tranſverſarium.*

Quand aux ſolives inférieures, ſavoir celles du climacis, Fig. 4. *e, f, g, h,* dont l'une étoit placée ſous le chelonium, il en faloit au moins quatre. Philon donne à ces traverſes une largeur $= \frac{1}{3}$ & une épaiſſeur $= \frac{1}{6}$. Vitruve aſſigne pour l'épaiſſeur $\frac{1}{4}$, ce qui convient mieux à la force du climacis.

Le fermant du chelo, B, *) qui environne le cou du moulinet élevé d'un demi-diametre au deſſus du chelonium, étoit de fer, & s'engageoit en *o* à un crochet. Nos Ingénieurs ſe ſervent d'un ſemblable moyen pour garnir & affermir les tourillons des canons de bron- Planche X. Fig. 5.

*) Voyez Planche VII. Fig. 7. *f, g, h,*

ze, afin d'empêcher qu'ils ne s'écartent de leurs affûts, par la force des coups, lorsqu'on tire.

TEXTE DE VITRUVE.

Scapi collaterales. §. 31. *Scapos climacidos latitudo* Zs, *craſſitudo foraminum* XII K.

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

La largeur des montans du climakis doit être d'un huitieme, & la groſſeur d'un douzieme & un quart de douzieme.

Enfin notre Auteur rentre dans ſon ſujet, pour déſigner d'une maniere aſſez ſuperficielle les dimenſions des ſolives, non du milieu, mais des côtés, qu'il avoit juſqu'ici négligées. Mais quelle étrange épaiſſeur ne leur donne-t-il pas? Il la pouſſe à XII diametres; pour faire de pareilles pieces on chercheroit vainement dans tout l'Univers des arbres qui fuſſent aſſez gros. Cet endroit a donc beſoin d'être corrigé. Ecoutons Philon qui indique les proportions ſuivantes. „Que les ſolives du climakis, dit-il, ayent la largeur = 1 diametre, „l'épaiſſeur = $\frac{1}{4}$ & la longueur de XVIIII diametres."

TEXTE DE VITRUVE.

Sucula. §. 32. *Craſſitudo quadrati quod eſt ad climacida foraminis* Fs *in extremis* K, *rotundi autem axis diametros æqualiter erit cheles.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

L'épaiſſeur du quarré qui eſt au climakis doit être d'un douzieme & d'une huitieme partie de douzieme, & vers l'extrémité d'un quart de douzieme; mais le diametre de l'eſſieu rond ſera égal au chelo.

Vitruve décrit le moulinet dont les deux têtes, ou extrémités, étoient quarrées & percées de trous, par leſquels paſſoient les barres ou leviers à pluſieurs bras, pour tourner le moulinet. Le col du

du moulinet placé dans le chelonium étoit néceſſairement rond & égal au chelo, ou à l'entaille demi-circulaire du chelonium. C'eſt bien dommage que Vitruve ſe ſoit borné à parler ſi legerement, & comme en paſſant, de ces pieces, dont la ſtructure eſt de la plus grande importance, tandis qu'ailleurs il s'appéſantit ſur des minuties.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 33. *Ad claviculos autem* S *minus parte ſexta decima* K. *Clavicule.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Vers les clavicules il ſera plus petit de la moitié & d'une ſeizieme partie.

Les fuſts du milieu étoient garnis, de deux lames dentelées, & la dioſtre avoit de chaque côté des clavicules ou cliquets à reſſort, qui, en rencontrant les dents de ces lames, empêchoient le recul de la dioſtre, afin que les ſoldats qui tournoient le moulinet avec des leviers, ne fuſſent pas en danger de la vie, tandis qu'ils s'occupoient d'un travail ſi propre à épuiſer toutes leurs forces.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 34. *Anteridion longitudo foraminum* IIIϑ, *latitudo in imo foraminis* Γ ⋮ ⋮ *in ſummo craſſitudo* ZK. *Anteride*

TRADUCTION DE M. PERRAUT.

La longueur des arcboutans ſera d'une douzieme partie & de trois quarts de douzieme. La largeur en bas d'une treizieme partie de diametre; l'épaiſſeur au haut d'une huitieme & d'un quart de huitieme.

Les Hemitonia ont beſoin de liens, *pq*, comme le témoigne Héron, & de leurs bouts l'un eſt inſéré au climacis, l'autre au péritrete. Il y avoit donc quatre liens, deux qui s'appuyoient contre les péritretes ſupérieurs, & deux contre les inférieurs. Voyez le §. 26. Ce paragraphe montre en même tems que nous n'avons point commis d'er- Planche X Fig. 4.

d'erreur en donnant la largeur du climakis ; car, ſi l'on faiſoit ſa table plus étroite, des arcboutans de trois diametres de longueur ne ſuffiroient pas pour ſoutenir les péritretes. Il ne reſte donc aucun doute que le climakis n'ait eu autant de largeur que la table de longueur.

TEXTE DE VITRUVE.

Baſis & columna.

§. 35. *Baſis, quæ appellatur Eſchara, longitudo foraminum ⁝⁝⁝ antebaſis foraminum ⁝⁝⁝ utriusque & latitudo foraminis ⁝⁝⁝ Compingitur autem dimidia altitudinis K columna, latitudo & craſſitudo* Is, *altitudo autem non habet foraminis proportionem, ſed erit quod opus erit ad uſum.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

La baſe qui eſt appellée *Eſchara*, aura de longueur une neuvieme partie de diametre. La piece qui eſt au devant de la baſe, aura quatre diametres & un neuvieme de diametre. L'épaiſſeur & la largeur de l'une & de l'autre ſera d'un neuvieme de diametre. La demi-colomne aura de hauteur un quart de diametre, & de largeur & d'épaiſſeur un demi-diametre : pour ce qui eſt de ſa hauteur, il n'eſt point néceſſaire qu'elle ſoit proportionnée au diametre, mais à l'uſage auquel elle eſt deſtinée.

Ἔσχαρὰ n'eſt autre choſe qu'une claye placée ſous le montant ou l'arbre qui portoit la tête de la baliſte. Vitruve a omis ſa longueur. Puiſque la piece qui eſt au devant de la baſe doit être ⁝⁝ IIII diametres, la longueur de la baſe ſera ⁝⁝ VIII, en ſuppoſant que l'*Eſchara* ait eu trois pieds, ou jambes. La largeur & l'épaiſſeur de l'une & de l'autre ſuffiront pour fortifier le montant, ſi on lui donne un diametre. Au milieu de l'*Eſchara* s'éleve l'arbre ou le montant qui porte ſur ſon ſommet la baliſte monſtrueuſe, & qui tient à la baſe par ſes trois liens. Vitruve s'en remet à l'uſage pour la hauteur de cet arbre négligence vrayement impardonnable, puiſqu'il devoit ſavoir que l'angle ſous lequel les boulets partent, détermine l'eſpace parcouru par

par le corps lancé, & que la colomne doit être conſidérée comme la tangente de cet angle. En cela il en eſt parfaitement des baliſtes, comme de nos mortiers aujourd'hui.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 36. *Brachii longitudo foraminum VI ⋮ ⋮ craſſitudo in radice foraminis, in extremis* F. *Brachium.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Sa longueur ſera de ſix neuviemes de diametre; ſon épaiſſeur, vers le bas, d'un demi-diametre; & à ſon extrémité, du douzieme d'un diametre.

Les bras des baliſtes étoient plus courts que ceux des catapultes, §. 14. Nous n'avons aucun lieu de douter que les Anciens ne fuſſent parvenus à la connoiſſance de cette regle par un long uſage, quoiqu'il ſoit très difficile de découvrir la raiſon de cette différence. A' mon avis les boulets ont plus de diſpoſition à recevoir la derniere viteſſe des bras, & par conſéquent auſſi les cordes, que les dards, qui ne reçoivent que ſucceſſivement la force qui agit ſur eux, & n'acquierent que peu à peu le degré de viteſſe deſiré. J'ai fait là deſſus pluſieurs expériences qui conſtatent la choſe. Or, plus les bras ſont longs, plus l'eſpace par lequel la corde accompagne la flêche qui part, eſt auſſi long; & voilà pourquoi il faloit aux catapultes des bras plus allongés.

TEXTE DE VITRUVE.

§. 37. *De baliſtis & catapultis ſymmetrias, quas maxima expeditas putavi, expoſui. Quemadmodum autem contentionibus eæ temperentur, e nervo capilloque tortis rudentibus, quantum comprehendere ſcriptis potero, non prætermittam.* *Epilogus.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

Après avoir donné les proportions des baliſtes & des catapultes que j'ai jugées les plus convenables, je veux expliquer le plus clairement que je pourrai comment il faut régler leur bandage, qui ſe fait avec des cordes de boyau ou de cheveux.

C'eſt à dire qu'il s'engage à mettre dans ce qui ſuit la même obſcurité & la même briéveté avec leſquelles il a donné jusqu'ici une deſcription auſſi confuſe qu'imparfaite des plus admirables machines que l'ingénieuſe Antiquité ait produites. Malheureuſement il ne tient que trop bien ſa parole.

TEXTE DE VITRUVE.

SECTIO XVII.

De catapultarum baliſtarumque contentionibus & temperaturis.

§. 38. *Sumuntur tigna ampliſſima longitudine, ſupra figuntur cheloniæ in quibus includuntur ſuculæ. Per media autem ſpatia tignorum inſecantur & exciduntur formæ, in quibus excifionibus includuntur capitula catapultarum, cuneisque diſtinentur, ne in contentionibus moveantur. Tum vero modioli aerei in ea capitula includuntur, & in eos cuneoli ferrei, quos ἐπισχίδας Græci vocant, collocantur. Deinde anſæ rudentium induntur per foramina capitulorum, & in alteram partem trajiciuntur, deinde in ſuculas conjiciuntur, involvunturque vectibus, uti per eas extenti rudentes, cum manibus ſint tacti, æqualem in utroque ſonitus habeant reſponſum. Tunc autem cuneis ad foramina concluduntur, ut non poſſint ſe remittere. Ita trajecti in alteram partem eadem ratione vectibus per ſuculas extenduntur, donec æqualiter ſonent. Ita cuneorum concluſionibus ad ſonitum muſicis auditionibus catapultæ temperantur.*

TRADUCTION DE M. PERRAULT.

CHAPITRE XVII.

De la maniere de bander les catapultes & les baliſtes avec la juſteſſe qui eſt néceſſaire.

Il faut avoir deux longues pieces de bois ſur leſquelles on attache des amarres pour paſſer des moulinets. Au milieu de chacune de ces pieces on fait une entaille, où l'on met le chapiteau de la catapulte, qui y eſt affermi avec des chevilles, afin que l'effort du bandage ne le puiſſe arracher. Après cela on enchaſſe dans ce chapiteau des barillets de cuivre, dans leſquels on met des chevilles de fer, que les Grecs appellent *Epiſchidas*. Enſuite on paſſe par l'un des trous qui ſont au travers du chapiteau le bout du cable que l'on attache au moulinet, autour duquel il s'entortille lorſqu'on le fait tourner avec les leviers, & on le bande juſqu'à ce qu'étant frappé avec la main, on connoiſſe le ton qu'il doit avoir. Alors on met la cheville au trou du chapiteau pour ſervir d'arreſt, & empêcher que rien ne lâche: & ayant paſſé le cable à l'autre côté de la même maniere, on le bande avec les leviers & le moulinet, juſqu'à ce qu'il ſonne le même ton que l'autre: & c'eſt par cet arreſt fait avec des chevilles de fer, que l'on tend la catapulte avec la juſteſſe qui eſt néceſſaire, obſervant le ton que ſonnent les cables.

D'abord l'Auteur décrit dans cette ſection les Inſtrumens qui ſervoient à tendre les cordes des catapultes & des baliſtes avec une force incroyable: les Grecs les appelloient *ἐντόνια*. Enſuite il rapporte en détail les travaux requis pour cette opération. Enfin il fournit le caractere de la réuſſite, qui conſiſte dans un ſon non ſeulement aſſez aigu, mais égal, que rendent les cordes. En effet, lorſque ce ſon partoit des cordes pincées avec les doits, on étoit aſſuré que les cordes étoient tendues avec toute la vehémence qu'elles peu-

vent ſoutenir : l'égalité du ſon étoit en même tems une preuve de l'égalité des forces. Vitruve nous a mal ſervi, en ne nous inſtruiſant, ni de l'épaiſſeur des cordes convenable à chaque grandeur des machines, ni de la hauteur du ton qui indiquoit la plus forte tenſion ; choſes qui, dans ce tems-là devoient être connues & rendues familieres par l'uſage à tous les Ingénieurs. Il nous faudra donc recourir à Héron, qui exprime ces détails avec beaucoup plus d'exactitude & d'étendue en ces termes.

Planche XI. Fig. 1. „Voici comment l'on conſtruit les Ἐτονία. On prend deux „pieces de bois de charpente quarrées & égales $\alpha\beta\gamma\delta$, que l'on aſſu„jettit enſemble par quatre traverſes égales, telles que $\varepsilon\zeta\eta\vartheta$, dont „deux doivent avoir aux extrémités des tenons, qui, engagés dans des „bois quarrés, parviennent juſqu'à la partie extérieure, en ſorte que „les clavettes ou petits coins chaſſés dans les trous des tenons aſſujet„tiſſent tout ce chaſſis. Vers les extrémités des chaſſis il faut adapter „des moulinets tels que $\kappa\lambda$, $\mu\nu$, & dans leſquels il y ait des trous „par leſquels on paſſe des leviers, ſoit à leurs extrémités, ſoit, au mi„lieu pour les faire tourner. Les bois quarrés débordent les traver„ſes ε, ϑ. Ainſi, quand on veut tendre les hemitonia d'un Palinto„ne, ou le plinthium d'un Euthytone ; après avoir arrangé de la ma„niere ſusdite le paraſtate, l'antiſtate & les deux péritretes, on met ſur „les barillets les épizygides *), on reſſerre les deux traverſes $\zeta\eta$, & „après les avoir bien affermis par des coins pouſſés dans les mortaiſes, „on attache un des bouts de la corde à l'épizygis, on fait paſſer l'autre „par le trou oppoſé, & après l'avoir conduit & attaché au moulinet, „on le tend, juſqu'au point où l'épaiſſeur d'une corde faite de cheveux „diminue d'un tiers. Tout cela étant fait, on arrête la corde auprès „du barillet au moyen d'une eſpece de bouchon, *periſtomis* **), (de „peur qu'elle ne reſſaute en arriere,) & en la détachant du moulinet, „on fait repaſſer ſon extrémité par les creux des barillets qui la condui„ſent à l'autre moulinet ; & par ces diverſes manieres on parvient à exé-

*) Voyez Planche IX. Fig. 2, & 3.

**) Planche XI. Fig. 2.

„exécuter peu à peu le pelotonnement qui doit ſe faire ſur l'épizygi- Planche XI.
„de. La périſtomide eſt un bois qui a deux ou trois empans de lon- Fig. 2.
„gueur, & où l'on fait une entaille (διατομὴν) proportionnée à l'épaiſ-
„ſeur de la corde (πρὸς τὸ τὸ τόνου πάχος). Quand la corde a été
„paſſée & entortillée ainſi par les creux, & que le creux (du barillet)
„eſt tellement rempli qu'on a de la peine à y introduire ce qui reſte de
„corde, on prend une ceſtre (aiguille) de fer ronde bien polie & des
„plus aigues, & on la fait entrer à coups de marteau dans les creux ſus- Planche XI.
„dits; après quoi, lorſqu'on apperçoit que la place eſt aſſez élargie Fig. 3.
„pour recevoir la corde, qu'on la faſſe paſſer. Que ſi l'on y ren- Fig. 4.
„contre de la difficulté, qu'on ait recours à une Rhamphis, (aiguille
„percée,) & après avoir partagé le bout de la corde, qu'on la faſſe
„paſſer par le trou qui eſt dans cette aiguille, & qu'on la tire. Enfin,
„lorſqu'on jugera que les barillets ſont aſſez remplis, ce qui reſte de
„la corde, s'il y en a beaucoup, peut être coupé; ſi ce n'eſt qu'un
„petit bout, il ſuffit de le nouer vers le milieu de la corde."

Quoique Héron ait fait de ſon mieux pour décrire & mettre véritablement ſous les yeux du Lecteur cet Inſtrument, il a pourtant oublié l'Apolabium, eſpece d'étau à main, qui ſaiſit la corde paſſée Fig. 5.
par la periſtomide, & ne la lâche qu'après que la vis adaptée pour cet uſage a été retournée. Philon, qui ſe plaint beaucoup de ce que les apolabes rongent les cordes, & du tems qu'il faut perdre à ce travail, rejette les Entonia, & conſeille de peloronner les cordes à force de bras, & après les avoir ainſi pelotonnées, de les tendre à grands coups de marteau au moyen de coins appliqués entre le barillet & le péritrete. Ce conſeil eſt ſans doute préférable à la manoeuvre vulgaire; cependant il eſt également nuiſible au péritrete & aux barillets; car ces grands coups de marteau ſi fréquemment réitérés me paroiſſent propres à relâcher l'aſſemblage des pieces qui compoſent les Hemitonia. C'eſt ce qui m'a fait inventer un nouveau moyen de remédier à ces inconvéniens: j'ai ajouté de part & d'autre aux épizygides deux vis Planche IX.
qu'on fait tourner au moyen d'une clef, de façon que les cordes, pelotonnées ſimplement avec la main ſur les épizygides, peuvent être gouvernées Fig. 5. x, y.

& tendues à volonté. Ces vis mettent non ſeulement en état de remédier tout d'un coup au relâchement des cordes, mais encore elles épargnent le travail de détacher les hémitonia de la machine, & de les faire deſcendre à terre.

Une derniere concluſion que je tire de l'expoſé de Héron, c'eſt que les cordes, tant des baliſtes que des catapultes, quoique leur maſſe fut très conſidérable, n'avoient pourtant pas une fort grande épaiſſeur; autrement les aiguilles n'auroient pu les faire paſſer par les barillets déjà tout farcis de leur pelotonnement.

Il nous reſte à donner la deſcription de l'Onagre, Machine de Guerre dont Jules Céſar faiſoit un cas infini. Ammien Marcellin la dépeint d'une maniere qui ne laiſſe rien à déſirer; tandis qu'on n'en trouve pas le moindre veſtige dans Vitruve, ni dans les autres Ecrivains qui traitent de ces matieres.

§. 39.

SUR L'ONAGRE.

TEXTE D'AMMIEN MARCELLIN.

Dolantur axes duo quernei vel ilicei, curvanturque mediocriter, ut prominere videantur in gibbos, hique in modum ferratoriæ machinæ connectuntur, ex utroque latere patentius perforati. Quos inter per cavernas funes colligantur robuſti, compagem ne diſſiliat continentes. Ab hac medietate reſtium ligneus ſtyles exſurgens obliquus, in modum jugalis temonis erectus, ita nervorum modulis implicatur ut altius tolli poſſit & inclinari, ſummitatique ejus unci ferrei copulantur, e quibus pendet ſtupea vel ferra funda. Cui ligno fulcimentum proſternitur ingens cilicium palis confertum minutis, validis nexibus illigatum & locatum ſuper congeſtos cæſpites vel latericios aggeres. Nam muro ſaxeo hujus modi moles impoſita diſjectat quicquid invenerit ſubter concuſſione violenta, non pondere. Quum igitur ad concertationem ventum fuerit, lapide rotundo fundæ impoſito, quaterni altrinſecus juvenes vepagula, quibus incorporati ſunt funes explicantes, retrorſus ſtylum penes uncinum

nem inclinant. Itaque demum ſublimis adſtans magiſter claustrum quod totius operis continet vincula, reſerat malleo forti percuſſum. Unde abſolutus ictu volucri ſtylus & mollitudine offenſus cilicii, ſaxum contorquet quicquid incurrerit colliſarum. Et tormentum quidem appellatur ex eo quod omnis explicatio torquetur. Scorpio autem, quoniam aculeum deſuper habet erectum, cui etiam Onagri vocabulum indidit ætas novella, ea re quod aſini feri, quum venatibus aguntur, ita eminus lapides poſt terga calcitrando emittunt, ut perforent pectora ſequentium, aut perfractis oſſibus capita ipſa diſplodunt.

Le celebre Folard, à qui l'on eſt redevable de recherches ſi excellentes ſur l'Art militaire des Anciens, a confondu cet Onagre d'Ammien Marcellin avec la Catapulte & la Catapulte avec la Baliſte. Une erreur eſt presque toujours la ſource féconde de pluſieurs autres; & de là eſt arrivé qu'en employant toute ſa ſagacité à concilier Ammien avec Vitruve, il a imaginé une Machine, que ni l'un ni l'autre de ces Auteurs ne reconnoîtroit pour la ſienne. Je ſuis pourtant perſuadé que Folard auroit retrouvé & reproduit l'Onagre dans ſa parfaite intégrité, ſi en examinant plus patiemment les opinions dont il s'étoit laiſſé prévenir, il avoit comparé Vitruve avec les fragmens des Auteurs Grecs. Mais, en négligeant cette précaution, il n'a pu que s'écarter de la bonne voye. C'eſt à cela que j'attribue le défaut d'exactitude qui regne dans ſa deſcription des trous, la maniere déplacée dont il ſubſtitue le bras de l'onagre retiré du moulinet à la manucle, ou au crochet, l'idée enfin où il eſt que toute la force du bras vient plutôt de la façon de tourner les cordes que de leur tenſion; tandis que, de l'aveu de tous les Méchaniciens experts, la tenſion d'une corde ſuivant ſa longueur produit un mouvement plus vif que ſa contorſion. Il mérite pourtant des éloges en ce qu'il conſeille de compoſer les grands bras de deux tiges, & de les lier avec une grande quantité de cordes, de peur qu'ils ne ſe rompent par la violence du coup qui les heurteroit contre le cilice, quoique traverſé de petits pieux. J'admire au fond la ſagacité de cet habile homme, qui, ſans autre ſecours, que

le

le récit aſſez ſtérile d'Ammien, a mis au jour une Machine qui ne s'écarte pas beaucoup de la vraye figure & ſtructure de l'ancienne, dont il n'avoit pu pourtant raſſembler le ſquelete, mais tout au plus quelques oſſemens briſés & diſperſés çà & là. Mais pour venir au ſujet même, on verra, je crois, la forme exacte de l'Onagre, Pl XI. Fig. 6.

D'abord ſe préſentent deux pieces de bois très fortes & plus épaiſſes aux endroits des trous. La liaiſon faite à la reſſemblance d'une machine à ſcier, & la maniere d'affermir toute la ſtructure avec de fortes cordes, ne peuvent ſignifier autre choſe que le ſyſteme des cordes qui ſe rencontre dans chacun des hemitonia. La piece pointue qui s'éleve du milieu des cordes ſous l'apparence d'un timon, eſt le bras *fg*, dont la fronde ou la main ſe voit en *f*. Le tapis étendu *hik* eſt un ſac de poil *l* bourré de paille hachée, & attaché par les noeuds les plus forts; le crochet, eſt en *m*.

Que les anciens Capitaines ayent eu des Onagres à roues qu'ils faiſoient traîner à leur ſuite, & dont ils ſe ſervoient dans les combats, c'eſt ce dont nous avons un garant bien authentique dans Jules-Céſar. Je ne doute point que l'Onagre n'ait produit les mêmes effets que la baliſte, pourvu que le barillet ait été aſſez large pour qu'on y ait pu faire entrer la quantité de cordes néceſſaire pour deux Hemitonia. C'eſt peut-être avec ces machines qu'on lançoit le feu Grégeois, les cadavres, & cette grêle de pierre dont on écraſoit les toits des maiſons & qu'on faiſoit pleuvoir ſur les ſoldats qui défendoient les murs ou les remparts. Mais en voilà aſſez. J'attendrai le jugement que porteront de mon travail les perſonnes éclairées & reſpectables auxquelles je le préſente. S'il obtient leur ſuffrage, ce ſera pour moi la plus précieuſe de toutes les récompenſes.

SUR

SUR L'ORIGINE ET LES EFFETS DES MACHINES DE GUERRE QUE LES ANCIENS NOMMOIENT *TORMENTA*.

PAR M. SILBERSCHLAG.

Traduit du Latin.

Encouragé par l'accueil favorable que l'illuſtre Académie Royale a bien voulu faire à mes premieres recherches ſur les Machines poliorcétiques, je m'empreſſe à les continuer, & je me propoſe en particulier de trouver le calcul propre à déterminer les forces de ces machines. Je me flatte d'avoir déjà fait des progrès aſſez conſidérables dans ce travail; mais, comme diverſes occupations attachées à mes fonctions publiques, ne m'ont pas permis de la conduire à ſa fin, je ne donnerai ici que la partie hiſtorique rélative aux Machines de guerre qui ont porté le nom de *tormenta*.

En réfléchiſſant ſur les voyes les plus convenables pour parvenir à mon but, j'ai cru devoir partir des tems où nous vivons, & inſenſiblement en remontant, & en recueillant toutes les traces de ce genre qui ſubſiſtent, juſqu'à ce que je fuſſe arrivé aux tems au delà desquels le défaut des anciens monumens ne permet pas d'aller. J'apporterai la plus grande attention à ne citer que des Auteurs entierement dignes de foi pour n'avancer rien que de certain ſur les effets épouvantables de ces monſtres de guerre.

On s'imagine bien que nous avons conſervé pluſieurs veſtiges de ces puiſſans efforts de l'art des Anciens, dont l'exiſtence a échapé à l'injure du tems. Si depuis longtems les baliſtes & les catapultes, les ſcorpions & les onagres ont diſparu, & ſont comme engloutis dans l'abyme du néant, il n'en eſt pas de même de ces pierres peſantes & de ces globes qui rongés de vieilleſſe ſe trouvent, en partie répandus dans toutes les villes d'Allemagne, en partie placés au coin des rues pour défendre les maiſons des atteintes des voitures. A' Magdebourg, en particulier dans le quartier du vieil Arſenal, j'ai compté ſans peine une ſoixantaine de ces globes, qui ont été taillés autrefois pour l'uſage de la Guerre, & dont les moindres peſent deux cens livres. On pourroit conjecturer qu'ils n'étoient deſtinés qu'à des ornemens d'Architecture. Mais, dans ces tems-là, il n'y avoit d'autre Architecture en vogue par toute l'Allemagne que la Gothique, d'où ces globes ſont bannis, & qui ne préſente que des pyramides, des entortillemens de feuilles ridicules, & des figures d'animaux chimériques. Je ſai bien que, dans les premiers matieres dont on s'eſt ſervi, on a employé des boules de pierres; mais je ſai auſſi qu'on n'auroit pu y mettre celles dont je parle, dont la figure n'eſt rien moins qu'exactement ſphérique, à moins que de vouloir de gayeté de coeur abymer ces grands mortiers. Quant aux cailloux baliſtiques, que je vois à presque tous les coins & dans les rues de Magdebourg, la plûpart ſont à trois pointes, forme qui étoit la plus convenable pour remplir exactement le ſac placé au milieu de la zone des palintones. Tandis que j'écrivois ceci, j'ai eu occaſion de m'entretenir avec un Officier d'Artillerie Autrichien, nommé Krauſe, qui m'a raconté que, dans la marche qu'il avoit faite avec l'Armée par la Boheme, il avoit paſſé à Bechin, & qu'en parcourant les ruines de la Citadelle de ce lieu, le Commandant de la ville lui avoit montré des pierres à trois pointes du poids de cent livres, dont ce fameux Zech, qui a autrefois ravagé la Boheme, ſe ſervit les lançant d'une montagne voiſine ſur ceux qui défendoient la Citadelle. Comme la diſtance de la montagne & le poids des pierres rendoient incroyable ce récit, ceux qui l'entendoient ſe mirent

à

à rire; mais le Commandant tranſporté de colere en appella aux Ecrits les plus anciens & les plus authentiques qui atteſtoient le fait; de ſorte qu'on ceſſa de rire, & qu'on admira au contraire les merveilles de l'art des Anciens. Je voudrois bien être à portée de vérifier les diſtances en queſtion. Je paſſe ſous ſilence le ſiege de Carloſtein, dont Folard fait mention, & pendant lequel les Huſſites, aſſiégés par les Troupes de l'Empereur, furent mis au déſeſpoir par les cadavres d'hommes & de chevaux dont on les accabloit. En peu de tems les murailles, les rues, les toits furent ſi remplies de chairs & d'entrailles pourries, que deux mille chariots ne furent pas ſuffiſans pour enlever ces immondices, ni tous les parfums de la Ville pour préſerver de l'infection.

Sans m'arrêter aux autres monumens que pourroit encore fournir l'hiſtoire des mêmes ſiecles, je me hâte de remonter au tems des Empereurs Romains. Je trouve un trait bien remarquable dans la vie de Julien l'Apoſtat, c'eſt qu'il faiſoit uſage de baliſtes, dont un ſeul coup écraſoit une tour entiere, apparemment de planches, & la renverſoit des murailles des aſſiégés. J'ai déjà fait mention dans mon Mémoire précédent de la Colomne Trajane, qui a conſervé à la poſtérité la vraye forme d'un *tormentum*.

Mais ce que Joſephe rapporte des machines à lancer des pierres que Veſpaſien employa pour aſſieger Jotapata, place défendue par Joſephe même, ſurpaſſe presque toute créance. Telle étoit, ſelon lui *), la force du coup, qu'un homme qui en étoit frappé tomboit écraſé, & que le crane avec le caſque étoit emporté juſqu'à trois ſtades. Une femme enceinte, qui venoit de ſortir de chez elle, ayant été atteinte d'une pierre au ventre, le fruit qu'elle portoit dans ſes entrailles en ſortit, & fut emporté juſqu'à un demi-ſtade. Le même Joſephe témoigne que ces machines ſi funeſtes à Jotapata, firent de

 bien

*) *Guerre des Juifs*, Liv. III. Sect. 7. *Hegeſippe*, Liv. III. Quoique Joſephe ait en toute autre choſe fort flatté & vanté les Romains, il ſe ſeroit expoſé à un trop grand ridicule, en rapportant à faux de pareils faits que tant d'yeux avoient pu voir.

bien plus grands ravages encore à Jeruſalem. Cet Hiſtorien Juif, qui étoit alors du côté des Romains, avoit la pleine liberté d'examiner toutes les opérations du ſiege, de voir en particulier & de manier les Machines poliorcétiques. Ce qu'il vante le plus, ce ſont les baliſtes de la dixieme Légion, avec leſquelles on lançoit à la diſtance de deux ſtades & plus des pierres dont les coups écraſoient non ſeulement ceux qui en étoient frappés, mais bleſſoient mortellement des perſonnes placées à un aſſez grand éloignement. Les Juifs qui faiſoient les derniers efforts de défenſive, plaçoient des ſentinelles au haut des tours pour avertir leurs ſoldats quand il partoit de ſemblables pierres que leur éclat faiſoit appercevoir, ou leur bruit entendre. Mais les Romains, remarquant cette précaution, noircirent les pierres afin de les ſouſtraire du moins à la vue.

Que faut il donc penſer de la rapidité de ces pierres, ſi grande qu'il ſuffiſoit d'en changer la couleur pour les rendre inviſibles? Silius Italicus avoit ſans doute bien raiſon de leur conſacrer ces vers *):

— — — adducta ſtridula nervis
Phocais effundit vaſtos Baliſta molares;
Atque eadem mutato pondere teli,
Ferratum excutiens ornum, media agmina rumpit.

Mais, pour éviter la longueur & ne pas trop accumuler de citations, j'omets une longue ſuite de rems pour me tranſporter tout à coup aux rivages de Sicile, & y contempler l'intéreſſant ſpectacle, non de l'attaque, mais de la défenſe de Syracuſe, conduite par ce grand Archimede, qui fit alors voir à tout l'Univers, combien le génie d'un ſeul homme, d'un grand Géometre, peut être tutelaire pour une Ville dans de pareilles circonſtances. Les Romains ont avoué tout d'un voix que Marcellus avec ſon Armée & ſa flotte avoit fait la guerre au ſeul Archimede. La premiere occaſion où ils reſſentirent la force de ces baliſtes fut un combat naval livré au pied des murs de Syracuſe. Archimede diſpoſa ſur ces murs des machines (*tormenta*) de

*) Liv. I.

de diverſe grandeur, dont il y en avoit qui lançoient ſur les Galeres à cinq rangs les plus éloignées des pierres enormes, du poids quelquefois d'un millier, par leſquelles ces vaiſſeaux étoient fracaſſés avec un bruit épouvantable; tandis qu'il ne faiſoit pleuvoir ſur les plus voiſins que des traits moins peſans, mais d'autant plus fréquens. Vers la fin du ſiege, il fit faire aux murs de proche en proche des ouvertures d'environ une coudée par leſquelles on faiſoit partir des traits décochés en partie avec l'arc, en partie par de petits ſcorpions, dont les coups frappoient l'ennemi en cachette & à l'improviſte. Les navires qui s'approchoient trop près, couroient encore un autre riſque; un bras de fer attaché à une forte chaîne s'avançoit de deſſus un mur élevé, on jettoit ce bras de façon qu'il accrochoit la proue, ſoulevoit le navire & le mettoit ſur ſa pouppe; après quoi, en le lâchant ſoubitement, il retomboit avec fracas de façon à être briſé ou ſubmergé. Je m'arrête, & n'en dis pas davantage la deſſus. Que ceux après cela qui traitent l'art militaire des Anciens par rapport aux Machines de pure bagatelle, voyent comment ils ſoutiendront leur theſe contre de pareils faits.

N'ayons point honte de nos ancêtres; ils en ſavoient autant que nous dans l'art de ravager les païs, de briſer des murailles, d'ébranler des fortereſſes, d'exterminer des troupes d'hommes à la fois, & d'offrir, pour ainſi dire, mathématiquement des victimes à la mort. Ils ont certainement mérité d'avoir des deſcendans tels que nous, comme nous méritons d'être deſcendus d'eux.

Nous pourrions auſſi nous étonner de la profuſion des Anciens dans les fraix de la conſtruction de ces Machines, ſi nous ne ſavions que quatre baliſtes ne leur coûtoient pas plus que nous coûte un de nos canons. Bornons-nous ici à un ſeul exemple. Scipion, après la priſe de Carthagene, y trouva cent-vint catapultes des plus grandes, deux cens quatre-vint & une plus petites; vint-trois grandes baliſtes, cinquante deux petites, & un nombre conſidérable de ſcorpions tant grands que petits.

Tandis que nous ſommes encore dans la pouſſiere & dans l'obſcurité de ces tems les plus reculés, il convient de rechercher en peu de mots quels ont été les inventeurs des machines en queſtion. Il eſt manifeſte que les Romains n'ont jamais aſpiré à cette gloire; & en général, Rome n'a été le berceau d'aucune ſcience diſtinguée. On eſt donc partagé à cet égard entre les Grecs couverts déjà de tant de gloire, & les Siciliens, Nation adroite & ingénieuſe. Si l'on vouloit déferer cet honneur aux Grecs, je ne ſçai comment on pourroit expliquer l'anecdote ſuivant laquelle Archidamas, Général des Lacédémoniens, ayant conſidéré un trait de catapulte qu'on avoit apporté de Sicile, s'écria: *C'en eſt donc fait de la valeur* *). Je n'inſiſte pas ſur ce que Philon, Héron, Athénagore, & les autres Auteurs qui ont écrit des Machines de guerre, s'accordent à les faire remonter juſqu'aux ſiecles les plus enfoncés dans l'obſcurité des tems. En dépouillant donc les Grecs de cette prérogative, il faut nous tourner du côté des Siciliens, que les Auteurs les plus célebres, & en même tems les plus dignes de foi, ont félicité d'avoir inventé les *tormenta*. Qui eſt ce qui ne reſpecteroit pas des témoignages tels que ceux de Diodore de Sicile **) & de Plutarque, dont l'un décide que l'art des catapultes prit naiſſance à Syracuſe, dans le tems de la guerre dont Denys l'ancien faiſoit les préparatifs contre les Carthaginois, l'autre aſſure que la *Bélopée* a paſſé de Sicile en Grece. Elien ***) a même pouſſé la témérité juſqu'à donner poſitivement à Denys l'honneur de cet art méchanique. Mais, quand tous les Diodores, tous les Plutarques, tous les Eliens, ſe réuniroient pour nous inculquer cette idée, & que nous ne ſerions guidés par aucune trace des tems précédens; qui pourroit ſe perſuader que des machines auſſi compliquées, pour la conſtruction desquelles il y avoit tant d'art à déployer, tant de difficultés à vaincre, en un mot pour leſquelles on peut dire que la Méchanique a déployé tous ſes tréſors, que de telles machines ſoyent la production d'un ſeul homme, & qui plus

*) Voyez les Apophtegmes de Plutarque.

**) Liv. XIV.

***) *Var. Hiſt.* Lib. VI

plus eſt, d'un Tyran? Ou bien, peut-on croire que Denys ait fait mener dans ſon camp des inſtrumens d'une invention récente, & dont l'uſage n'étoit pas encore bien connu, pour les employer contre des ennemis dont il connoiſſoit l'habileté & l'expérience? Ne doit-on pas plutôt conjecturer que les Siciliens, contraints par la néceſſité, & pour n'être pas inférieurs à leurs ennemis du côté desarmes, adopterent les *tormenta* des Carthaginois? Eſt ce donc à ceux-ci qu'il faut adjuger la palme? Je ne le crois pas non plus. En effet, Pline traitant des premiers inventeurs des Arts, nous conduit des Phéniciens, aux Syrophéniciens Nation qu'on peut qualifier biſayeule des Carthaginois. Voici ſes propres termes: *Venabula & in tormentis ſcorpionum, Cretas; catapultarum, Syros; Phœnicas baliſtam & fundam* *). Il ſuffit que les Phéniciens ayent inventé la baliſte: nous pourrions faire préſent de la catapulte aux Crétois, connus d'ailleurs pour des vrais fanfarons, ſi, en comparant ces deux machines, l'on n'étoit forcé de convenir que le pere de la baliſte doit auſſi avoir engendré la catapulte? Je n'ignore pas qu'on ne ſauroit compter en toute ſureté ſur l'autorité du ſeul Pline; & je ne l'aurois pas même employé pour garant, vu le reproche de crédulité auquel il eſt expoſé, ſi je ne pouvois m'appuyer en même tems ſur nos Saintes Lettres, qui contiennent les vrayes origines de tout le genre humain, & où l'on trouve un monument de cette invention dans la vie du Roi Hozias. Ce Monarque, qui monta ſur le Throne de David vers l'an du monde 3174, & qui l'occupa glorieuſement, fit prendre par ſa ſageſſe une nouvelle forme à l'Etat. Il fortifia les murs de la Capitale, en y élevant non ſeulement des tours, mais en y plaçant des Machines très artiſtement faites qui ſervoient à lancer des traits & des pierres **).

La conſéquence évidente de ce fait, c'eſt qu'avant Hoſias les machines baliſtiques étoient en uſage; & qu'elles avoient été inventées

*) *Hiſt. Nat.* Liv. VII. Sect. LVI.

**) Voici les paroles du Texte original: II Chron. XXVI. 15.

ויעש ביושלם חשבנות מחשבת חושב להיות על-המגדלים ועל-הפנות לירוא
בחצים ובאבנים גדלות.

tées non par les Juifs, l'Ecriture gardant un profond ſilence à cet égard, mais par un peuple voiſin qui étoit en commerce avec les Iſraëlites. Si ces machines avoient déjà été connues du tems de Joſaphat, ce grand reſtaurateur des choſes militaires, non moins que des choſes ſacrées, qui mit des garniſons perpétuelles dans toutes les villes fortes qui avoient été bâties par le Roi Aſa, n'auroit pas négligé d'y placer des *tormenta*. Le commencement de l'époque des baliſtes paroît donc tomber ſur le milieu de l'intervalle de tems écoulé entre Joſaphat & Hozias.

Si nous nous attachons outre cela à conſidérer la ſtructure de ces machines, on ſentira bien qu'elles doivent avoir eu pour inventeurs des hommes accoutumés à manier des cables & des leviers, tels qu'étoient les Syrophéniciens qui ont excellé dans l'art de la navigation. Les choſes étant ainſi, il ne reſte aucun doute, que, conformément au témoignage de Pline, ce peuple l'un des plus anciens, ne doive être décoré du laurier de l'invention à l'égard de la baliſtique, comme il l'eſt déjà par rapport à pluſieurs autres arts. C'eſt donc de chez lui que cette invention meurtriere a paſſé d'abord en Judée, d'où elle a été tranſportée à Carthage, en Sicile & en Eſpagne. De Sicile cette peſte a gagné la Grece; & les Romains l'ont, pour ainſi dire, acquiſe & conquiſe les armes à la main. Les Romains à leur tour ont inſtruit les Gaulois & les Germains à détruire leurs ennemis par de ſemblables voyes; & les Germains enfin, ſurpaſſant de beaucoup ces arts redoutables, ont produit le plus terrible de tous, ils ont forgé ces foudres de guerre, qui répandent ſur mer & ſur terre l'épouvante & la mort.

Je crois m'être acquitté, ſuivant la meſure de mes forces, de la tâche que j'avois entrepriſe: il ne me reſte qu'à rendre graces à l'Académie de ſes bontés, & à faire les voeux les plus ardens pour ſon auguſte Protecteur.

THÉO-

THEORIE

DES MACHINES DE GUERRE DITES *TORMENTA*.

Je me propoſe de répandre encore du jour ſur l'art baliſtique, ou la *Bélopée* des Anciens par une nouvelle voye, c'eſt celle du calcul. Entre toutes les machines des Anciens, la Baliſte eſt celle qui attire les regards & fixe l'attention, comme étant inconteſtablement la plus parfaite & celle dont l'exécution rencontroit le plus de difficultés à vaincre. Je vais donc conſacrer toute mon application à en bien développer le méchaniſme.

THÉOREME I.

La longueur du bras, engagé dans les cordes de l'hémitonium, *ne doit pas aller au de là de ſix diametres.*

DÉMONSTRATION.

On a deſſein que le bras pouſſe la zone avec la plus grande force & la plus grande viteſſe. Les vibrations des leviers longs peuvent bien avoir une grande viteſſe, mais elles ſont foibles; au lieu que, dans les leviers courts, le décroiſſement de la viteſſe produit l'accroiſſement de la force. Pour obtenir la juſte longueur, il faut combiner le degré de viteſſe & celui de force qui ſont requis pour produire l'effet le plus convenable. Je me ſervirai ici d'un lemme inſéré dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris de l'année MDCCIV par M. Parent. Cet habile Geometre démontre par l'analyſe, que, pour obtenir le plus grand effet, un corps mu doit conſerver le tiers de la viteſſe des forces qui exiſtoient avant le choc. Ainſi ce ſont les deux tiers de la viteſſe qu'il faut attribuer à la maſſe. Or les maſſes ſont dans la rélation des quarrés de la viteſſe; & par conſéquent $\frac{2}{3}^2 = \frac{4}{9}$ déterminent la rélation de la maſſe, ou de l'obſtacle, par rapport aux forces motrices. Le moment de l'action réſulte du produit de la viteſſe par la maſſe. Multipliez donc $\frac{4}{9}$ & $\frac{1}{3}$ de la viteſſe de la force motrice: il en naîtra la meilleure rélation des forces en équilibre; ce dont on peut juger par les momens des actions en fixant celles-ci à $\frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$.

Mais la même proportion doit avoir lieu pour les diſtances où les forces appliquées au levier ſont du point d'appui. De là ſoit la diſtance du centre d'action des cordes à la diſtance où la force eſt du point d'appui, ou de gyration, comme 4: 27 dans chaque bras.

Pl. VIII. Fig. 3. Il eſt néceſſaire que nous fixions les points des diſtances. Que ſi l'on fait tourner les barillets pour tendre les bras, le volume des cordes ſe partage, une partie entre dans le lieu DC, l'autre retombe au lieu CE, le point d'appui étant laiſſé en C. Le lieu y doit être pris pour la moyenne diſtance des cordes, à moins que les cordes du quart de cercle DZy ne fuſſent fort éloignées, & par conſéquent trop tendues par rapport aux cordes du quart de cercle yCz. C'eſt pourquoi la diſtance du centre de l'action de tout l'hémitonium eſt mieux déterminée par la ligne nC $=$ $\frac{3}{4}$ de diametre que par la ligne yC. Il eſt donc permis de conclurre

$$n\text{C} : \text{AC} = 4 : 27 = \tfrac{3}{4} : 5.$$

En ajoutant la ligne EC $=$ 1, on aura ſix diametres, qui font toute la longueur du bras engagé dans les cordes, ſuivant Vitruve §. 36.

THÉOREME II.

Pl. VIII. Fig. 4. *La corde tendue AB, étant conduite avec force par l'eſpace CD, & ſollicitée ainſi à la vibration, la force vibrante eſt à la force tendante dans le rapport de CD à CB.*

DÉMONSTRATION.

Soit AB la corde tendue, les deux poids G & P expriment la force tendante $=$ V. Si outre cela on ſuſpend en C un poids égal à la force vibrante $=$ v, en conduiſant la corde du point C en D, cela étant fait, la différence des côtés AD & AB, ſavoir la petite ligne EC priſe deux fois ſera égale à l'eſpace par lequel la force tendante eſt mue, & CD $=$ à l'eſpace parcouru par la force vibrante.

brante. Or les poids ſont en raiſon réciproque des eſpaces parcourus en ſuppoſant l'équilibre; d'où s'enſuit

$$2EC : CD :: v : V.$$

En continuant l'arc ED du centre B juſqu'au point F, on trace un demi-cercle, dont le diametre contient la ligne CF égale à la ſomme des côtés CB + DB. Les regles de la Géométrie mettent en droit d'en inférer

$$EC : CD : CF, \text{ ou } CB + DB.$$

Faites que CD ſoit un eſpace infiniment petit: Vous pourrés ſubſtituer 2 CB au lieu de CF. Pour abréger, qu'on nomme $CD = S$, $CB = b$, alors le rapport $2EC : CD$, ou $2CD : 2CB$ prendra cette forme

$$\frac{2S : 2b :: v : V}{S : b :: v : V}$$

$$\text{Donc } \frac{SV}{b} = v.$$

Cette formule eſt d'uſage, ſi, étant donnés la force tendante, la longueur de la corde, & l'eſpace par lequel elle eſt tendue, on vouloit ſavoir la force vibrante, qui, dans une baliſte de 10 pouces de diametre, ſurpaſſe le poids de 72000 livres.

SCHOLIE.

Quoique j'aye éprouvé & confirmé ce théoreme par pluſieurs expériences, il peut arriver cependant, lorsque les poids ne ſont pas bien appliqués, que l'événement ne réponde pas à l'attente. Par exemple, qu'on attache la corde à un clou en A, & qu'on ſuſpende un poids à l'autre extrémité B: il faut bien ſe garder de conclurre: $S : b :: p : P$; mais on a pour concluſion $2S : b :: p : P$. Car la corde fixée en A fera parcourrir au poids P toute la différence des côtés AD + DB − AB, de façon que ſa viteſſe ſera doublée, & il eſt par conſéquent égal que l'on conclue $2S : b :: p : P$, ou $S : b :: p : 2P$.

OBSERVATION.

Plus le ton eſt clair, pur & aigu, plus il y a de fils également tendus dans la corde, mais par cela même plus ſon élaſticité eſt grande. Cela étoit cauſe que les Anciens, en examinant d'après le ſon de la corde la tenſion qui convenoit le mieux à leur but, uſoient des plus grandes précautions. Ils ſavoient auſſi juger au mieux de l'égalité de tenſion au moyen d'un tuyau (*per fiſtulam*), ſans ſe mettre d'ailleurs en peine, par quelles forces ou attractions les cordes étoient tirées & tendues.

THÉOREME III.

Pl. VIII. Fig. 4. *La viteſſe de la vibration eſt en raiſon de l'eſpace S, rapporté à la longueur de la corde.*

DÉMONSTRATION.

Par le théoreme précédent $\frac{SV}{b} = v$.

Or, la longueur de la corde étant $= L$, qu'elle ſoit toujours égale au double de b: de ces deux ſuppoſitions ſuit d'elle-même cette raiſon $\frac{SV}{L} : v$.

THÉOREME IV.

Les tems des vibrations ſont en raiſon directe des diametres & des longueurs des cordes, mais en raiſon inverſe des forces tendantes.

DÉMONSTRATION.

Soit le tems de la vibration $= T$, le diametre de la corde $= D$, la longueur $= L$, la maſſe de la corde $= Q = D^2 L$, la force tendante $= V$, la force vibrante $= v$, la viteſſe ou rapidite $= C$, le moment de la vibration $= M = QC = D^2 LC$.

Or

Or ce moment s'acheve dans le tems T, pendant lequel la force vibrante $= v$ parcourt l'eſpace $= S$. De là $M = vT$. Les choſes qui s'accordent avec une troiſieme, s'accordent entr'elles.

$$D^2 LC = M$$
$$vT = M$$
$$vT : D^2 LC$$
$$T : \frac{D^2 LC}{v}$$

$\frac{SV}{L} : v$, ſuivant le Théor. II. Au lieu de v, ſubſtituons cette raiſon en diviſant; & en concluant ainſi

$$T : \frac{D^2 L^2 C}{SV}$$

C'eſt $\frac{S}{T}$ par les loix de la Méchanique. De là $S = CT$, & $\frac{C}{S} : \frac{1}{T}$.

C'eſt pourquoi, en éliminant $\frac{C}{S}$ de notre formule, mettons-y $\frac{1}{T}$.

Suivant cela $T : \frac{D^2 L^2}{TV}$

c'eſt à dire, $\frac{VT^2 : D^2 L^2}{\sqrt{VT} : DL}$

Donc $T : \frac{DL}{\sqrt{V}}$.

Les tems des vibrations des différentes cordes ſont donc en raiſon directe des diametres avec les longueurs, & en raiſon inverſe des forces tendantes quarrées.

Corollaire I.

Les diametres & les forces tendantes étant les mêmes, les vibrations ſont en raiſon directe des longueurs.

Corollaire II.

Les longueurs & les forces tendantes étant les mêmes, elles ſont en raiſon directe des diametres.

Corollaire III.

La longueur & le diametre étant les mêmes, mais les tenſions étant différentes, elles ſont en raiſon des racines de la ſeconde puiſſance des forces tendantes, mais inverſe.

THÉOREME V.

Pl. VIII. Fig 5. *Les angles* u, o, i, *dont le premier détermine la ſituation du bras en repos, le ſecond le tour décrit par le bras en mouvement, le troiſieme la ſituation du bras allongé, qu'ils ſoyent égaux.*

Démonstration.

Je provoque de nouveau à la principale Loi de la Méchanique heuriſtique: que le plus haut degré de viteſſe ſoit combiné avec le plus haut degré de force. Suppoſons que la ſemi-ordonnée BE ſoit mue du point A juſqu'en C; plus l'abſciſſe AB s'accroît; plus les coups du bras ſeront forts: & à meſure que la ligne BC prendra de plus grands accroiſſemens, la ſemi-ordonnée retrogradant, la zone en partira d'autant plus vîte, & parcourra un plus grand eſpace dans la dioſtre. Il faut prendre un juſte milieu. Soit par conſéquent AB $=$ BC. Mais alors BE eſt le ſinus d'un angle $=$ 60°; ce qui eſt conſtant par la Trigonométrie.

Suit l'autre partie de la démonſtration, ſavoir que l'angle qui détermine le tour décrit par le bras en mouvement, en retranchant l'angle *i*, eſt égal au premier.

La ſemi-ordonnée GI détermine dans la ligne CD, tant la viteſſe que la roideur de la zone, C'eſt à dire que, plus CI eſt grand, plus le bras eſt tendu avec force, & plus auſſi la zone eſt roide: plus ID eſt grand, plus elle eſt rapide à cauſe de l'incrément LK qu'il faut ajouter à KF, mais elle eſt d'autant plus foible. Pour ne

pas

pas trop pencher d'un côté ni de l'autre, ſoit CI = ID, & l'on aura comme dans les précédentes, GI ſinus de l'angle = 60°.

Reſte le troiſieme article de cette démonſtration, que nous n'aurons aucune peine à expédier

$$\begin{array}{r} u + o = 60° \\ \underline{i + o = 60} \\ i = u \end{array}$$

De plus $u + o = \frac{2}{3}$ d'un angle droit, donc $i = \frac{1}{3}$. Or $i = u$; donc auſſi $u = \frac{1}{3}$, & $u + i = \frac{2}{3}$, leſquels étant ſouſtraits de l'angle droit, le reſtant o eſt auſſi $= \frac{1}{3}$, & $o = i = u$.

THÉOREME VI.

Soit l'angle E, que la zone amenée fait avec le bras $= 97\frac{1}{2}°$.

DÉMONSTRATION.

Sous l'angle droit les forces communiquent toute leur action à l'obſtacle; &, ſuivant cette regle, le bras doit être diſpoſé avec la zone ſous un angle droit. Mais F auſſi, où les demi-zones concourent, demande, en vertu de la même loi, un angle droit, auquel $z + y$ devroient être égaux. Cependant on trouve alors $x + y = 105°$, & par conſéquent on violeroit cette loi même, tout en l'obſervant. La prudence veut qu'on faſſe l'exception la plus petite qu'il eſt poſſible: ſoutrayons un angle droit de 105°, diviſons le reſtant = 15, par 2; accordons cette demi-différence $= 7\frac{1}{2}$ à l'angle $z = 45° = 52\frac{1}{2}$; ſoutrayons en autant, ſavoir $7\frac{1}{2}$, de l'angle $x + y$, auquel de cette maniere demeurera l'ouverture $60 + 37\frac{1}{2} = 97\frac{1}{2}$. Ce qui étant fait, la loi ſera obſervée avec la moindre violation poſſible.

DEMANDE.

La demi-zone GL en repos ſoit égale à la ligne tirée EF, ou à elle-même. De plus EK = LF à cauſe du Théoreme II,

KF ſoit la ligne normale avec EK. Enfin l'angle $y = 37\frac{1}{2}$ à cauſe du Théoreme VI, & par conſéquent E $= 97\frac{1}{2}°$.

PROBLEME.

Trouver la longueur de la zone.

SOLUTION.

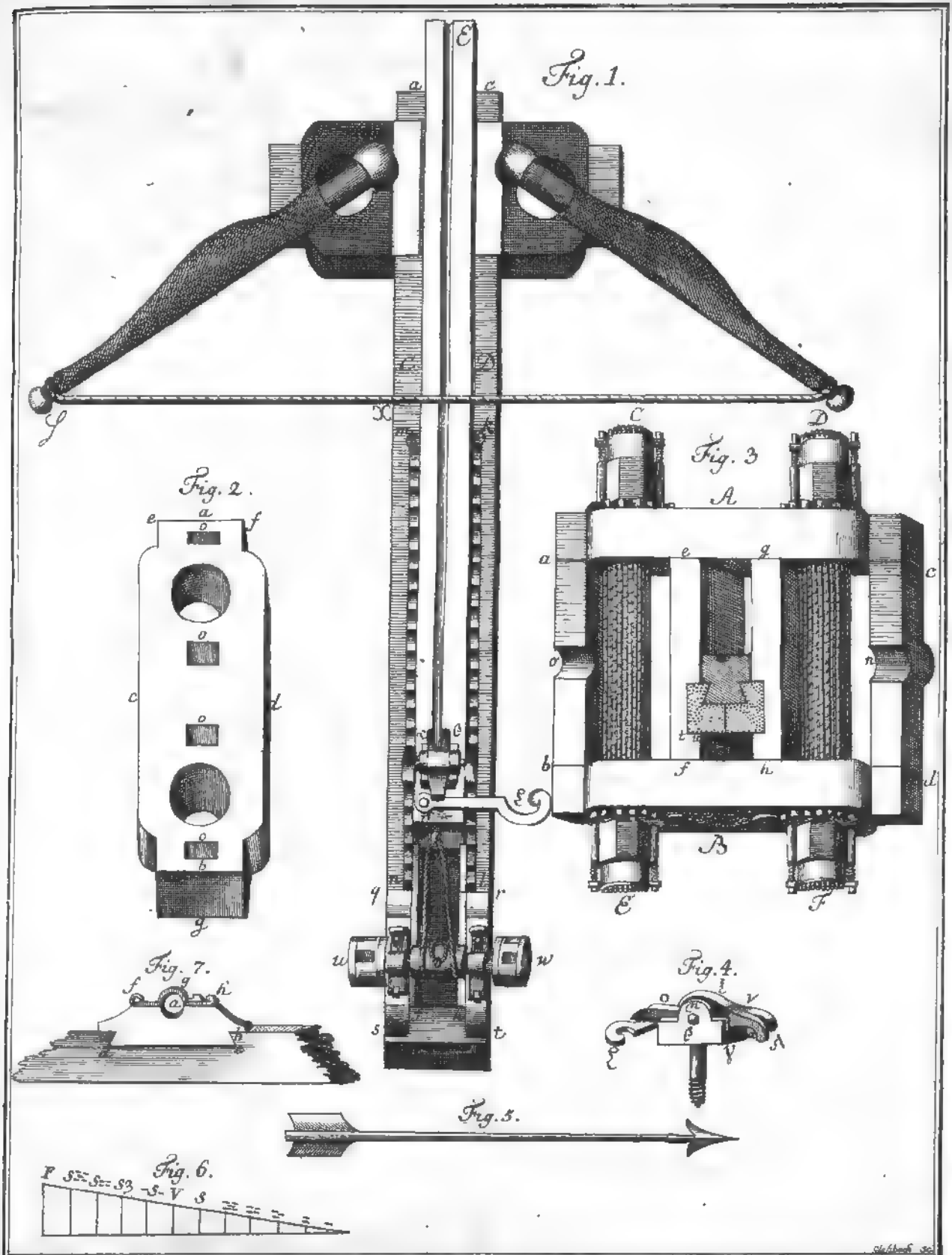
Qu'on trouve EK de la maniere ſuivante. En menant la corde EO, on a le triangle équilatéral EOF, dont les angles y & O à la baſe ſont néceſſairement égaux. Soit la ſomme de tous les angles de ce triangle $= a$; & par conſéquent, tant O que l'oppoſé y ſeront $= \frac{a - z}{2}$ par les principes de la Géométrie. Que la différence des ſinus O & i ſoit nommée $\Phi - x$. Or KF $=$ EK $- (\Phi - x)$, & GL $=$ EK $+ (\Phi - x)$, OF $=$ KF $+ 2(\Phi - x)$. Donc OK $= 2(\Phi - x)$. De là concluez: comme dans le triangle EKO l'angle oppoſé à $2(\Phi - x)$, ainſi O à EK.

Que ſi vous ajoutez au côté EK la différence des ſinus Φ & x, la longueur de la moitié de la zone ſera déterminée, & la zone s'accordera parfaitement avec toutes les conditions de la demande, puiſque EF $=$ GL, EK $=$ LF, KF & EK ſont normales l'une à l'autre & que E $= 97\frac{1}{2}°$.

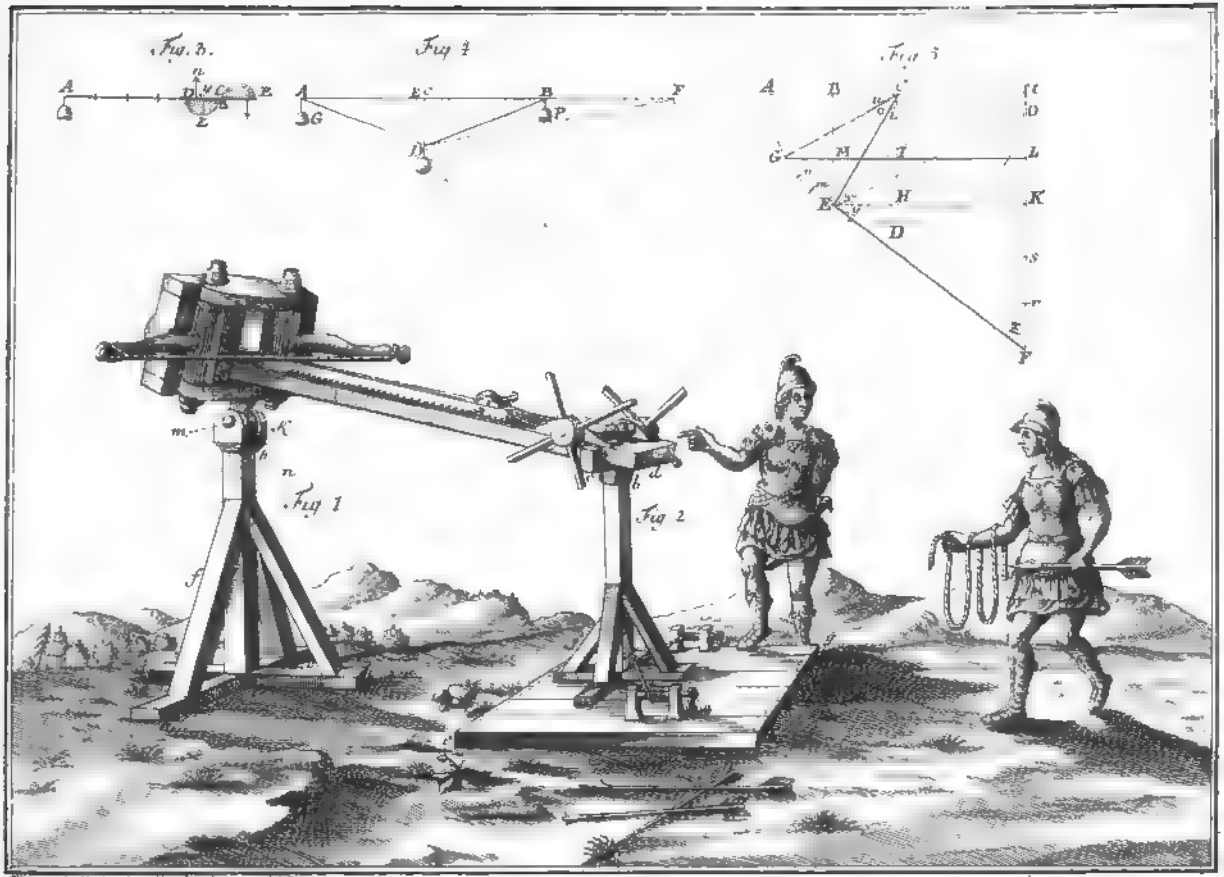
COROLLAIRE.

Diviſez l'arc GE en trois parties égales, m, n, & G, & de chaque point tranſportez la demi-zone dans la ligne de direction LF, en remarquant le contact r & s. Cela étant fait, la ligne Fr détermine le rapidité de la zone. Si le bras parcourt l'eſpace EZ, & rs, ſa viteſſe après l'eſpace parcouru eſt déſignée par mn, enfin sL marque la vibration, le bras transmettant la troiſieme partie, nG. La zone accélere donc le globe avec une rapidité qui va en croiſſant. Cet art ſingulier d'accélerer ſucceſſivement la viteſſe du globe eſt d'une

ſi



Mem. de l'Acad. 1760. Pl. 7. pag. 449.



Mem. de l'Acad. 1760. Pl. 8. pag. 440.

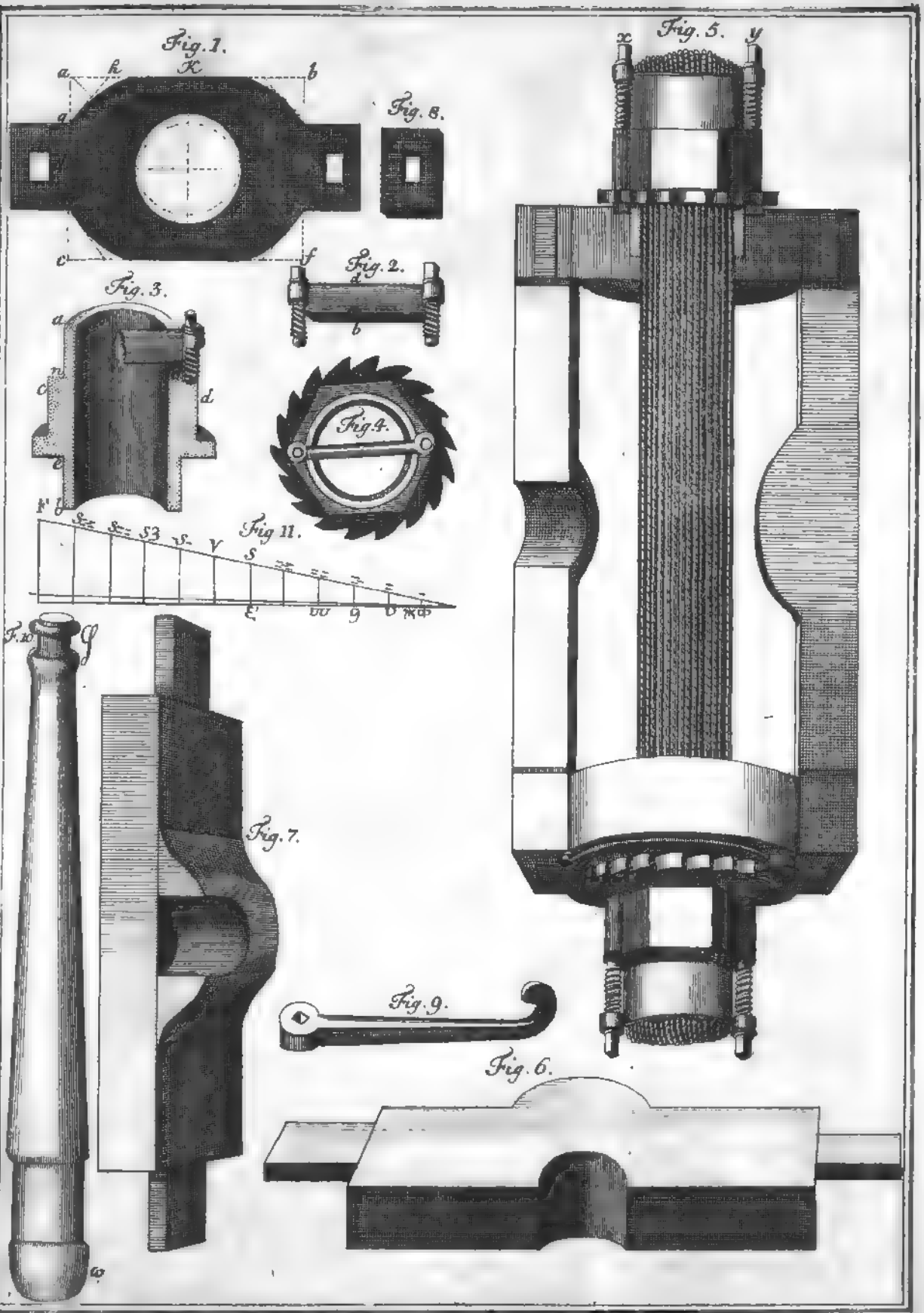
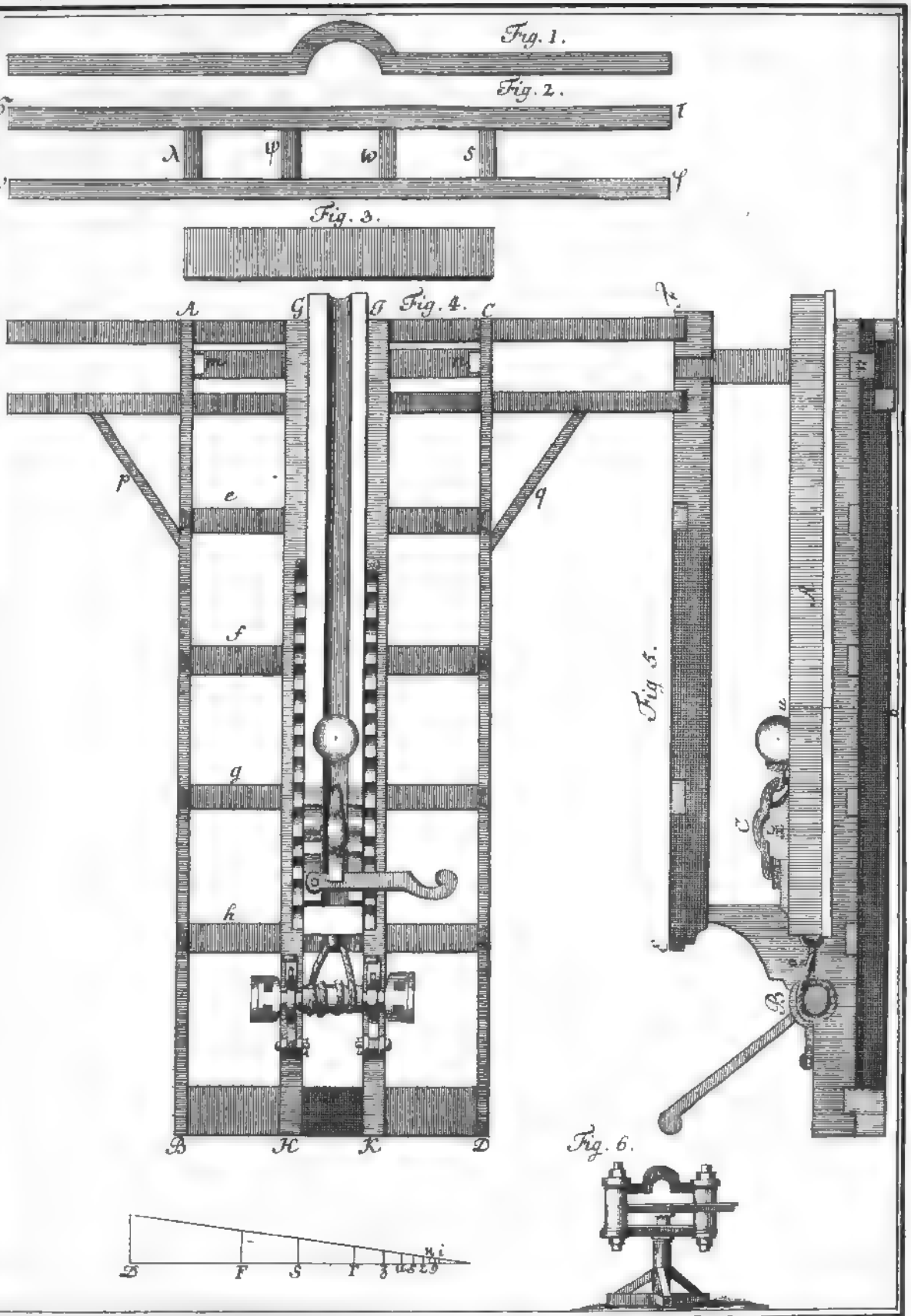
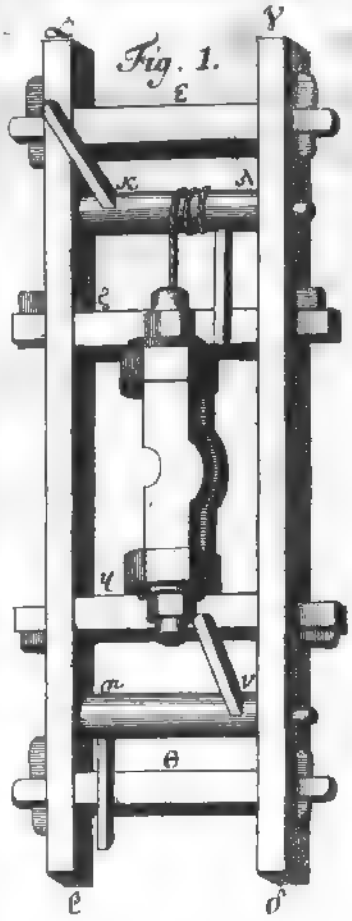
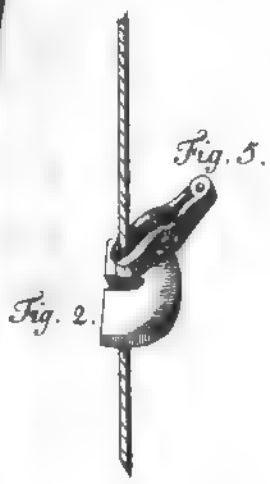


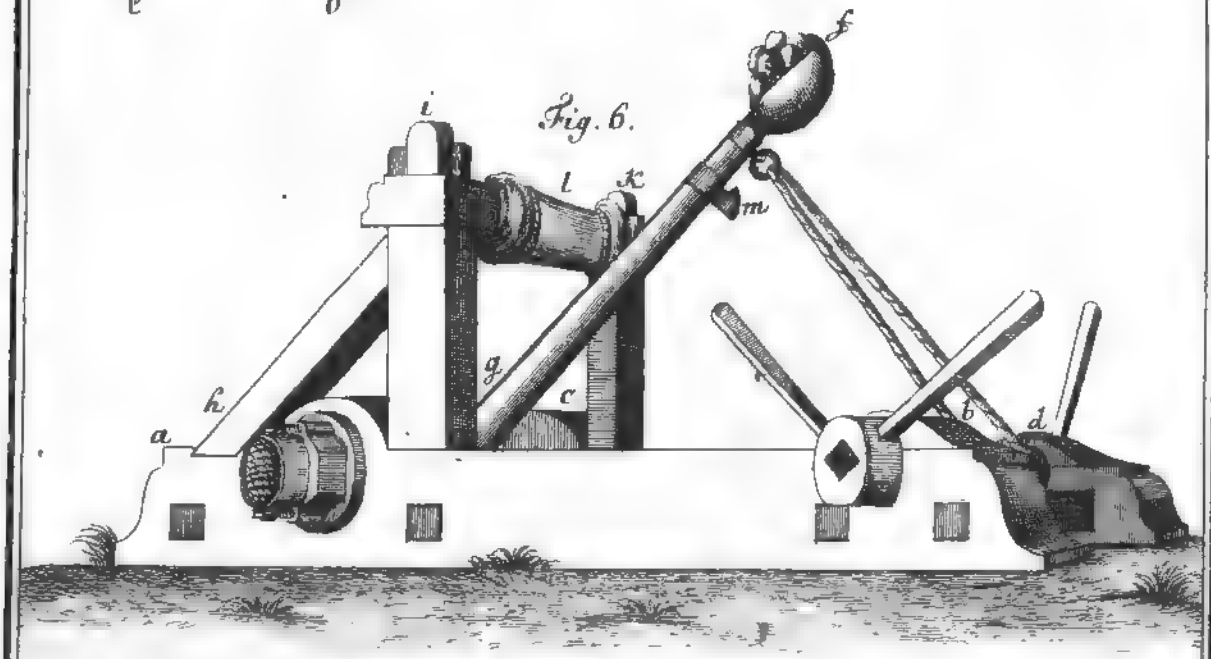
Fig. 1.
Fig. 8.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 11.
Fig. 7.
Fig. 9.
Fig. 6.



Mem. de l'Acad. 1760 Pl. 10. pag. 449.







Mem. de l'Acad 1760. Pl. 11. pag. 449.

ſi grande importance, que ſans lui aucune force de cordes, aucune ſtructure de bras ou de quelque autre piece que ce ſoit, ne peut procurer au globe l'extreme rapidité avec laquelle il eſt emporté par une eſpace de trois ſtades & au delà.

CONCLUSION.

Je m'étonne, & je crois qu'on a ſujet de s'en étonner, du degré de ſagacité auquel l'eſprit des Anciens s'eſt élevé dans l'art baliſtique qu'ils avoient pouſſé à une telle perfection qu'on ne trouve aujourd'hui rien à ſuppléer ni à corriger dans la conſtruction de leurs Machines.

Ainſi, ſi l'on ſe propoſoit d'augmenter à préſent la force ou la rapidité de machines ſemblables, il faudroit recourir, non à la ſtructure, mais à l'élaſticité des cordes. Ces cordes ſont l'ame de la baliſte; plus elles ſont foibles, plus l'action d'une baliſte, de quelque ordre qu'elle ſoit, eſt rallentie.

Au reſte, mes recherches peuvent mener à des uſages importans dans les arts méchaniques. Nous manquons de matieres élaſtiques qui puiſſent réſiſter à des poids de quintaux. Nos aciers, fuſſent-ils fabriqués par Vulcain & par les Titans, romproient au premier choc. Les poutres occupent non ſeulement un trop grand eſpace par leur maſſe, mais il n'y a aucune maniere de les gouverner. Le genre d'élaſticité que l'on indique ici peut être employé avec ſuccès par tous les Méchaniciens; toutes les autres forces lui ſont inférieures; la rapidité & la viteſſe peuvent y être également pouſſées à leur plus haut point: on eſt le maître de les placer à ſon gré partout où l'on en a beſoin; & quand ces forces défaillent, quelques tours de barillet les rétabliſſent ſans perte de tems & ſans fraix. Je conſeille donc aux Architectes, aux Tourneurs, aux Fondeurs, à ceux qui poliſſent les meules, &c. de faire revivre cet art; & je crois leur recommander par là le vrai Palladium de toute la Méchanique ancienne.

ELOGE
DE
M. LE MARECHAL DE KEITH *).

L'*Ecoſſe* a été juſqu'en 1706 un Royaume entierement ſéparé de l'*Angleterre*, quoique depuis 1603 les Rois d'*Ecoſſe* fuſſent montés ſur le Trône d'*Angleterre*. Il y avoit donc en *Ecoſſe* toutes les grandes Charges qui ſe trouvent dans un Royaume, & entr'autres celle de Marêchal. Dès le tems du Roi MALCOLME III. & par conſéquent depuis plus de 700 ans, cette Charge étoit dans la Maiſon de KEITH, comme héréditaire, & appartenant toujours à l'ainé de cette Famille, dont l'origine remonte encore à des tems fort antérieurs. Il faut bien diſtinguer ces Marêchaux héréditaires du Royaume d'avec les Marêchaux de la Cour, qui ſont toujours à la nomination de celui qui gouverne. Sans cette diſtinction on ſeroit embarraſſé en trouvant dans l'Hiſtoire, qu'il eſt quelquefois fait mention en même tems de deux Marêchaux différens pour l'*Ecoſſe*; l'un eſt alors celui du Royaume, & l'autre celui de la Cour. Il n'eſt pas beſoin de s'étendre davantage ſur les prérogatives d'une Maiſon auſſi ancienne, & en poſſeſſion d'une ſemblable Dignité. Le Roi JAQUES II. y ajouta en

*) Cet Eloge n'a pas été lû à l'Académie. Lorsqu'après la mort de M. le Marêchal, je penſai à m'acquitter de cette tâche, l'une des plus indiſpenſables dans ce genre, M. *de Maupertuis* écrivit à Mylord *Marêchal* pour le prier de me fournir des matériaux. Ce Seigneur répondit que tout ce qu'il ſavoit & pouvoit dire de ſon Frere, ſe réduiſoit à ceci: *Probus vixit, fortis obiit.* Ne pouvant mettre ſur ce beau fonds une broderie purement imaginaire, je renonçai à la compoſition de cet éloge. Mais M. *Pauli*, Profeſſeur de Halle, s'étant mis à publier les Vies des principaux Capitaines morts dans le cours de la derniere Guerre, celle de M. *de Keith* que j'y trouvai, me fit reprendre mon deſſein: & en voici l'exécution, à laquelle je crois devoir ménager une place dans nos Mémoires. On ſe ſouviendra que M. *Pauli* eſt mon garant pour tous les faits.

en 1458. le titre de Comte. *Guillaume*, Comte *Marshall*, Lord *Keith* & *Altrée*, (ces derniers noms ſont des Pairies avec les domaines qui en dépendent,) épouſa Lady *Marie Drummond*, fille du Comte de *Perth*, & en eut 1. Lady *Keith*, qui fut mariée au Comte *de Wigton*, & a laiſſé une fille qui eſt mariée avec Milord *Elphingſton*; 2. Lady *Anne Keith*, Epouſe du Comte de *Galloway*, de la Maiſon de *Stuart*, dont il reſte auſſi une fille, mariée au Marquis de *Seafort*; 3. *George*, Comte *Marshall* d'*Ecoſſe*, Lord *Keith* & *Altrée*, Gouverneur-Général pour le Roi de *Pruſſe* des Principautés de *Neufchâtel* & *Vallengin*, qui eſt actuellement en *Eſpagne*, chargé de négociations très-importantes; 4. JAQUES KEITH, dont il s'agit ici.

Il nâquit en *Ecoſſe* l'an 1696, & ayant un frere il porta ſimplement le nom par lequel on vient de le déſigner, les titres de la Famille appartenant excluſivement à l'ainé dans pluſieurs Etats de l'*Europe*. Le jeune *Keith* fut élevé avec ſoin, & on lui fit apprendre de bonne heure les choſes qui convenoient à ſon état. Il ſçavoit le *Latin* avant que de ſortir de la maiſon paternelle, & il alla enſuite à *Aberdeen*, où il y a un College qui avoit été fondé par ſon Ayeul. A l'âge de dix-neuf ans le ſon de la trompette guerriere lui fit quitter les douceurs du commerce des Muſes.

Ici ſe préſente dès l'entrée une conjoncture importante qui a décidé du reſte de ſa vie. L'*Angleterre* & l'*Ecoſſe*, comme nous l'avons déjà remarqué, étoient des Royaumes ſéparés, qui avoient chacun ſon Parlement, & dont les ſujets joüiſſoient des privileges néceſſaires pour maintenir cette liberté dont les Inſulaires de la *Grande-Bretagne* ſont ſi jaloux. Ce qu'il y a de plus fâcheux, c'eſt que les droits des Princes & ceux des Peuples n'y ſont pas exactement déterminés; ce qui les met dans un conflict perpétuel. Une des queſtions, par exemple, les plus délicates, c'eſt de ſçavoir, ſi les ſujets ont droit de ſe mêler dans ce qui concerne la ſucceſſion au Trône? On a dit & écrit une infinité de choſes là-deſſus, ſans parvenir à aucune déciſion; & l'on peut avancer que tous les troubles auxquels l'*Angleterre* a été

expoſée depuis près d'un ſiecle, procédent de cette ſource. On pourroit remonter même plus haut, & rapporter à la même cauſe la mort tragique de CHARLES I. Les effets de cette cauſe ont duré juſqu'aux menées du *Prétendant* en *Ecoſſe*, & aux mouvemens qui troublerent ce Royaume en 1715.

Les deux Freres *Keith*, ſéduits ſans doute par quelques préjugés de Nation, ou entraînés par des intérêts de famille, entrerent dans le parti de *Stuart*. Ils ne firent en cela que ſuivre l'exemple de pluſieurs Pairs, qui épouſerent la même cauſe, dès que le Comte *de Marr* eut répandu un Manifeſte pour les y inviter. Les Mécontens raſſemblerent une Armée de vingt mille hommes, & s'emparerent avec rapidité de *Perth*, de *Dundée*, d'*Aberdeen*, & d'*Inverneſs*. Leur Camp étoit devant la premiere de ces Villes. L'Armée du Roi commandée par le Duc d'*Argyle* poſa le ſien près de *Sterling*, pour couper aux Mécontens la communication avec l'*Angleterre*. *Marr* chercha vainement à faire quitter ce poſte au Général *Anglois*, afin de ſe réunir au Comte de *Derwentwater*, qui avoit auſſi formé un parti en *Angleterre*. Les *Ecoſſois* prirent encore au nom du *Prétendant* poſſeſſion de quelques places ſur la riviere de *Tuy*; un parti de 1500 hommes tâcha même de ſurprendre *Edimbourg*, mais ſans ſuccès. *Hamilton*, qui les commandoit, au défaut de la Capitale, prit *Leith*. *Argyle* étoit embarraſſé, & n'oſoit preſque faire aucun mouvement, dans la crainte que *Marr* n'en profitât pour occuper l'important poſte de *Sterling*. Celui-ci reçut même un renfort de 6000 hommes, que lui amenerent *Gordon*, & le Comte de *Seafort*; après quoi, ſe trouvant ſupérieur à l'Armée Royale, il tira vers *Dumblain*, pour s'aſſurer du paſſage de la Riviere de *Forth*, & ſe joindre à un Corps d'Armée qui étoit dans le *Northumberland*. *Argyle* voulut le prévenir, & arriva en effet le 22 Novembre à *Dumblain*, ſur lequel ſa gauche étoit appuyée, & ſa droite ſur des marais près de *Sheriff*. Ces marais étant venus à geler, le Comte *de Marr* prit la réſolution d'attaquer l'aile droite, mais la vigilance de ſon Ennemi le prévint; il fut lui-même attaqué, & après une vigoureuſe réſiſtance, mis en fuite, & pouſſé juſqu'à la Ri-

Riviere d'*Allan*. Les Mécontens étoient en même tems aux priſes avec l'aile gauche de l'Armée Royale, & avoient un plus heureux ſuccès. C'étoit là que le jeune *Keith* combattoit. On renverſa l'Infanterie ſur la Cavalerie, & les *Ecoſſois* ſe faiſant jour pendant le choc, couperent l'aile gauche d'avec la droite. La nuit ſépara les combattans, & le Comte *de Marr* abandonnant le champ de bataille ſe retira vers *Aldrok*. Les affaires des Mécontens prirent encore un plus mauvais tour en *Angleterre*. Après avoir pénétré dans le Comté de *Lancaſter*, ils ſe virent enveloppés de toutes parts par les forces du Roi, & ſe retirerent à *Preſton* où ils furent attaqués le 12 Novembre, & obligés de ſe rendre tous à la merci du Roi. C'eſt ainſi qu'un ſeul jour diſſipa tous les efforts de ce Parti. *Marr* ſe tenoit encore dans ſon Camp de *Perth*, mais ſes Troupes s'y fondoient, tandis que celles d'*Argile* reçurent un renfort conſidérable de *Hollandois*. Le *Prétendant* s'étant embarqué à *St. Malo*, arriva le 2 Janvier 1718 à *Petershead*, dans le Comté de *Buchan*, d'où il ſe rendit au Camp de *Perth*, mais ſans armes, ſans argent, & ſans troupes. La communication avec l'*Angleterre* étant interdite, perſonne ne vint le trouver; au contraire le Comte de *Seafort* & le Marquis de *Huntley* le quitterent avec les montagnards, & il ſe trouva comme aſſiégé dans le Camp. Le Général *Cadogan* ayant donné au Duc d'*Argyle* le conſeil de l'y attaquer, *Stuart* ſe retira à *Dundée*, & de là à *Montroſs*, d'où il s'échapa le 12 Fevrier, & s'enfuit ſur le même vaiſſeau qui l'avoit amené, laiſſant ainſi les biens, l'honneur, & la vie de ſes partiſans à la diſcrétion des Vainqueurs. Ils ſe ſéparerent auſſitôt, & chacun penſa à ſa ſûreté. Le Comte *de Marr*, Mylord *Marshall*, & M. *de Keith*, abandonnerent leur Patrie. Il étoit difficile de trouver un azyle, preſque toutes les Puiſſances de l'*Europe* étant en paix & en alliance avec le Roi GEORGE I. La *France* elle-même, depuis la mort de LOUIS XIV. étoit dans des principes très deſavantageux au *Prétendant*. Le Duc-Régent n'avoit garde de rompre avec l'*Angleterre*, qui pouvoit ſeule l'aider à monter ſur le Trône en cas de vacance. A peine le Pape oſa-t-il permettre à *Stuart*, de ſe réfugier, d'abord à

Avignon, & enſuite à *Urban*. Ses adhérens vinrent le trouver dans cette derniere Ville, en attendant que le ſort s'adoucît en leur faveur. CHARLES XII. Roi de *Suéde*, animé d'un déſir de vengeance contre GEORGE I. étoit leur Protecteur. Il leur promit de rétablir le Chevalier de *St. George*, à la tête d'une Armée *Suédoiſe*. Les meſures priſes par *Gyllenbourg* à *Londres*, & par *Görtz* à *la Haye*, l'auroient peut-être mis en état de tenir ſa parole, ſi la trame n'avoit été découverte en 1717, & les deux Emiſſaires arrêtés; ce qui fit avorter tout le projet. Qui ſçait pourtant encore ce que l'ALEXANDRE du *Nord* auroit tenté, ſans le coup mortel qui l'atteignit devant *Friderichshall* en 1718? Il ne reſtoit plus de reſſource aux *Jacobites*, lorsqu'*Alberoni* parut ſur la ſcene. Ce Miniſtre engagea l'*Eſpagne* à déclarer la Guerre à l'*Angleterre*; & Mrs. *Keith* n'eurent rien de plus honorable & de plus avantageux à faire que d'aller ſervir dans les Troupes *Eſpagnoles*, invités par *Alberoni*, qui leur promettoit, & à ceux du même parti, de les faire paſſer de là en *Ecoſſe*. Le *Prétendant* alla d'*Urbin* à *Rome*, & feignit de vouloir établir ſon domicile à *Boulogne*, où il envoya les Comtes *de Marr* & *de Perth*, avec *Paterſon*, qui étoit deſtiné à repréſenter ſa perſonne. Pour lui, échapant à la vigilance des *Allemands*, qui le guettoient dans les Etats du Pape, il vint à *Nettuno*, & ſe rendit de là à *Cagliari*, dans l'Iſle de *Sardaigne*, qui étoit alors au pouvoir des *Eſpagnols*. De là il prit la route de *Catalogne*, & il étoit à *Roſes*, le 15 Mars, 1719. Arrivé à *Madrit*, il fut reconnu Roi de la *Grande-Bretagne*. La Flotte appareillée pour lui étoit partie dès le 7 Mars. Elle conſiſtoit en dix Vaiſſeaux de guere, & pluſieurs Vaiſſeaux de tranſport, qui avoient à bord 6000 Soldats, la plûpart *Irlandois*. On avoit fourni des armes pour 15000 hommes, & le Duc d'*Ormond*, avec le titre de Capitaine général du Roi d'*Eſpagne*, commandoit toute l'entrepriſe, à laquelle PHILIPPE V. accordoit ſon nom.

La Providence avoit réſolu de conſerver aux *Anglois* leur Roi légitime, leurs Libertés, & leur Réligion. Une tempête près du Cap de *Finiſterre* fut ſuffiſante pour diſſiper les projets des *Eſpagnols*, & la prudence du Roi GEORGE mit les côtes à l'abri d'une deſcente.

Les

Les *Eſpagnols* furent malheureux partout; & les *Anglois*, ſous la conduite de *Cobham*, prirent *Vigos*. Quelques ſoulévemens en *Ecoſſe* furent bientôt reprimés, & les Seigneurs qui les avoient excités, obligés à prendre la fuite. Ces mauvais ſuccès cauſerent la chûte du Cardinal *Alberoni*; & en 1720 il y eut une Alliance conclue entre l'*Eſpagne* & l'*Angleterre*.

Il falut donc que le Chevalier de *St. George* cherchât une autre retraite. Quelquesuns de ſes partiſans le ſuivirent. Mais Mylord *Marshall* & M. *de Keith* prirent une autre parti. Convaincus que toutes les tentatives en faveur du *Prétendant* ne pouvoient conduire à aucune réuſſite, & lui ayant donné tous les témoignages d'attachement qu'il pouvoit attendre de leur fidélité, ils crurent avec raiſon qu'ils n'étoient pas obligés à ſe ſacrifier ſans fruit, & pour une cauſe déſeſpérée. PHILIPPE V. qui connoiſſoit le mérite & la capacité de ces deux freres, leur offrit de l'emploi dans ſes Troupes, & ils l'accepterent. L'*Europe* étoit alors en paix, mais on avoit lieu de s'attendre à voir bientôt recommencer la guerre. Le Congrès de *Cambray*, deſtiné à régler les prétentions de toutes les Puiſſances, ne ſervoit qu'à en faire naître de nouvelles. Celles ſurtout de l'Empereur CHARLES VI. & du Roi d'*Eſpagne* ne pouvoient être conciliées. Celui-ci ſe fortifia par l'alliance de l'*Angleterre* & de la *France*, & fiança l'Infante au jeune LOUIS XV. L'Empereur aliéna encore les *Hollandois* par l'érection de la *Compagnie d'Oſtende* faite en 1722. L'abdication de PHILIPPE V. en 1724 fut de courte durée par la mort du Prince auquel il avoit remis le Sceptre. L'année ſuivante LOUIS XV. au lieu d'épouſer l'Infante qui lui étoit deſtinée, prit la Fille du Roi STANISLAS, ce qui brouilla entierement les Cours de *France* & d'*Eſpagne*. Celle-ci s'unit à la Maiſon d'*Autriche*; & le Duc *de Ripperda* conclut à *Laxembourg* un Traité, auquel accéda enſuite l'Impératrice CATHERINE de *Ruſſie*. Toutes les négociations de *Cambray* furent infructueuſes, & l'*Europe* avoit les yeux ouverts ſur les grands événemens auxquels on avoit lieu de s'attendre. L'Alliance conclue à *Hanovre* rétablit l'équilibre, que celle de *Laxembourg* avoit

avoit rompu. L'*Angleterre* équipa diverſes Flottes, & les *Eſpagnols* commencerent les hoſtilités par le ſiége de *Gibraltar*. Les flammes de la guerre auroient cauſé le plus grand incendie, ſans les inclinations pacifiques du Cardinal *de Fleury*. Il propoſa un nouveau Congrès, qui devoit d'abord être tenu à *Aix*, mais qu'on transféra à *Soiſſons*, pour faire plaiſir à cette Eminence.

Les eſpérances de M. *de Keith* s'évanouïſſoient de nouveau par le retour de la paix. Avec cela ſon avancement en *Eſpagne*, où il étoit déjà parvenu au rang de Colonel, étoit à peu près impoſſible à cauſe de ſa Religion. Il étoit *Proteſtant*. La Cour lui fit même déclarer formellement, que tant que cet obſtacle ſubſiſteroit, il ne pourroit recueillir le fruit de ſes ſervices. Il ne crut pas devoir céder à un ſemblable motif, & il aima mieux chercher un autre climat, où les qualités militaires décidaſſent ſeules du rang d'un Officier. Il ſe détermina pour celui de *Ruſſie*, & ne demanda d'autre récompenſe à la Cour de *Madrit* qu'une recommendation pour celle de *Petersbourg*. On peut juger qu'il l'obtint aiſément, & elle fut conçue dans les termes les plus forts. Auſſi l'Empereur lui donna-t-il ſur le champ le Brevet de Général Major, qu'il reçut encore à *Madrit*.

Arrivé en *Ruſſie* en 1729. M. *de Keith* gagna d'abord les bonnes graces du jeune Souverain PIERRE II. qui lui donna la Lieutenance-Colonelle d'un nouveau Régiment des Gardes, qui venoit d'être levé, & dont le Comte *de Löwenwolde* étoit Colonel. Il ſe conduiſit ſi bien dans ce poſte, qu'il fut fait Colonel au départ de celui qui l'étoit. La révolution qui arriva bientôt après, ne fit pas le moindre tort à ſon avancement, parce qu'il fit toujours le devoir d'un brave Officier, ſans ſe mêler dans aucune intrigue d'Etat. ANNE IVANOWNA, qui monta ſur le Trône après la mort de PIERRE II. arrivée en 1730. le confirma dans tous ſes Emplois, quoique l'Empire *Ruſſe* fût en paix. Dès l'an 1733. elle eut ſujet de ſe féliciter d'avoir gardé M. *de Keith* à ſon ſervice. L'Election au Trône de *Pologne* donna lieu à une guerre, dans laquelle la *Ruſſie* prit le parti d'AUGUSTE,

GUSTE, Fils du Roi qui venoit de mourir, contre STANISLAS. Le Général *Lascy* eut ordre d'entrer en *Lithuanie* avec une Armée; & lorsque STANISLAS eût été élu le 12 Septembre, les Troupes *Russes* pénétrerent en *Pologne*. M. *de Keith* servoit sous son digne compatriote, & avoit toute sa confiance. Les *Russes* forcerent STANISLAS & ses adhérens à s'enfuir de *Varsovie* le 22 de Septembre, & à passer la *Vistule*. Le 5 d'Octobre une nouvelle élection se fit en faveur d'AUGUSTE. Le 9. l'Armée de *Lascy* passa le Fleuve sur un pont de bateaux, & le 10 elle entra dans *Varsovie*. On laissa 15000 hommes en *Pologne* sous le commendement de *Lubras*, & *Lascy* avec le reste de l'Armée entra en *Prusse*. *Thorn* fut assiégé le 17 de Janvier, *Dantzig* investi en Février, & *Munich* se rendit devant cette derniere Ville en Mars. La tranchée fut ouverte le 20. La Ville de *Dantzig* fit tout ce qu'elle put pour la défense de STANISLAS; mais, ayant été mal soutenue par la *France*, ce Prince fut obligé de s'échaper, & la Ville se rendit à composition le 7 de Juillet. M. *de Keith* se distingua beaucoup pendant ce siége. Aussi fut-il déclaré Lieutenant-Général au mois de Novembre 1734.

La Guerre d'*Allemagne* suivit celle de *Pologne*, & l'Impératrice ANNE envoya 14000 hommes au secours de ses Alliés en 1735, *Lascy* les commandoit encore, & *Keith* étoit immédiatement au-dessous de lui. Mais, avant qu'ils eussent pu agir, la Paix se négocioit à *Vienne*, & fut conclue le 3 d'Octobre 1735. L'Armée *Russe* s'en retourna, prenant sa route par l'*Ukraine*, où d'autres Troupes de la même Nation s'étoient déjà rendues en 1735. *Munich* en prit le commandement en Mars 1736, & commença les opérations de la guerre contre les *Tartares* avant que *Lascy* & *Keith* fussent arrivés.

La cause de cette guerre consistoit dans le peu d'attention que la *Porte* avoit fait aux plaintes réitérées de la Cour de *Russie* sur les incursions & les brigandages des *Tartares*. N'ayant obtenu aucune satisfaction, elle résolut de se la procurer à main armée. Avant la fin de Mars 1736, *Munich* étoit devant *Asoph*. Les *Tartares* s'étant

approchés pour ſecourir la Place, *Munich* alla à leur rencontre, laiſſant le commandement du ſiége au Général *Lewaſchew*. Pendant ce tems-là *Laſcy* ſe rendit devant *Aſoph*, où il étoit le 4 de Mai. Ayant l'ancienneté ſur *Lewaſchew*, il prit le commandement, fit ouvrir la tranchée, & une bombe ayant mis le feu le 19 Juin au Magazin à poudre, le Commandant fut obligé de ſe rendre le lendemain. *Munich* de ſon côté battit les *Tartares*, força leurs lignes à *Précop*, & obligea cette Place à ſe rendre à diſcretion le 19 de Mai. Ce Général entra tout de ſuite dans la *Crimée*, où il livra des combats qui ſe renouvelloient presque tous les jours. Après avoir encore pris en Juin *Koslow* & *Bacicſaray*, il revint à *Précop* le 7 Juillet, fit raſer cette Place avec les lignes des *Tartares* le 7 d'Août, & revint en *Ukraine*. Le 16 de Septembre, il paſſa la riviere de *Samara*, & mit ſes Troupes en quartier d'hiver le long du *Dnieper*. S'étant rendu le 19 de Septembre à *Petersbourg*, il remit à M. *de Keith* le commandement en chef de toutes les Troupes *Ruſſes* qui étoient dans l'*Ukraine*. C'étoit le charger d'une des commiſſions les plus pénibles qu'on puiſſe imaginer, & qui demandoit toute la prudence & toute l'expérience du plus habile Général. Il eut à préſerver les Soldats d'une maladie contagieuſe qui faiſoit alors de grands ravages, à les mettre à couvert des courſes perpétuelles des *Turcs* & des *Tartares*, & à les équiper de tout ce qui étoit néceſſaire pour la campagne prochaine. M. *de Keith* étoit peut-être le ſeul homme au monde qui pût remplir cette tâche; & il le fit ſi bien que tout étoit prêt pour ouvrir la campagne de 1737 beaucoup plutôt que de coutûme, ſi la durée d'un froid violent ne s'y étoit oppoſée.

Munich ſe rendit à l'Armée en Mars 1737, & le Prince Antoine Ulrich de Brunswick l'accompagna. Le Général en chef ſe chargea de la guerre contre les *Turcs*, & laiſſa à M. *de Laſcy*, le ſoin de combattre les *Tartares*. M. *de Keith* fut employé dans la grande Armée de *Munich*. Ayant paſſé le *Dnieper* au commencement de Mai, & le *Bog*, (ou l'*Hypanis*,) le 20 de Juin, elle alla mettre le ſiege devant *Ockzakow*, où il y avoit une garniſon de 20000 hommes.

hommes. *Löwendahl* l'inveſtit le 30 de Juin, & les travaux furent pouſſés avec beaucoup de vigueur. La Place fut priſe d'aſſaut le 2 de Juillet. M. *de Keith* s'expoſa continuellement dans cette occaſion, auſſi fut-il dangereuſement bleſſé; & cela le mit hors d'état de ſervir le reſte de la campagne, pendant lequel il ne ſe paſſa non plus rien d'important. *Munich* ſe rendit devant *Bender;* mais les *Turcs*, qui ne vouloient pas en venir à une bataille déciſive, avoient fait le dégât dans le païs; ce qui, joint à la ſaiſon avancée, obligea de ramener l'Armée, qui au commencement d'Octobre revint prendre ſes quartiers d'hiver le long du *Dnieper*. Les *Turcs* voulurent reprendre *Ockzakow* au milieu d'Octobre, mais la belle réſiſtance du Général *de Stoffel* fit avorter leur deſſein. L'Armée commandé par *Laſcy* fit des progrès étonnans en *Crimée* pendant cette campagne, & la Flotte *Ruſſe* fut aux priſes avec celle des *Turcs*.

Les bleſſures de M. *de Keith* le tinrent hors du ſervice pendant le reſte de cette guerre. La campagne de 1738. fut malheureuſe pour les *Ruſſes* de tous côtés. Les *Tartares* à la vérité ne purent pas empêcher *Laſcy* de pénétrer en *Crimée;* mais *Munich* perdit beaucoup de monde, & fut obligé d'abandonner *Oczackow*, après avoir fait ſauter les ouvrages. L'Amiral *Brodel* vit périr preſque toute ſa Flotte, & cela obligea *Laſcy* de ſortir de la *Crimée*. L'année 1739 fut un peu plus favorable. *Munich* prit une autre route, battit les *Turcs* près de *Choczim*, paſſa le *Pruth*, prit *Juſſy* & toute la *Moldavie;* & pendant ce tems-là *Laſcy* rentra pour la quatrieme fois en *Crimée*. Tout cela fut pourtant inutile, parce que l'Empereur CHARLES VI. allié de la *Ruſſie*, fut forcé par une ſuite de revers à conclure la Paix de *Belgrade;* & les *Ruſſes*, dans la néceſſité d'y accéder, rendirent tout ce qu'ils avoient conquis *).

*) Parmi les oeuvres mêlées du Comte *Algarotti*, on trouve un *Saggio di Lettere ſopra la Ruſſia*. Ces Lettres ont été écrites dans le cours de l'année 1739. M. *Algarotti*, qui fit alors le voyage de Ruſſie, les adreſſoit à Milord *Harvey*. Dans la cinquieme de ces Lettres, il lui parloit de quatre Généraux du premier ordre que la Ruſſie poſſédoit alors; Mrs. *de Löwendahl*, *de Keith*, *Laſcy* & *Munich*. Ce qu'il

La ſanté de M. *de Keith* étant toujours dérangée, il alla chercher à ſe rétablir en *France*. Il y a lieu de croire qu'il étoit auſſi chargé de quelques affaires d'Etat, rélativement à la guerre qui ſe préparoit entre la *Suede* & la *Ruſſie*. Ce qu'il y a de certain, c'eſt qu'il eut ordre de paſſer, dès que ſes forces le lui permettroient, de *France* en *Angleterre*, & d'y traiter des affaires dont on vient de parler. Il arriva à *Londres* en Fevrier 1740, & fut préſenté le 5 du mois à Sa Majeſté qui le reçut fort gracieuſement. On ne vit plus en lui le rebelle de *Preſton:* il fut reçu comme un grand Général, & comme le Miniſtre d'une grande Puiſſance. De ſon côté il témoigna qu'il reconnoiſſoit GEORGE II. pour Souverain légitime, & la Succeſſion de la Maiſon d'*Hanovre* comme la ſeule fondée en droit. Le 14 de Mai il eut ſon audience de congé, mais il reſta encore quelque tems à *Londres*.

Sur ces entrefaites la Paix entre la *Ruſſie* & la *Porte* fut conclue, & célébrée à *Petersbourg* le 25 de Février avec de très grandes ſolemnités. L'impératrice fit des préſens conſidérables à tous ceux qui s'étoient diſtingué pendant la guerre; & M. *de Keith*, quoiqu'abſent, ne fut pas oublié: il eut une épée d'or de la valeur de 6000 Roubles. On ne crut pas ſes ſervices aſſez récompenſés par-là; & au mois de Mars il eut le Gouvernement de toute l'*Ukraine*. Etant parti le 18 Mai de *Londres*, il vint d'abord à *Petersbourg*, d'où il ſe rendit au mois de Juillet dans la Province qui lui étoit confiée.

L'Impératrice ANNE mourut le 28 d'Octobre 1740, & ſa mort eut des ſuites importantes. Tout plia ſous *Biron;* il n'y eut que Mrs. *de Keith* & *Donduc-Ombo* qui firent difficulté de reconnoître ſon autorité. Le Gouverneur de l'*Ukraine*, fort chéri des peuples nombreux qui éprouvoient ſous lui des douceurs qui leur avoient été juſqu'alors inconnues, ne pouvoit pas être réduit par la force, d'autant

qu'il dit de M. *de Keith*, mérite de trouver place ici: & ce peu de lignes vaut un éloge des plus étendus: *Keith, uomo di peſatiſſimo giudicio, che con la dolcezza ha ottenuto degli officiali Ruſſi più ſommiſſi ne, che qualunque altro con la fevertà, che in mezzo all'armi non ha punto trafcurato le lettere, e congiunge con la pratica della guerra la teoria più ragionata, e più profonda.*

tant plus qu'il reſpectoit l'autorité de l'Empereur IWAN, & ne déclinoit que celle de ſon Tuteur. M. *de Keith* n'eut pas longtems à demeurer dans cette ſituation; l'autorité de *Biron* ne dura que vingt-deux jours, au bout desquels la Mere du jeune Empereur prit les rênes du Gouvernement. Cette révolution maintint notre Gouverneur dans ſon poſte.

Une nouvelle guerre avec la *Suede* qui parut inévitable à la Régente, rendit M. *de Keith* néceſſaire; & il reçut encore une épée plus précieuſe que la précédente. La *Suede* en effet publia ſa déclaration de guerre au commencement du mois d'Août, & à la fin du même mois la *Ruſſie* en fit autant; mais, par une prérogative du pouvoir deſpotique, la *Ruſſie* fut bien plutôt prête à entrer en campagne que la *Suede*. Le Feld-Marêchal *Laſcy* parut devant *Wibourg* à la tête de 50000 hommes. Il avoit dans ſon Armée les meilleurs Généraux, au premier rang desquels M. *de Keith* méritoit inconteſtablement d'être mis. Une partie de l'Armée *Ruſſe* alla attaquer le 3 de Septembre l'avantgarde *Suédoiſe*, commandée par *Wrangel*, & retranchée ſous le canon de *Wilmanſtrand*. Les *Suédois* combattirent comme des lions, mais les *Ruſſes* ne montrerent pas moins de courage, & demeurerent vainqueurs. M. *de Keith* fit des prodiges; & la Cour qui en fut inſtruite, prit cette occaſion pour augmenter conſidérablement ſes revenus annuels.

Après cette Action, *Laſcy*, maître de *Wilmanſtrand*, revint devant *Wybourg*; mais s'étant rapproché avec le gros de l'Armée de *Petersbourg*, il laiſſa *Keith* devant cette Place avec le reſte des Troupes, ayant ſous lui les Généraux *Staffel* & *Fermor*. On ne pouvoit lui témoigner plus de confiance que de le laiſſer expoſé à toutes les forces de *Suede*, qui s'approchoient pour faire lever le ſiege de *Wybourg*.

Pendant ce tems-là, la Capitale de l'Empire *Ruſſe* étoit le théatre d'une nouvelle révolution. ELISABETH, Fille de PIERRE LE GRAND, monta ſur le Trône le 25 de Novembre 1741. n. ſt. M. *de Keith* reconnut ſans balancer cette nouvelle Souveraine; & à l'exem-

ple de *Lascy*, ſon ami & compatriote, il prêta le ſerment de fidélité. Bientôt après l'avénement d'ELISABETH, il y eut des négociations de Paix entamées entre la *Ruſſie* & la *Suède;* & pour les favoriſer, on convint d'une treve. Mais, les prétenſions des *Suédois* ayant paru trop fortes, dès que la trève fut expirée le 11 de Mars 1742, les hoſtilités recommencerent. Les *Ruſſes* pénétrerent par trois endroits dans la *Finlande*, & y mirent tout à feu & à ſang, quoique leur deſſein fût de garder cette Province. Après divers mouvemens des Armées, celle de *Ruſſie* entoura tellement le Camp *Suédois* à *Helſingfort*, que les Généraux ainſi renfermés furent obligés de conclurre une Convention le 4 de Septembre, par laquelle l'Armée *Suédoiſe* obtint la liberté de retourner par eau en *Suéde*, à condition que la *Carélie* & le *Nyeland* reſteroient aux *Ruſſes*. Ceux-ci firent encore pluſieurs conquêtes avant que d'entrer en quartier d'hiver; & M. *de Keith* ſe rendit à tems à *Petersbourg*, pour aſſiſter aux réjouiſſances qu'y occaſionnerent le 25 d'Octobre les heureux ſuccès de cette campagne.

Il paroît que vers ce tems-là quelques uns des principaux Etrangers qui étoient au ſervice de *Ruſſie*, eurent des mécontentemens qui les obligerent de demander leur congé. Ce qu'il y a de certain, c'eſt qu'à la fin de cette année Mrs. *de Lœwendahl*, *Lacwen*, *Duglas*, & quelques autres, voulurent ſe retirer. M. *de Keith* fut de ce nombre, & ce ne put être que par de très-fortes raiſons, ayant été traité juſqu'alors avec tant de diſtinction, & la guerre n'étant pas encore finie. L'Impératrice fut touchée de ſa perte, & tâcha de le conſerver, en lui donnant l'*Ordre de St. André* (il avoit déjà celui de *St. Alexandre*,) & en lui offrant le commandement en chef contre les *Perſes*. M. *de Keith* s'excuſa d'accepter cet emploi; mais il reçut l'Ordre avec reconnoiſſance, & conſentit à demeurer au ſervice de *Ruſſie*: exemple qui fit tant d'impreſſion ſur les autres Généraux étrangers qu'ils le ſuivirent.

Les Armes *Ruſſes* en profiterent. La Succeſſion au Trône de *Suéde* fit naître des difficultés, qui traînerent en longueur par la voye

des

des négociations, & qui aboutirent enfin à une nouvelle guerre. Ce qui ſe paſſa en *Oſtbothnie* entre le Général Suédois *Freudenfeld*, & le Général *Ruſſe Stoffel*, ne fut pas de grande conſéquence. M. *de Keith* ſe rendit au mois de Mars 1743 à *Abo*, & s'empara de l'Isle d'*Aland*, à dix-huit milles de *Stockholm*. La *Ruſſie* réſolut de faire une deſcente en *Suède*, comme on en avoit fait en 1719 & 1729. *Loſcy*, *Lewaſchew* & *Keith*, eurent le commandement des Troupes qui étoient à bord des Galeres. *Keith* avec ſon Eſcadre fut le premier qui apperçut les Galeres *Suedoiſes*, mais le vent ne lui permit pas de les attaquer. Peut-être auſſi que les négociations qui duroient toujours, empêcherent de pouſſer la guerre plus vivement. Cependant il y eut le 30 Mai un combat naval très ſanglant entre l'Eſcadre de *Keith*, & celle de *Suéde* commandée par *Rayalin*. Le premier avoit eu la précaution de placer ſur terre une batterie qui faiſoit feu ſur les Vaiſſeaux *Suédois*, & les foudroyoit. L'action dura juſques bien avant dans la nuit, & à la fin l'Eſcadre *Suédoiſe* fut obligée de ſe retirer. Là-deſſus les Galeres *Ruſſes* paſſerent devant la Flotte *Suedoiſe* entiere, & allerent en joindre d'autres qui étoient à la rade de l'Isle d'*Aland*. Cependant la *Ruſſie* ne vouloit pas en venir aux dernieres extrémités avec la *Suede*, de peur que le déſeſpoir ne lui fit renouveller l'Alliance de *Calmar*, à quoi le Clergé & les Païſans étoient aſſez diſpoſés, comme on pouvoit en juger par divers mouvemens qui s'excitoient en *Dalécarlie*. Afin de prévenir ce coup, l'Impératrice propoſa pour ſuccéder au Trône le Prince ADOLPHE FRÉDERIC DE HOLSTEIN-GOTTORP, alors Evêque de *Lubek*; & dans le deſſein de mieux appuyer cette propoſition, elle offrit de rendre preſque toutes les conquêtes faites en *Finlande*. Comme la *Suéde* avoit un extrême beſoin de la Paix, on en regla les Articles le 27 Juin 1743, & l'élection du Succeſſeur au Trône ſe fit le 4 de Juillet ſuivant, à la ſatisfaction commune des Etats qui s'y intéreſſoient.

Le *Dannemarc* ſeul en paroiſſoit mécontent, & faiſoit les plus grands préparatifs de guerre. La *Suéde* demanda du ſecours à la *Ruſſie*. ELISABETH accorda dix mille hommes, & en donna le commandement

mandement à M. *de Keith*, qui avoit ſous lui Mrs. *de Soltikow*, *Lapuchin* & *Stuart*. Le Général s'embarqua avec ſes Troupes en *Finlande*, & vint au mois d'Octobre devant *Stockholm*. Le Roi FRÉDERIC vit paſſer en revue ce Corps d'Armée, & lui aſſigna des quartiers d'hiver. *Keith* entra dans *Stockholm* avec les autres Généraux le 24 d'Octobre, & y fut traité avec beaucoup de diſtinction. Il étoit chargé d'une double fonction, de commander les Troupes, & d'être Pléniporentiaire de ſa Souveraine à la Cour de *Suéde*. Il s'acquitta de l'une & de l'autre au contentement des deux Cours. Sa probité reconnue lui attiroit une pleine confiance de la part de tous ceux qui avoient à traiter avec lui. Mais auſſi il ne pouvoit ſouffrir en d'autres la moindre trace d'obliquité; & dans quelques occaſions il s'en eſt plaint hautement. Le Roi, & le Succeſſeur déſigné, s'empreſſerent à l'envi à témoigner leur eſtime à M. *de Keith*. Le jour de l'an, le Monarque lui fit préſent d'une magnifique épée; & lorsqu'il prit ſon audience de congé, après avoir heureuſement terminé toutes les affaires, le 23 de Juin, il reçut encore une épée, le portrait du Prince Succeſſeur, & deux mille ducats. Les Troupes *Ruſſes* reprirent le 2 d'Août la route de leur Païs, & l'Impératrice fit au Général pacificateur l'accueil le plus gracieux.

Lorsqu'en 1745 le Roi de *Pruſſe* entra en *Saxe*, pour prévenir les deſſeins que ſes Ennemis avoient formé ſur la *Siléſie*, le Roi de *Pologne* implora le ſecours de la *Ruſſie*, dont l'Impératrice fit aſſembler des Troupes en *Livonie* & en *Courlande*, afin qu'elles puſſent avancer ſelon le beſoin. M. *de Keith* en fut déclaré le Chef, ayant ſous lui Mrs. *de Brilly*, *Soltikow*, *Lapuchin*, *Stuart* & *Brouton*. La bataille de *Keſſelsdorf* & la priſe de *Dreſde* eurent bientôt terminé cette guerre; & la *Ruſſie* parut convaincue que le Monarque *Pruſſien* n'avoit fait que ſe ſervir des droits de la plus légitime défenſe. Cela n'empêcha pourtant pas que le Miniſtere *Autrichien* ne gagnât celui de *Ruſſie*, & ne l'engageât en 1746 dans une Alliance contre la *Pruſſe*. Au mois de Juillet de la même année, ELISABETH avec toute ſa Cour fit

un

un voyage d'apparat en *Livonie*, & arriva le 16 à *Narva*, où Elle fit la revue d'une partie de ſes Troupes, M. *de Keith* étant à leur tête.

Mylord *Marshall* rendit en 1747 une viſite à M. *de Keith* en *Ruſſie*. Les deux freres prirent alors la réſolution d'achever leur vie enſemble. M. *de Keith* s'y détermina d'autant plus volontiers, qu'il croyoit la *Ruſſie* en paix pour une longue ſuite d'années. Cette Cour étant auſſi dans les mêmes idées, eut moins de répugnance à ſe priver d'un Général qui lui avoit rendu de ſi grands ſervices. M. *de Keith* demanda donc ſon congé, & l'obtint. Il quitta *Peterſbourg*, paſſa par *Copenhague*, & ſe rendit à *Berlin*, où, dès le premier entretien, le Roi ſentit tout le prix de l'acquiſition qu'il pouvoit faire en ſa perſonne. Il en ſaiſit l'occaſion avec d'autant plus d'empreſſement, que les deux Cours de *Ruſſie* & de *Pruſſe* concevoient déjà de nouvelles défiances l'une de l'autre, & qu'il y avoit lieu de s'attendre que tôt ou tard elles ſe brouilleroient. Il étoit par conſéquent très important de s'aſſurer d'un des meilleurs Généraux du ſiecle, & de l'ôter pour jamais à l'Ennemi. M. *de Keith* fut déclaré Feld-Maréchal le 18 de Septembre 1747, & au mois d'Octobre 1749 le Roi joignit à cette Dignité celle de Gouverneur de *Berlin*, & l'*Ordre de l'Aigle noir*. Ses appointemens furent fixés à 12000 écus, ſans compter pluſieurs émolumens, & les gratifications qu'il reçut de tems en tems.

A peine M. *de Keith* fut-il à *Berlin* que ſon mérite y fut admiré, & ſes talens en tout genre reconnus. L'*Académie Royale* s'empreſſa d'orner ſa Liſte d'un nom ſi illuſtre, & l'aggrégea au rang de ſes Membres honoraires.

Il paſſa ainſi quelques années dans les douceurs d'un repos, le ſeul qu'il ait preſque goûté pendant toute ſa carriere; & il fit voir qu'il ne poſſédoit pas moins les vertus du Citoyen que les qualités du Héros. La Providence vouloit cependant qu'il rentrât dans la ſcene des combats, & qu'il y terminât ſa glorieuſe vie. Au mois d'Août 1756, lorſque le Roi occupa la *Saxe*, M. *de Keith* l'accompagna. La colonne qu'il commandoit vint ſe réunir aux autres devant *Pirna*.

De là on entra en *Boheme*, & M. *de Keith* étant arrivé au Camp d'*Auſſig* le 19 de Septembre, y prit le commandement en chef. Le Roi arriva le 28. & la Bataille de *Lowoſitz* fut donnée le 1 d'Octobre. Le Maréchal fut pendant toute cette action à côté du Roi, c'eſt à dire, au milieu des dangers. FRÉDERIC étant revenu en *Saxe*, le 13 d'Octobre, *Keith* garda le commandement en *Boheme*. Il eut ordre de ſon Maître de ramener les Troupes en *Saxe*. Etant parti de *Lowoſitz*, il rejoignit le Roi à *Lunay* le 23 d'Octobre; & l'Armée prit ſes quartiers d'hiver. Arrivé à *Dreſde* avec le Roi, le 14 de Novembre, M. *de Keith* fut chargé d'aller complimenter de la part du Monarque la Reine de *Pologne* & la Famille Royale; & il eut une commiſſion ſemblable le 9 de Décembre, à l'occaſion du jour de naiſſance du Roi de *Pologne*, auſſi bien que le premier jour de l'an 1757. Ce Guerrier ſi redoutable paroiſſoit alors le plus poli des Courtiſans. Mais c'eſt pourtant aux champs de Mars qu'il faut retourner pour lui payer le tribut d'admiration qu'il mérite. Le grand Général *Brown* ne le lui refuſoit pas, & avoit pour lui la plus haute eſtime. *Keith* juſtifia à tous égards, pendant le cours de cette guerre, la haute réputation qu'il avoit acquiſe dans toutes celles où il avoit d'abord ſervi, & enſuite commandé.

La Campagne de 1757 ſera à jamais mémorable dans les Annales du Monde, & notre Héros y joua un des principaux rôles. Les *Pruſſiens* pénétrerent par quatre endroits, dans la *Boheme; Keith* étoit avec le Roi. Après diverſes marches, l'avantgarde *Pruſſienne* ſe trouva ſur la Montagne blanche, devant *Prague*. La bataille donnée au pied des murs de cette Ville fut gagnée par les *Pruſſiens;* & la plus grande partie de l'Armée vaincue ſe jetta dans *Prague*. On l'y aſſiégea, & le côté le plus vif des attaques fut celui où le Maréchal commandoit. Sans donner ici un journal de ce Siége, il ſuffira de parler de la furieuſe ſortie que M. *de Keith* eut à eſſuyer. Après des efforts incroyables de valeur de part & d'autre, les Ennemis furent repouſſés avec une grande perte juſqu'à trois cens pas au-delà du chemin couvert. La tête & le bras de M. *de Keith* terminerent glorieuſement

ſement cette action, qui dura pluſieurs heures; & il eut la gloire d'être admirablement ſecondé par le Prince FERDINAND, Frere du Roi. Cette premiere ſortie ſe fit la nuit du 23 au 24 Mai. Il y en eut une autre la nuit du 27 au 28, qui ne réuſſit pas mieux aux Ennemis. Le ſiége continuoit toujours, & il avançoit même; mais il étoit preſqu'impoſſible d'eſperer la réduction d'une auſſi grande Ville, bien fortifiée, & défendue par 40000 hommes. Ces difficultés jointes à l'échec de *Collin* le 18 de Juin, obligerent de lever le ſiége de *Prague*. Dès le 19 on emmena la groſſe Artillerie, & le 20 l'Armée fut en marche. M. *Le Grand*, à préſent Général-Major *), porta à M. *de Keith*, (dont il a été Ajud.nt-Général en *Ruſſie*,) les ordres du Roi, pour faire la retraite; & elle ſe fit dans le meilleur ordre du monde, ſans la moindre perte, malgré toutes les tentatives des Ennemis. *Keith* ne montra pas moins d'intelligence de ſon métier dans cette occaſion que dans toutes les autres. Les Troupes qu'il conduiſoit, arriverent le 22 à *Budin*, & le 25 elles prirent un Camp, dont la droite étoit appuyée ſur *Lowoſitz*, & la gauche ſur *Leutmeritz*. Le Roi y arriva le 20. & alla le 29. ſe joindre au reſte de l'Armée à *Bautzen*. M. *de Keith* demeura en *Boheme* avec 16000 hommes; & ayant tiré de ce Royaume les ſubſiſtances néceſſaires pour les envoyer en *Saxe*, il rentra dans l'Electorat, & alla ſe réunir au Roi le 12 d'Août en *Luſace* près de *Bautzen*.

Pendant ce tems-là *Soubiſe* & les *François* s'approchoient de la *Saxe*. Le Roi s'avança pour couvrir ce Pais, & le Maréchal l'accompagna. Ils vinrent juſqu'à *Hirſchfeld* avec une Armée fort foible, parce qu'il avoit fallu laiſſer un Corps au Prince FERDINAND *de Brunſwick* pour tenir *Richelieu* en reſpect, & un autre au Prince MAURICE pour avoir l'oeil ſur le Général *Hadick*. Celui-ci fit pourtant une apparition devant *Berlin*, dont le Roi fut inſtruit au Camp de *Naumbourg*. Les ennemis crurent que le moment étoit venu de fondre ſur FRÉDERIC & de l'accabler. Le Roi vola au ſecours de ſes Etats avec une partie de ſa petite Armée, & ne laiſſa par conſéquent

 qu'une

*) J'écrivois ceci en 1760

qu'une poignée de monde au Maréchal pour réſiſter aux forces de *Soubiſe*, combinées avec les Troupes de l'*Empire*. Il ſe replia ſur *Leipzig*, & enviſagea d'un oeil intrépide tous les mouvemens d'un Ennemi qui lui étoit ſi ſupérieur en nombre. Ayant même fortifié ſon Corps, il ſe rapprocha, vint à *Halle*, jetta des ponts ſur la *Saale*, pour faire paſſer ſes Troupes, & le 3 de Novembre il joignit le Roi à *Rosbach*. Deux jours après fut remportée par les *Pruſſiens* l'une des plus célébres victoires de cette guerre. Le combat, qui ne dura qu'une heure & demie, fut ſuivi de la déroute la plus complette. On prétend que ſix bataillons *Pruſſiens* de l'aile gauche, les ſeuls qui allerent au feu, déciderent du ſort de cette mémorable journée, où M. *de Keith* ceignit ſa tête d'un nouveau laurier.

Le Roi vole en *Siléſie*, & jour pour jour un mois après, défait les *Autrichiens*, comme il avoit défait les *François* à *Rosbach*, achevant cette année d'une maniere dont il n'y a point d'exemple dans l'Hiſtoire. *Keith* n'avoit pas été inutile. Il avoit pris le Magazin de *Leitmeritz*, en prévenant d'un jour le Général *Marſchall*, qui accouroit pour le ſauver. *Prague* trembla, & crut voir les *Pruſſiens* de nouveau devant ſes murs. Mais la ſaiſon étoit trop avancée. M. *de Keith* rentra en *Saxe*, & arriva à *Chemnitz*, ſans avoir perdu un ſeul homme, le 5 de Décembre, jour où ſon Maître gagnoit la bataille de *Liſſa*, ou *Leuthen*, qui fut ſuivie de la repriſe de *Breslau* & de *Lignitz*.

Plus M. *de Keith* ſervoit le Roi, plus le Roi ſentoit combien ſes ſervices lui étoient utiles. Il voulut conférer avec lui ſur les opérations de la campagne prochaine, au commencement de 1758. Le 15 de Mars le Roi quitta *Breslau* pour ſe rendre à ſon Armée, qui occupoit les montagnes par leſquelles la *Siléſie* eſt ſéparée de la *Boheme*. *Schweidnitz* fut arraché aux Ennemis le 16 d'Avril. Toute l'Armée *Pruſſienne* ſe raſſembla enſuite aux environs de *Landshut*. M. *de Keith* eut ordre d'inveſtir *Olmütz*, qui fut bientôt aſſiégé dans les formes. Ce ſiége fut meurtrier, & traverſé par divers obſtacles, qui obligerent enfin à le lever. M. *de Keith* dirigea encore cette opération

tion, & le fit avec tout le ſuccès qu'on pouvoit eſpérer. Il y eut pendant ſa retraite diverſes actions, où le Maréchal ſe montra tel qu'il avoit toujours été. L'Armée *Pruſſienne* demeura à *Kœnigsgrætz* juſqu'au commencement d'Août, & rentra en *Siléſie*, lorsqu'il fut queſtion de s'oppoſer aux progrès des *Ruſſes*.

Une maladie empêcha M. *de Keith* de ſuivre le Roi, & de ſe trouver avec lui à la bataille de *Zorndorff*. Mais, s'il échapa aux dangers dont il y auroit été menacé, ſa fin n'en étoit pas moins prochaine, & la mort voloit, pour ainſi dire, autour de lui, prête à le frapper d'un coup funeſte. A peine rétabli, il vint trouver à *Breslau* le Roi, qui, auſſitôt après la victoire remportée ſur les *Ruſſes*, étoit venu prendre les meſures néceſſaires pour détruire également les projets du Maréchal *Daun*. Le 11 d'Octobre, le Maréchal étoit à *Radewitz*, amenant un grand convoi à l'Armée du Roi. *Daun* épioit le moment de battre les *Pruſſiens*, ſans le trouver. Il crut que la nuit lui ſeroit plus favorable que le jour, & vint en effet à bout de ſurprendre le Camp des *Pruſſiens* entre *Bautzen* & *Hochkirck*, le 14 d'Octobre avant la pointe du jour. Le bruit de la groſſe Artillerie réveilla M. *de Keith*, qui fut auſſitôt à cheval, & ſe porta où ſa préſence étoit néceſſaire, & par conſéquent au fort du danger. Trois fois les *Autrichiens* plierent ſous l'effort de ſon bras. Les ténébres ne l'empêchoient pas de porter les coups les plus terribles & les aſſurés. Mais ces coups le firent reconnoître, on diſtingua ſa voix; & l'on crut que ſa perte, ſi l'on pouvoit la cauſer, vaudroit autant que le gain d'une bataille. Ce malheureux deſſein n'eut que trop de ſuccès. Il reçut deux bleſſures dans le bas-ventre, & un boulet de canon abattit ſon cheval. On voulut le remonter, mais il ne put ſe ſoutenir, tomba entre les mains de ceux qui l'aidoient, & expira au lit d'honneur, ſur le champ de bataille. Le Général *Autrichien* rendit par là cette nuit vraiement fatale aux *Pruſſiens*, par leſquels il fut d'ailleurs ſi vigoureuſement repouſſé, qu'il ne retira aucun fruit de cette ſurpriſe, & qu'elle n'empêcha le Roi, ni de dégager *Neiſſe*, ni de

demeurer maître de la *Saxe*. Le Général *Lascy* reconnut le corps du Maréchal au milieu des morts, & le fit enterrer avec tous les honneurs militaires. *Berlin* ſouhaita cependant d'être dépoſitaire des précieux reſtes de ſon digne Gouverneur, & obtint qu'on les y ramenât. Il y eut à cette occaſion de nouvelles obſéques très-ſolemnelles, qui furent célébrées le 3. de Fevrier 1759.

Ainſi diſparut en quelque ſorte un des plus grands hommes de ce ſiécle, digne d'être comparé à ces Hommes illuſtres dont la Grece & l'ancienne Rome ſe ſont glorifiées. Sa phyſionomie annonçoit ce qu'il étoit. D'une ſtature au-deſſus de la médiocre, & d'une taille bien proportionnée, il avoit le teint brun, les ſourcils épais, les traits agréables, mais ſurtout un air de bonté qui lui gagnoit les coeurs dès le premier abord. Il avoit l'air d'un Pere de famille reſpectable, qui veut être craint, mais qui veut encore plus être aimé. Son tempérament étoit des plus vigoureux; cependant les fatigues incroyables qu'il avoit endurées commençoient à l'affoiblir. Son eſprit étoit encore meilleur que ſon corps. Il auroit brillé dans les Sciences & dans les Lettres, ſi ſa vie n'avoit été remplie, comme on vient de le voir. On a vu peu de Généraux auſſi éclairés que lui. Il entendoit & parloit l'*Ecoſſois*, l'*Anglois*, le *François*, l'*Eſpagnol*, le *Ruſſe*, le *Suédois*, l'*Allemand* & le *Latin*; & il lioit les Auteurs *Grecs*. Sa converſation ordinaire étoit en *François*. Il s'y exprimoit parfaitement bien, & avec préciſion, n'étant pas grand parleur. Il avoit vu toutes les Cours de l'*Europe*, grandes & petites, depuis celle d'*Avignon* juſqu'à la réſidence du Kan des *Tartares*; & partout il avoit plû, comme s'il eût été dans ſon ſéjour natal. Général, Miniſtre, Courtiſan, Sçavant, tous ces perſonnages ſi différens lui ſiéoient également bien. On a vu des gens conſommés dans l'étude ſortir de ſa converſation comme en extaſe, & ayant peine à en croire leurs oreilles.

Le

Le mérier de la Guerre étoit pourtant ſans contredit ſon fort, & il y a excellé. Quand on repaſſe ſa vie, on eſt confondu par la multitude de ſes exploits, & on a peine à le ſuivre dans tous les lieux où il s'eſt diſtingué. Mais ce qui doit rendre ſa mémoire à jamais précieuſe, c'eſt qu'il étoit un Guerrier humain, qui n'a rien épargné pour adoucir les calamités de la guerre, & pour diminuer le nombre des malheureux qu'elle fait.

Il fuyoit tous les amuſemens frivoles, & ſçavoit s'occuper d'une maniere digne de lui. Il étoit grand homme pour ſes domeſtiques, qui ne lui ont jamais rien vû faire qui dérogeât à ſon caractere, & qui étoient en même tems pénétrés de la douceur avec laquelle il les traitoit. S'il faloit tracer un Parallele, on ne pourroit le comparer mieux qu'à *Ariſtide*.

Quoiqu'il eut un coeur ſenſible, & qu'il ne fût pas exempt de cette paſſion qui n'a jamais deshonoré les Héros, quand ils n'en ont pas été les eſclaves, il a vécu dans le célibat, & n'a pas couru les riſques de tranſmettre ſon grand nom à des héritiers incapables de le ſoutenir.

ELOGE
DE
M. DE VIERECK *).

Quand même l'uſage des Eloges académiques ne ſeroit pas établi au point d'être regardé comme un devoir, l'Eloge que vous allez entendre ſeroit le tribut indiſpenſable que cette Compagne doit, non ſeulement à un de ſes Membres les plus diſtingués, mais ſurtout à un Chef qu'elle a vu pendant pluſieurs années à ſa tête, & ſous l'adminiſtration duquel elle a joui de tous les avantages que les conjectures où elle ſe trouvoit alors, pouvoit lui permettre d'eſpérer. Au milieu donc de ces Monumens, dont le nombre s'accroit de jour en jour par les pertes que nous faiſons, que celui de M. *de Viereck* tienne toujours un rang diſtingué! Qu'il tranſmette à nos ſucceſſeurs le ſouvenir des obligations que nous lui avons, & le témoignage des ſentiments par leſquels nous les avons reconnues!

Adam Otton de Viereck, Miniſtre actuel d'Etat, de Guerre & des Finances de Sa Majeſté, Chevalier de l'Ordre de l'Aigle noir, & du St. Empire Romain, Chef du College ſupérieur de Médecine, Capitaine des Baillages de *Grottorf* & de *Gutersleben*, *Senior* de l'Ordre de St. Jean, & Commandeur réſident à *Lagow*, *Sous-Senior* & Chanoine du Chapitre de *Halberſtadt*, Prévot du Chapitre collégial de la même ville, Seigneur héréditaire de *Weitendorf*, *Dalinghauſen*, *Buch*, *Caro* & *Birckholtz*, nâquit le 10 Mai 1684. Il étoit d'une des plus anciennes familles de la Nobleſſe de Mecklenbourg. Son éducation répondit à ſon extraction; & après avoir fait ſes humanités ſous des précepteurs domeſtiques, il acheva la carriere de ſes études avec beaucoup de ſuccès dans les Univerſités de *Halle*, & de *Francfort ſur l'Oder*.

Mars

*) Lu dans l'Aſſemblée publique du 25 Janvier 1759.

Mars l'enleva bientôt aux Muſes. M. *de Viereck* entra en qualité de Lieutenant dans les Gardes du Duc ANTOINE ULRIC de BRUNSWICK; & pour ne pas laiſſer échaper les occaſions qui ſe préſentoient alors d'apprendre le métier de la guerre ſous les plus grands Généraux de ce ſiecle, il alla comme Volontaire faire la campagne de 1705 dans l'Armée des Alliés. Ce n'étoit pourtant pas dans cette profeſſion que la Providence le deſtinoit à blanchir, & à s'élever aux premiers honneurs. Son eſprit, ſa politeſſe, & ſa capacité dans les affaires, le conduiſirent à paroître dans les Cours, à y plaire, & à être employé. En 1707, il fut un des Cavaliers qui compoſoient la ſuite de la Princeſſe CHRISTINE ELISABETH, fiancée à l'Archiduc, depuis Empereur ſous le nom CHARLES VI. & qui a partagé le Thrône avec cet auguſte Epoux.

La Cour de Pruſſe, qui a été de tout tems en poſſeſſion d'acquérir, autant qu'il eſt poſſible, les ſujets les plus diſtingués en tout genre; s'attacha M. *de Viereck*, qui entra d'abord au nombre des Gentilshommes de la Chambre de FRÉDERIC I. Toujours plus goûté à meſure qu'il étoit mieux connu, on ne vit perſonne qui fut plus propre que lui à faire les honneurs de la ſplendide Ambaſſade envoyée en 1711. à *Francfort ſur le Mein* pour l'élection de l'Empereur. Il fut donc Maréchal de cette Ambaſſade; & deux ans après la même qualité lui fut de nouveau conférée dans celle des Plénipotentiaires du Roi au Congrès d'*Utrecht*. Ce fut lui qui eut l'honorable commiſſion de porter à FRÉDERIC I. les articles du Traité de paix.

Il étoit tems néanmoins que M. *de Viereck* entrât dans les affaires proprement dites. Vieillir dans les Cours, & vieillir comme ſimple Courtiſan, eſt un rôle, ſi non deshonorant, au moins disgracieux. Un bon eſprit ſe trouve bientôt excédé par ces brillantes puérilités qu'on nomme cérémonial; il cherche en mûriſſant des occupations plus dignes de lui; & ne paſſe par ces poſtes, que comme un voyageur par les gîtes qui le menent au terme de ſon voyage. L'année 1714 fut celle où M. *de Viereck* entra dans les Emplois, comme Conſeiller Privé de la Régence de *Cleves*. Une commiſſion pour la-

quelle il alla en France en 1716. revêtu du caractere d'Envoyé, le tira pour quelque tems de ce nouveau genre du vie; mais, dès qu'il eut rempli l'objet de ſa miſſion, il revint à *Cleves*, & ſe remit aux affaires. On ne ſauroit douter que ſes ſervices n'ayent été agréables au nouveau Monarque qu'il ſervoit depuis la mort de FRÉDERIC I. puisque, dès l'année 1719, FRÉDERIC GUILLAUME, qui, entre tant de qualités éminentes dont il étoit doué, a eu ſurtout celle de démêler, avec un diſcernement auſſi rapide que ſûr, les perſonnes capables de le bien ſervir, le fit venir à *Berlin*, le décora du titre de Miniſtre, & le plaça dans ce qu'on appelloit alors le Commiſſariat général de Guerre. A n'enviſager les choſes que du côté de l'ambition, c'étoit arriver tout d'un coup au comble des deſirs, à ce but qui pour le plus grand nombre n'eſt qu'une terre promiſe, & auquel les autres ne parviennent gueres qu'au déclin de leur carriere. Près de quarante années de fidéles ſervices rendus depuis cette époque, font voir que M. *de Viereck* ſervoit par principes, & rempliſſoit une véritable vocation.

Les honneurs les mieux mérités ont été abondamment ſemés ſur ſa longue & glorieuſe route. En 1723. il eut la Préſidence de la Chambre de Guerre & des Domaines de la Marche Electorale; & au mois de Janvier 1727. il prit ſéance dans le Directoire général de Guerre & des Finances en qualité de Miniſtre actuel & dirigent.

L'ordre des tems nous conduit aux liaiſons de M. *de Viereck* avec l'Académie. Pour s'en faire une idée, il faut ſe rappeller la conſtitution primitive de la Société Royale des Sciences. FRÉDERIC I. ſon fondateur, avoit voulu qu'elle eût un double Chef, l'un pour les Sciences avec le titre du Préſident, l'autre pour les affaires oeconomiques, & pour lui frayer dans les occaſions l'accès au Thrône, avec la dignité de Protecteur. Cette dignité fut d'abord conférée à M. *de Printzen;* enſuite à M. *de Creutz;* & M. *de Viereck* qui la revêtit en 1733, ne l'a quittée en 1744 que pour la voir devenir un des fleurons de la Couronne de ſon auguſte Maître. Circonſtance bien glorieuſe pour lui, & qui a non ſeulement comblé, mais infiniment ſurpaſſé, toutes nos eſpérances!

Je

Je trouve dans les anciens Régiſtres de notre Académie, que M. *de Viereck* s'inſtalla dans ſa charge de Protecteur le 5 de Juin 1733, dans une Aſſemblée compoſée de ſeize Académiciens, dont quatre ſont encore en vie, & deux rempliſſent aujourd'hui très dignement les places de Directeurs de l'Académie. M. *de Viereck* promit à la Société de veiller à ſes intérêts, & de lui rendre auprès du Roi tous les bons offices qui dépendroient de lui. Jamais promeſſe n'a été plus fidélement accomplie. Mais, pour ſentir tout le prix de la conduite du Protecteur de la Société, il faudroit ſe rappeller ce qu'étoit alors la Société, combien de contre-tems elle avoit éprouvé, & combien elle en avoit encore naturellement à craindre. Je ne leverois pas un bout du voile qui cache, & qui doit cacher, ces tems nubileux, ſi je pouvois m'en diſpenſer ſans ingratitude pour la mémoire de celui dont je fais l'Eloge, & dont l'Eloge intéreſſe ſur tout l'Académie par cet endroit. M. *de Viereck* fut le Protecteur, mais Protecteur effectif de la Société dans toute la force du terme; il fut le ſage pilote d'une nacelle battue des flots, il la préſerva du naufrage, & la conduiſit juſqu'au port aſſuré de ce Renouvellement, qui l'a mis pour jamais à l'abri des écueils & des tempêtes. Il agit en véritable pere de cette Société, en ami généreux & affectionné de tous ceux qui la compoſoient. Nous en avons des témoins authentiques; & le plus reſpectable de tous, c'eſt ſans contredit celui, qui, parvenu aux honneurs ſupremes par la même route qui y avoit conduit M. *de Viereck*, par celle des talens & des ſervices, tenoit alors la plume de l'Académie, & à qui j'ai eu l'honneur de ſuccéder dans le Sécrétariat. M. *de Viereck*, par un effet de cette ſympathie qui unit les hommes ſupérieurs, à quelque diſtance que le ſort les ait placés, donnoit dès-lors toute ſa confiance à celui que le Roi en a jugé depuis ſi digne qu'il en a fait le premier Miniſtre de Thémis dans toute l'étendue des vaſtes Etats ſoumis à ſa domination. C'eſt ainſi que la Société, au milieu de ſes traverſes, trouvoit encore dans ſon propre ſein des reſſources véritablement ménagées par la Providence pour prévenir ſon entiere & finale ruine.

Telle fut toute la vie de M. *de Viereck*; une ſuite de devoirs importans, remplis avec la derniere exactitude; un tiſſu d'actions auſſi bel-

les que bonnes, des années toujours ſemblables les unes aux autres, toujours conſacrées au bien public. C'eſt ainſi qu'il eſt parvenu à la vieilleſſe la plus reſpectable, & au Doyenné dans le Miniſtere; titre plus grand, ſi je ne me trompe, que celui de Premier-Miniſtre, qui, dans les Cours où il eſt uſité, ne dénote preſque jamais que la faveur, la foibleſſe, ou le caprice, du Souverain qui le confere.

En 1733. M. *de Viereck* devint Commandeur de l'Ordre de St. Jean, & bientôt après le plus ancien des Chevaliers de cet Ordre. Et en 1745 il fut décoré du grand Ordre de l'Aigle noir. La fortune d'un particulier ne ſauroit aller plus loin; mais, ce qui eſt infiniment plus rare, la fortune n'a jamais été mieux d'accord avec le mérite.

M. *de Viereck* avoit été marié deux fois: la premiere, en 1718 avec *Catherine Louiſe de Gersdorff*, fille unique du Lieutenant Général de ce nom. Il perdit cette épouſe en 1728 & répara cette perte l'année ſuivante en s'uniſſant avec *Marie Amélie*, Comteſſe de *Finckenſtein*, fille ainée du Feld-Maréchal Comte de *Finckenſtein*. Il ne reſte de ces deux mariages que des filles, ſavoir du premier Madame la Générale *d'Itzenplitz*, & Madame la Colonelle Comteſſe *de Finckenſtein* *); du ſecond, Mesdames *de Pannewitz*, & *de Voſs*, & Mademoiſelle *de Viereck*.

Il n'eſt plus beſoin de revenir aux qualités de l'eſprit & du cœur de M. *de Viereck*; elles ont été la baſe de tous les faits rapportés dans cet Eloge. Le reſpect pour la Religion, l'attachement à ſes Maitres, & à l'Etat, les vertus ſociales, les vertus domeſtiques, la décence, la régularité des moeurs, tant d'autres qualités vrayement ſupérieures qui étoient réunies dans cet illuſtre défunt, nous fourniroient encore, une ample matiere, ſi leur ſouvenir tout récent n'avoit plus de force que ce que nous pourrions en dire. Ces qualités étoient ſoutenus par une figure avantageuſe & par un air impoſant. On ne voit gueres de phyſionomies tout à la fois plus reſpectables & plus prévenantes que l'étoit celle de M. *de Viereck*. Sans affecter aucune hauteur, ſans pouſſer trop loin la familiarité,

*) Depuis la lecture de cet Eloge, cette Dame a été enlevée à la Cour, & à la Société en général, dont elle étoit un des plus beaux ornemens. Une excellente plume lui a conſacré un Monument digne d'elle.

rité, il tenoit ce juſte milieu que ſaiſiſſent ſi difficilement ceux qui occupent les premieres places. Soit qu'on ne fût qu'admis à ſon audience, ſoit qu'on eût des liaiſons plus particulieres avec lui, les perſonnes de tout ordre qui ſe trouvoient à portée de le voir & de l'entretenir, ne remportoient jamais de ſon accueil & de ſes diſcours qu'une impreſſion très ſatisfaiſante.

Sa ſanté avoit paru pendant longtems chancelante, & la couleur de ſon teint en particulier n'annonçoit pas, au milieu de ſa carriere, qu'il dût la pouſſer auſſi loin. Cependant l'exactitude du régime & l'uſage annuel des eaux minérales avoient affermi peu à peu ſon tempérament, de façon que les années ne ſembloient point lui imprimer ces ſignes de décadence qu'elles trainent après elle. Plus que ſeptuagénaire, il étoit auſſi laborieux qu'il l'avoit toujours été, & ſans qu'il lui en coutât davantage. Ce ne fut donc que peu de tems avant ſa mort qu'il ſe déchargea d'une partie du fardeau des affaires, ſans en abandonner cependant le timon. Il auroit été à ſouhaiter que ſa fin eut été exemte de quelques épreuves, par leſquelles elle a été marquée; mais Dieu vouloit, en l'y faiſant paſſer, qu'il donnât des preuves de ſoumiſſion & de réſignation aux volontés de cet Etre ſupreme, dignes de couronner ſa vie & ſon Eloge. Une maladie fâcheuſe dont le ſiége étoit dans l'intérieur du palais & du goſier, l'expoſa à de longues & douloureuſes ſouffrances. Mais, dans le tems même où il étoit ſur le point d'en voir la fin avec celle de ſa vie, il fut encore appellé à ſoutenir le coup le plus ſenſible. Son Epouſe, Dame d'un rare mérite, & avec laquelle il avoit paſſé près de trente ans dans les délices d'une parfaite union, étant tombée malade, mais ſans qu'on la crût en danger, mourut entre ſes bras le 22 de Juin 1758. Leur ſéparation ne fut pas longue: il la ſuivit le 11 de Juillet, âgé de 74 ans, & 4 mois. La mort, en rejoignant cet illuſtre couple, ſemble avoir voulu que leur noms, gravés en même tems ſur la même tombe, demeuraſſent auſſi l'un à côté de l'autre dans le coeur de ceux qui les regrettent, & dans le ſouvenir de la poſtérité.

ÉLOGE
DE M. SPROEGEL.

Les vies les plus remplies, les carrieres le plus utilement occupées, ſont ſouvent celles ſur leſquelles on peut le moins s'étendre, parce qu'elles ne préſentent qu'un même objet continuellement répété. Comme on dit tout de celui qui a paſſé ſes jours dans un état de ſimple végétation, en diſant: Il a vêcu; on dit de même de celui dont l'activité a été appliquée ſans relâche à un même travail, tout ce qu'on en peut dire, en diſant: Il a fait ſon devoir, il a rempli ſa tâche. Mais, autant que le premier de ces caracteres eſt flêtriſſant, autant le ſecond eſt honorable. Il n'y a point de meilleurs Citoyens que ceux, qui s'étant une fois conſacrés à des fonctions utiles, ne les interrompent que quand la mort vient trancher le fil de leur vie. Cette eſpece de célébrité qu'on ſe procure par la variété de ſes occupations, & par la multitude des genres dans leſquels on ſe produit, n'eſt pour l'ordinaire & quand on la conſidere ſans prévention, qu'un preſtige à l'illuſion duquel il n'y a que des eſprits ſuperficiels qui puiſſent céder. On ne fait gueres avec un ſuccès décidé que ce qu'on fait avec une application ſoutenue.

Ces réflexions ſont un réſultat anticipé de l'Eloge que je conſacre aujourd'hui à la mémoire de celui de nos Confreres que la mort vient de nous enlever. En parcourant les faits d'une vie de douze luſtres, je n'y ai, pour ainſi dire, vû qu'un fait; c'eſt que M. *Sproegel* s'étant conſacré par goût à la Médecine, l'a profeſſée avec applaudiſſement. Le reſte n'offre que quelques dates dont il me paroîtroit aſſez inutile de chercher à remplir les intervalles par de ſimples hors-d'oeuvre.

Otton

Otton Theodore Sproegel nâquit le 24 d'Avril 1699 à *Mittelдorff*, lieu diſtant de *Halberſtadt* de ſept milles, où ſon pere avoit un bien de compagne. Ce Pere, nommé *Michel Sproegel*, étoit Docteur en Médecine; il pratiquoit ſon art à *Halberſtadt*, & étoit auſſi Médecin de la Forteresſe de *Regenſtein*. Il avoit pour femme *Sophie Eliſabeth Juncker*, fille d'un Sécretaire de la Ville. M. *Sproegel* fut le cinquieme fils qui nâquit de ce mariage, & il eſt mort le premier, ſes quatre freres ainés étant encore en vie.

Il eut d'abord des Maîtres domeſtiques; il fut enſuite envoyé à l'Ecole de Halberſtadt, ſous la direction de M. le Surintendant *Lüders*; il ſe rendit de là à *Gotha*, où M. *Vockerodt* étoit Recteur; & enfin il vint à Berlin, au College de *Joachim*, qui étoit alors gouverné par M. le Docteur *Volckmann*. Il crut avec raiſon que rien ne prépare mieux à la Médecine que la connoiſſance exacte de l'Anatomie & des opérations Chirurgiques; c'eſt ce qui l'engagea à ſe rendre en 1716. à *Hambourg* où il y avoit un Opérateur fort renommé, le Sr. *Eggebrecht*, ſous lequel il fit de rapides progrès. Il donna enſuite quelques années aux études de Médecine pour lesquelles il choiſit l'Univerſité de *Jena*. Ce fut néanmoins dans celle de *Helmſtaedt* qu'il reçut le degré de Docteur en Médecine en 1720. Il auroit fait auſſitôt après les voyages qu'il croyoit propres à le perfectionner ſi la peſte qui étoit alors en France ne l'eut engagé à les différer. Il ſe fixa donc à Hambourg, & commença à y pratiquer. Mais en 1722. l'obſtacle qui l'avoit arrêté étant levé, il parcourut l'Allemagne, la Hollande, la Suiſſe, la France, l'Angleterre, l'Italie, voyant dans toutes ces contrées les objets & les hommes de la connoiſſance deſquels il pouvoit profiter.

Ces courſes étant finies, il revint à *Hambourg*, & reprit encore la pratique pendant quelque tems; mais bientôt après il préféra à ce ſéjour celui de Berlin, où il étoit attiré par l'agrément de vivre avec Mrs. ſes freres qui s'y étoient établis. Il y fut bientôt connu ſur le pied d'habile Médecin; & il confirma cette réputation au point d'avoir été pendant plus de trente ans un de ceux qui ont eu le plus de vogue

vogue dans cette Capitale. Cela lui fit acquérir de bonne heure ce degré d'expérience qu'on n'obtient qu'auprès du lit des Malades, & qui eſt pour l'ordinaire un guide plus ſûr que les théories auxquelles ce ſecours manque. Il avoit toute l'exactitude, toute l'aſſiduité, toutes les attentions, qui peuvent inſpirer de la confiance aux malades: ſes viſites n'étoient point des apparitions momentanées, il les prolongeoit même quelquefois au delà de ce que le grand nombre de ſes pratiques ſembloit lui permettre. Il ſuivoit avec intelligence les grandes routes frayées dans la cure des principales maladies; & il n'étoit point du nombre de ces Médecins hazardeux, qui ſe croyent autoriſés à immoler des victimes aux progrès de leur Art. Il vouloit qu'on ſe conformât exactement à ſes ordonnances; & prenoit ſur ceux qui recouroient à lui une eſpece d'autorité qu'il convient en effet de prendre ſur des eſprits auſſi foibles que le ſont pour l'ordinaire ceux des malades. Je ſuis donc en droit d'aſſurer ici d'après la voix publique, qui eſt le meilleur garant dans ce cas, que M. *Sprœgel* étoit un Médecin eſtimable par ſes connoiſſances, par l'uſage qu'il en faiſoit, & par pluſieurs qualités morales, qui lui ont procuré l'eſtime & l'affection de ceux qui ont eu des liaiſons avec lui, & en particulier de perſonnes d'un rang très diſtingué. Il eſt après cela très difficile d'apprécier au juſte les vrais talens d'un Médecin; le vulgaire n'en juge que d'après des notions tout à fait inſuffiſantes; & les ſeuls Juges competens, c'eſt à dire, ceux du métier, n'ont pas toujours l'eſprit aſſez libre de partialité & de paſſion pour démeler au travers du nuage de la rivalité un mérite qui leur fait ſouvent ombrage.

En 1727. M. *Sproegel* s'unit par les liens du mariage avec une perſonne digne de ſon choix. Elle ſe nommoit *Catherine Louiſe Lüder*, & étoit Veuve du Sécretaire privé *Kahmann*. Il a paſſé 32 ans avec cette Epouſe dans une étroite union, dont il reſte préſentement à ſa Veuve pour gages quatre fils, *Jean Theodore*, Docteur en Médecine, & Profeſſeur de Phyſiologie & d'Anatomie au College Royal de Médecine, dans lequel nous avons la ſatisfaction de voir déjà revivre le défunt; *Charles Louis*, Sécretaire privé de la Chambre de Juſtice;

Gott-

Gottfried Guillaume, qui fait actuellement ſes études à Francfort ſur l'Oder, & *Otton Fréderic*, qui fréquente les Ecoles de Berlin & ſe deſtine à la Théologie. Une fille du premier lit de Madame *Sproegel* a épouſé M. le Profeſſeur *Meckel*, Membre de cette Académie.

Conſidérons à préſent M. *Sproegel* comme Académicien. En cherchant dans nos Régiſtres ce qui le concerne, j'ai trouvé qu'au mois d'Octobre 1735, lorsque le Roi *Frideric Guillaume* de glorieuſe mémoire, par un choix dont l'Académie ſe félicite encore aujourdhui, conféra à M. *Eller* la qualité de Directeur de l'Académie, Mrs. *Sproegel* & *Schaarſchmidt* furent nommés pour remplir deux Profeſſions du College d'Anatomie & de Chirurgie, que la promotion de ce Directeur laiſſoit vacantes. Environ deux ans après, en Août 1757, il plût à S. M. d'aſſigner les penſions de ces deux Profeſſeurs ſur la Caiſſe de la Société; & l'on ſaiſit cette occaſion pour rendre juſtice à leur capacité reconnue en les aggrégeant à cette Compagnie.

M. *Sproegel* juſtifia cette diſtinction en enrichiſſant les Mémoires Latins de la Société, connus ſous le nom de *Miſcellanea*, des Obſervations importantes que la pratique de ſon art lui fourniſſoit. Elles ſe trouvent au nombre de trois dans le ſixieme Volume imprimé en 1740. Depuis ce tems-là la Société, ni l'Académie qui lui a ſuccédé, n'ont profité, ni de ſes lumieres, ni même, au moins n'a-ce été que fort rarement, de ſa préſence aux Aſſemblées. Ce n'eſt pas qu'il ne fut un très bon Académicien, & par l'eſprit, & par le coeur. Mais il étoit emporté par un vrai tourbillon, entrainé par le torrent des viſites qui l'occupoient tout le jour, ſouvent même la nuit, qui lui laiſſoient à peine le loiſir de pourvoir aux beſoins naturels, & qui probablement ont uſé ſon corps & abrégé ſa vie; en ſorte qu'on peut lui appliquer l'embleme de la lampe, qui ſe conſume en rendant ſervice aux autres. Il eſt aſſez ordinaire d'ailleurs à l'Académie, quand elle a d'habiles Médecins dans ſon Corps, de perdre à proportion de ce que le Public gagne. Mais, dévouée comme elle l'eſt elle-même à l'utilité publique, elle ne s'afflige point de ces pertes, & regarde toujours comme des Membres dignes de ſon Corps ceux qui rendent des bons ſervices à la Société.

M. *Sproegel* étoit d'une conſtitution vigoureuſe; mais il avoit eu pendant le cours de ſa vie de grandes maladies, qui avoient fait craindre une mort encore plus prématurée. Les fatigues de ſon genre de vie ne lui permettoient jamais de ſe rétablir parfaitement: dès qu'il ſe ſentoit le moins du monde en état d'agir, l'oiſiveté lui étoit inſupportable. Avec cela les intempéries de l'air auxquelles ſa profeſſion expoſe, contribuoient à le miner. On s'en appercevoit depuis quelques années par de gros rhumes & de fortes oppreſſions qui l'incommodoient tous les hyvers. Son courage & les reſtes de ſa vigueur naturelle continuoient cependant à le ſoutenir juſqu'à ce que, vers la fin de l'année paſſée, l'oppreſſion monta au plus haut point, & fut accompagnée de l'enflure des pieds. Cela le força de garder la chambre, & d'employer les rémedes les plus convenables à ſon état. Ils furent ſuivis d'un ſoulagement apparent, dont il ne manqua pas de profiter à ſon ordinaire pour recommencer ſes viſites. Mais ce répit ne dura que quelques jours, au bout desquels ſurvint une rechûte complette & déciſive. Après avoir lutté encore quelques ſemaines contre ſon mal, qui s'étoit changé en hydropiſie de poitrine, & avoir employé ce tems à revêtir des diſpoſitions convenables à ſon état, il mourut le 18 de ce mois (de Mai) à deux heures du matin, âgé de 60 ans, un mois & cinq jours.

F I N.